XV.- INTERCAMBIADORES DE CALOR
MÉTODO DE LA (LMTD)

pfernandezdiez.es

XV.1.- INTRODUCCIÓN

En un proyecto de ingeniería de equipamiento térmico son importantes no sólo las características de eficiencia térmica, sino también las referentes a la economía del sistema, más importantes, y que habrá que conjugar adecuadamente.

El papel de los intercambiadores de calor ha adquirido una gran importancia ante la necesidad de ahorrar energía y disponer de equipos óptimos no sólo en función de su análisis térmico y del rendimiento económico de la instalación, sino también en función de otros factores como el aprovechamiento energético del sistema y la disponibilidad y cantidad de energía y de materias primas necesarias para cumplir una determinada función.

Desde el momento en que un intercambiador de calor se instala y pone en funcionamiento dentro de un proceso de transferencia térmica, se precisa un determinado gradiente de temperatura para que se pueda efectuar la transmisión del calor; la magnitud de este gradiente se puede reducir utilizando un intercambiador mayor, pero ésto a su vez implica un mayor coste, tanto de tipo económico, como energético.

Consideraremos como parte del conjunto de los intercambiadores de calor, no sólo los clásicos formados por la carcasa y tubos, sino también otros, como los de lecho fluido, o los que aprovechan la energía solar, o las tuberías de calor o calefacción, etc.

XV.2.- TIPOS BÁSICOS DE INTERCAMBIADORES DE CALOR

Los intercambiadores de calor son tan importantes y tan ampliamente utilizados en la industria, que su diseño ha experimentado un gran desarrollo, existiendo en la actualidad normas ideadas y aceptadas por TEMA que especifican con detalle los materiales, métodos de construcción, técnicas de diseño y sus dimensiones.

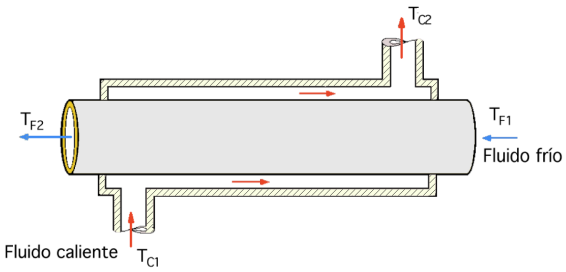

Fig XV.1.- Intercambiador simple de tubos concéntricos

El intercambiador de calor más sencillo se compone de un tubo dentro de otro tubo, Fig XV.1; este montaje de corrientes paralelas funciona, tanto en contracorriente como en equicorriente, circulando el fluido caliente o el frío a través del espacio anular, mientras que el otro fluido circula por la tubería interior.

Intercambiador de paso simple (1-1).- El intercambiador más sencillo que consta de dos tubos concéntricos, no es adecuado cuando el gasto másico es elevado. Si se utilizan varios tubos concéntricos en paralelo, el peso del material de los tubos que se necesita se haría tan grande, que es mucho más económico el construirlos formando un conjunto de carcasa y tubos, de forma que se utiliza una carcasa común para muchos tubos; éste intercambiador, debido a que funciona con un solo paso de fluido en el lado de la carcasa y un solo paso de fluido en el lado de los tubos se denomina intercambiador 1-1, Fig XV.2.

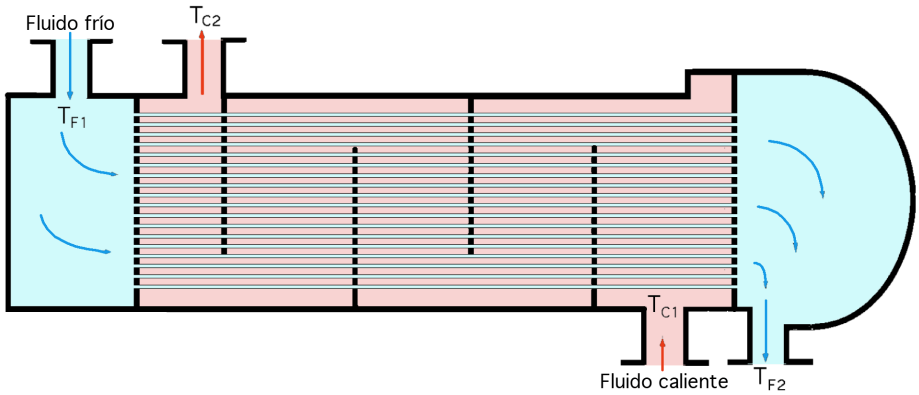

Fig XV.2a.- Intercambiador de carcasa y tubos (1-1) (con mezcla de los fluidos)

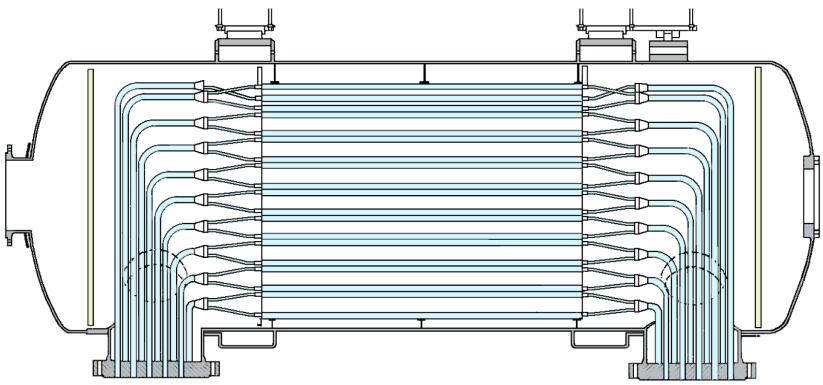
Fig XV.2b.- Intercambiador de carcasa y tubos (1-1) (con mezcla de uno de los fluidos y sin mezcla en el otro)

En este tipo de intercambiador, uno de los fluidos circula por el interior de los tubos, mientras que el otro fluido se ve forzado a circular entre la carcasa y la parte exterior de los tubos, normalmente a ellos. Cuando las temperaturas T_C del fluido del lado caliente y T_F del fluido del lado frío son variables de un punto a otro, a medida que el calor va pasando del fluido más caliente al más

frío, la velocidad de intercambio térmico entre los fluidos también variará a lo largo del intercambiador, porque su valor depende, en cada sección, de la diferencia de temperaturas entre los fluidos caliente y frío.

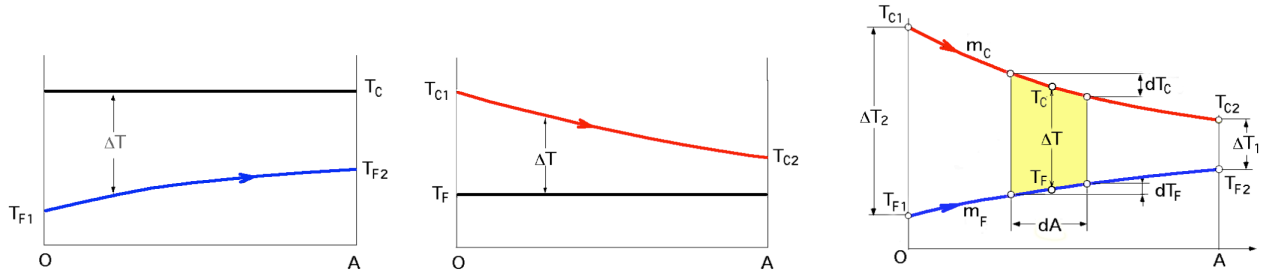

Fig XV.3.- Distribución de temperaturas en: a) Condensadores de un paso de tubos ; b) Vaporizadores de un paso de tubos c) Intercambiadores de calor de flujos en equicorriente y de un paso de tubos

En un flujo paralelo en equicorriente, la temperatura final del fluido más frío nunca puede llegar a ser igual a la temperatura de salida del fluido más caliente. Sin embargo, en un flujo en contracorriente, la temperatura final del fluido más frío (que es el que se calienta) puede superar la temperatura de salida del fluido más caliente (que se enfría), puesto que existe un gradiente de temperaturas favorable a todo lo largo del intercambiador de calor.

En un intercambiador en contracorriente, los coeficientes de transmisión de calor del lado de la carcasa y del lado de los tubos deben ser del mismo orden de magnitud y ser grandes para obtener un coeficiente global satisfactorio. La velocidad y turbulencia del líquido del lado de la carcasa son tan importantes como las del líquido del lado de los tubos.

Para evitar el debilitamiento de las placas tubulares es preciso mantener una distancia mínima entre los tubos, por lo que no resulta práctico colocar los tubos tan juntos que la sección libre para el flujo del fluido por el exterior de los tubos sea tan pequeña, como la del interior de los mismos.

Si las dos corrientes son del mismo orden de magnitud, la velocidad del lado de la carcasa es menor que la del lado de los tubos; por esta razón se instalan placas deflectoras con el fin de disminuir la sección de flujo del líquido del lado de la carcasa y obligarlo a circular en dirección cruzada a la bancada de tubos en vez de hacerlo paralelamente a ellos; de esta forma se consigue un coeficiente de transferencia de calor más elevado en flujo cruzado Fig XV.4b.c, que en circulación paralela a los tubos, Fig XV.4a.

El flujo pasa perpendicularmente a los tubos, circulando hacia abajo en la primera sección, hacia arriba en la segunda, y así sucesivamente; la turbulencia adicional que se crea mediante este tipo de flujo aumenta el coeficiente de transmisión de calor del lado de la carcasa.

Las *pantallas,* (placas deflectoras), son discos circulares de una plancha metálica a los que se ha cortado, para estos intercambiadores, un cierto segmento circular, Fig XV.4c, de forma que la al-

tura de este segmento sea igual a la cuarta parte del diámetro interior de la carcasa, por lo que las placas deflectoras así obtenidas se denominan placas del 25%, viniendo perforadas para recibir los tubos; para evitar fugas, o hacer que estas sean mínimas, las holguras entre las placas y la carcasa, y entre las placas y los tubos deben ser pequeñas. Este tipo de construcción resulta práctico solamente para carcasas pequeñas.

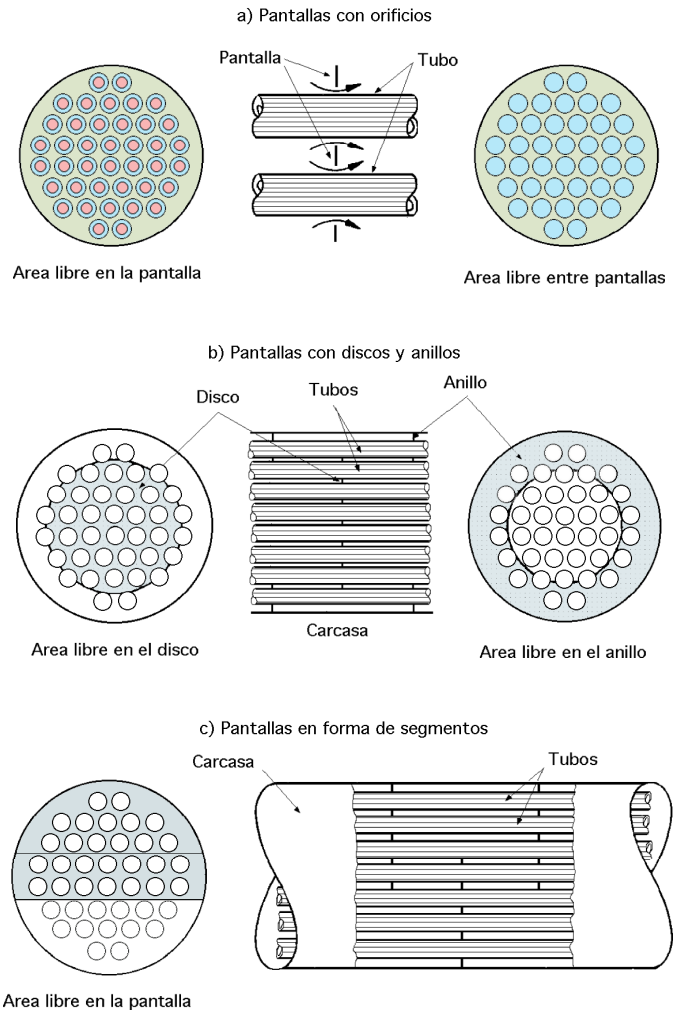

Fig XV.4.- Pantallas utilizadas en los intercambiadores de carcasa y tubos

Los *tubos* se fabrican en todos los metales corrientes con un determinado diámetro exterior y un definido espesor de pared, según el número BWG. Los tubos se disponen según una ordenación triangular (tresbolillo) o rectangular (regular); cuando el lado de la carcasa tiene gran tendencia a ensuciarse no se utiliza la disposición triangular por cuanto los espacios entre tubos son de difícil acceso, cosa que no sucede en la disposición cuadrada, que a su vez provoca una menor caída de presión en el lado de la carcasa que la disposición triangular.

Las normas TEMA especifican una distancia mínima de centro a centro de los tubos de 1,25 veces el diámetro exterior de los mismos para la disposición triangular y una anchura mínima de las calles de limpieza de 1/4 de pulgada para la disposición cuadrada, Fig XIV.8.

La *carcasa* tiene un diámetro normalizado; la distancia o espaciado entre placas no debe ser menor de 1/5 del diámetro de la carcasa ni mayor que el diámetro interior de la misma. Los tubos se unen a la placa tubular acanalando los orificios y acampanando en su interior los extremos de los tubos mediante un mandril cónico rotatorio que fuerza al metal del tubo más allá de su límite elástico, de forma que el metal se introduce en las acanaladuras; en los intercambiadores que van a trabajar a presiones elevadas, los tubos se sueldan a la placa tubular.

En general, el intercambiador de calor de carcasa y tubos tiene unas placas *(cabezales)* en donde se fijan los tubos por ambos extremos, mediante soldadura u otro tipo de fijación; este tipo de construcción tiene un bajo costo inicial, pero sólo se puede utilizar para diferencias pequeñas de temperatura entre el fluido caliente y el frío, puesto que no se ha hecho ninguna previsión para evitar las tensiones mecánicas de origen térmico debidas a la dilatación entre los tubos y la carcasa.

Otra desventaja consiste en que el montaje del haz de tubos no se puede desmontar para su limpieza; estos inconvenientes se solucionan fácilmente haciendo que una de las placas de tubos esté fija, mientras que la otra se sujeta mediante pernos a un cabezal flotante que permite el movimiento relativo entre el haz de tubos y la carcasa; la placa de tubos flotante está sujeta con mordazas entre la cabeza flotante y unas bridas, de modo que es posible retirar el haz de tubos para su limpieza.

La caída de presión en el lado de la carcasa $\Delta p_{carcasa}$ para una distribución de tubos con deflectores, se puede estimar por la ecuación de Delaware, como suma de las siguientes aportaciones:

$$Caída\ de\ presión \begin{cases} - \text{ en las secciones de entrada y salida} \\ - \text{ asociada a las secciones interiores delimitadas por los deflectores} \\ - \text{ asociada con el cortocircuito y las fugas} \end{cases}$$

$$\Delta p_{carcasa} = k^* (N_{def} + 1)\, \Delta p_{ideal}$$

en la que:

- Δp_{ideal} *es la caída de presión uniforme en la batería de tubos*
- N_{def} *es el número de deflectores*
- k^* *es una constante del orden de* $0{,}2 \div 0{,}3$ *que indica que la caída de presión real es sólo un* $20\% \div 30\%$ *de la que se obtendría en la misma batería de tubos si el flujo fuese uniforme*

Intercambiador de corrientes paralelas en contracorriente (1-2).- El flujo en un intercambiador (1-2) es parcialmente en contracorriente y parcialmente en corrientes paralelas; en la Fig XV.5a el conjunto de las curvas de temperatura se corresponde con un intercambiador de corrientes paralelas en equicorriente, mientras que en la Fig XV.5b las curvas de temperatura son para un intercambiador en contracorriente. En los intercambiadores de paso múltiple se utilizan velocidades más elevadas, tubos más cortos y se resuelve fácilmente el problema de las expansiones y dilatacio-

nes. En estos intercambiadores la sección libre para el flujo disminuye, por lo que aumenta la velocidad, dando lugar a un incremento del coeficiente de transmisión de calor por convección.

Sus principales desventajas son:

- El intercambiador es más complicado

- Aumentan las pérdidas por fricción debido a la mayor velocidad y a la multiplicación de las pérdidas de carga en la entrada y en la salida.

Para un intercambiador de cuatro pasos de tubos, la velocidad media en los tubos es cuatro veces mayor que en un intercambiador de paso simple que tenga el mismo número y tamaño de los tubos y opere con el mismo caudal de líquido.

El coeficiente de transmisión de calor del interior de los tubos del intercambiador de cuatro pasos es aproximadamente igual a $4^{0,8}$= 3,03 veces mayor que el del intercambiador de un solo paso, pudiendo ser todavía mayor si la velocidad en cada paso simple es suficientemente pequeña para dar lugar a un flujo laminar.

Las *pérdidas por rozamiento* son del orden de $4^{2,8}$= 48,5 veces mayores sin tener en cuenta las pérdidas adicionales debidas a las expansiones y contracciones.

En el diseño más económico contribuye, entre otros factores, una velocidad del fluido en los tubos tal, que el incremento del coste de la potencia necesaria para el bombeo se compense con una disminución del coste del aparato; una velocidad demasiado baja ahorra potencia de bombeo pero en cambio requiere un cambiador excesivamente grande y costoso; una velocidad excesivamente grande, lo contrario.

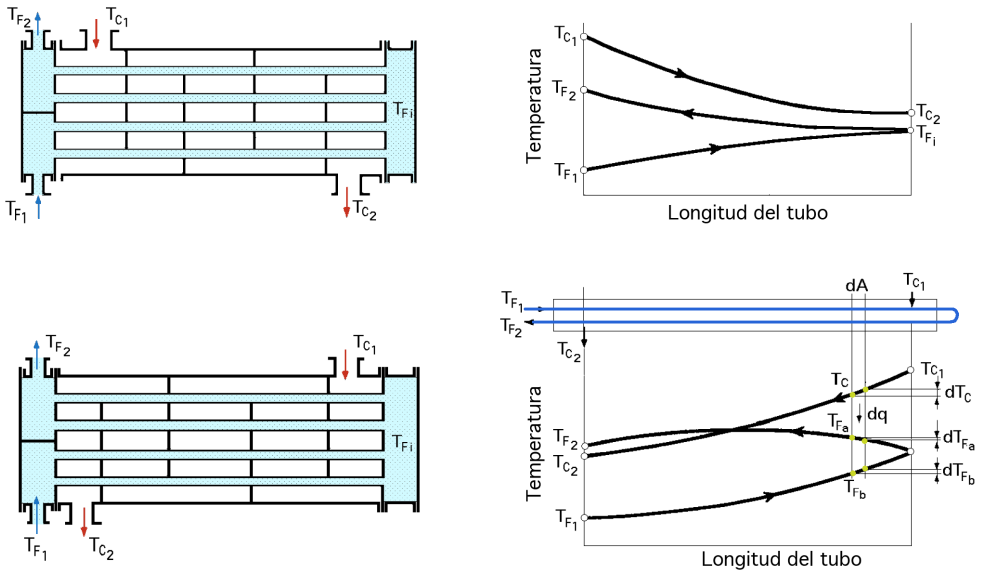

Fig XV.5.- Distribución de temperaturas en intercambiadores (1-2), función de la disposición de las tuberías

En los intercambiadores de paso múltiple se utilizan con frecuencia cabezales flotantes; el lí-

quido del lado de los tubos entra y sale por la misma cámara que está tabicada mediante una placa con el fin de separar las corrientes de entrada y salida.

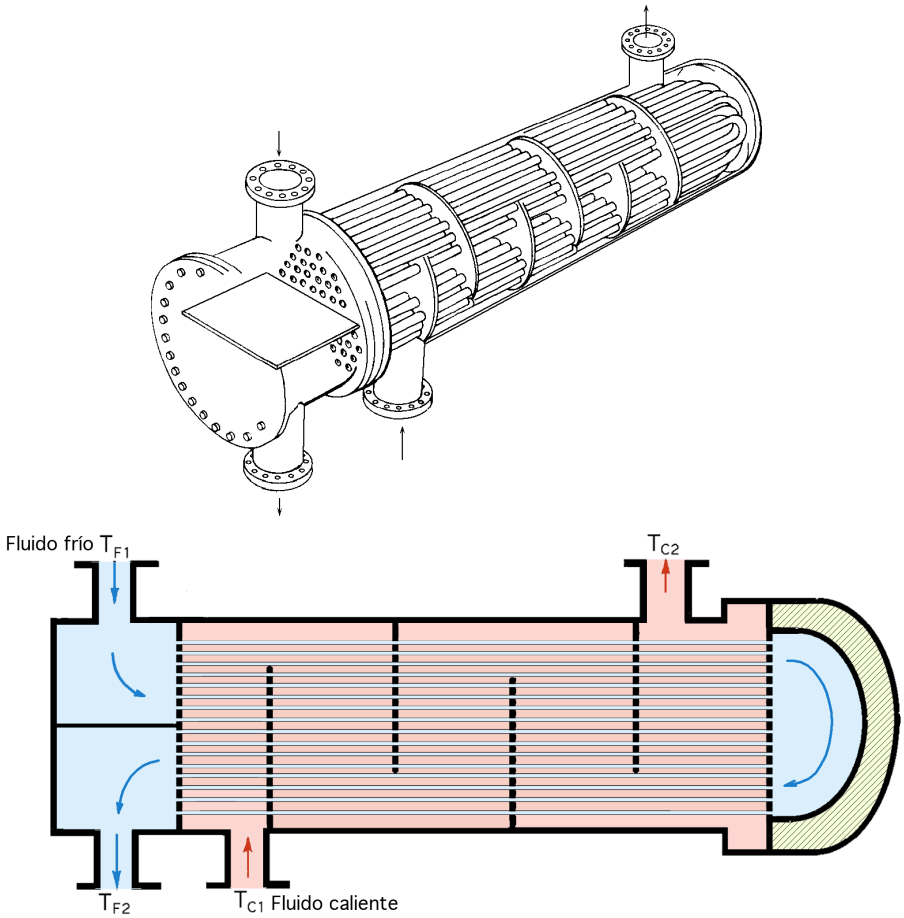

Fig XV.6.- Intercambiador de carcasa y tubos (1-2)

El intercambiador (1-2) posee una importante limitación ya que debido al paso del flujo en corrientes paralelas, el intercambiador no permite que la temperatura de uno de los fluidos a la salida sea muy próxima a la temperatura del otro fluido a la entrada, lo que se traduce en que la recuperación de calor en un intercambiador (1-2) es necesariamente mala.

Intercambiador (2-4).- En la Fig XV.7, las líneas de trazo discontinuo de la distribución de temperaturas en un intercambiador (2-4) se refieren al fluido del lado de la carcasa y las de trazo continuo al fluido del lado de los tubos; el fluido que circula por la carcasa es el más caliente.

El paso más caliente del fluido de la carcasa está en contacto térmico con los dos pasos más calientes del lado de los tubos y el paso más frío del lado de la carcasa lo está con los dos pasos más fríos del lado de los tubos. En conjunto, este intercambiador se aproxima más a una unidad en contracorriente de lo que es posible con un intercambiador (1-2) ya que una ventaja del montaje en contracorriente consiste en que, para un flujo térmico determinado, se requiere menos área superficial de intercambio que en un flujo en equicorriente.

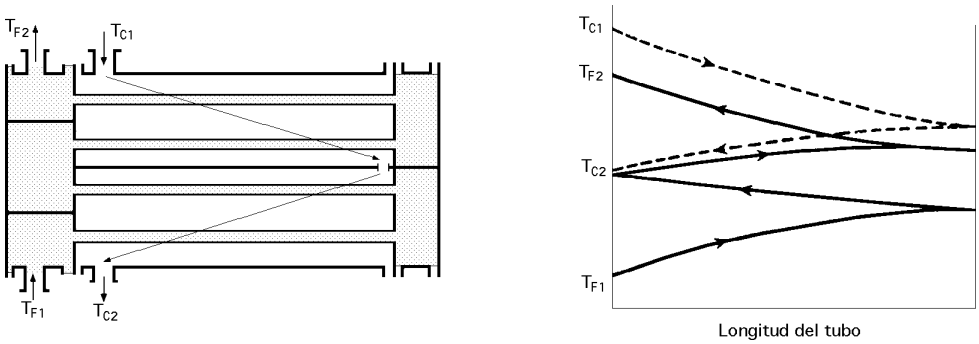

Fig XV.7.- Distribución de temperaturas en intercambiadores (2-4)

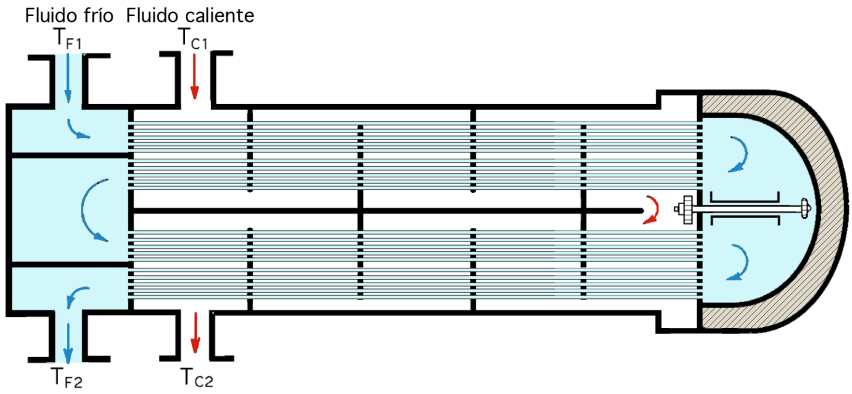

Fig XV.8.- Intercambiador de carcasa y tubos (2-4)

Con un intercambiador (2-4) se puede obtener una mejor recuperación de calor, por cuanto opera con dos pasos en el lado de la carcasa y cuatro pasos en el lado de los tubos, consiguiéndose mayores velocidades, así como un coeficiente global de transmisión de calor más elevado que en el caso (1-2) que opere con las mismas velocidades de flujo.

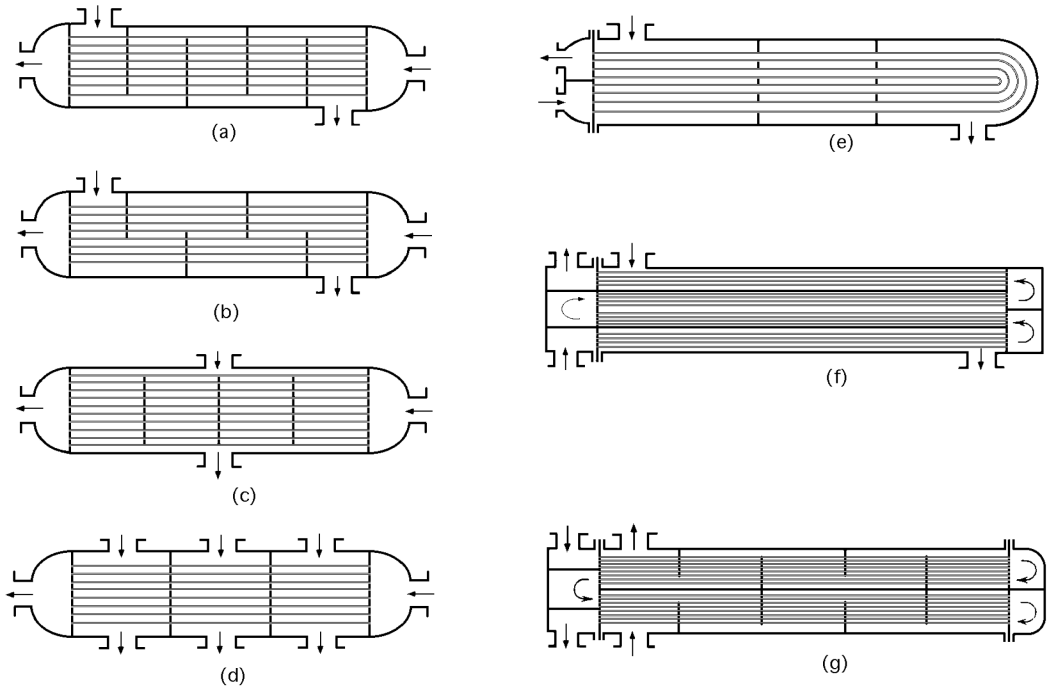

Fig XV.9.- Modelos de intercambiadores

Intercambiador de flujos cruzados.- En el enfriamiento o calentamiento de gases es interesante utilizar un intercambiador de calor en flujo cruzado, Fig XV.10, en el que uno de los fluidos (líquido o gas) circula por el interior de los tubos, mientras que al otro fluido (gaseoso) se le obliga a circular perpendicularmente al haz de tubos.

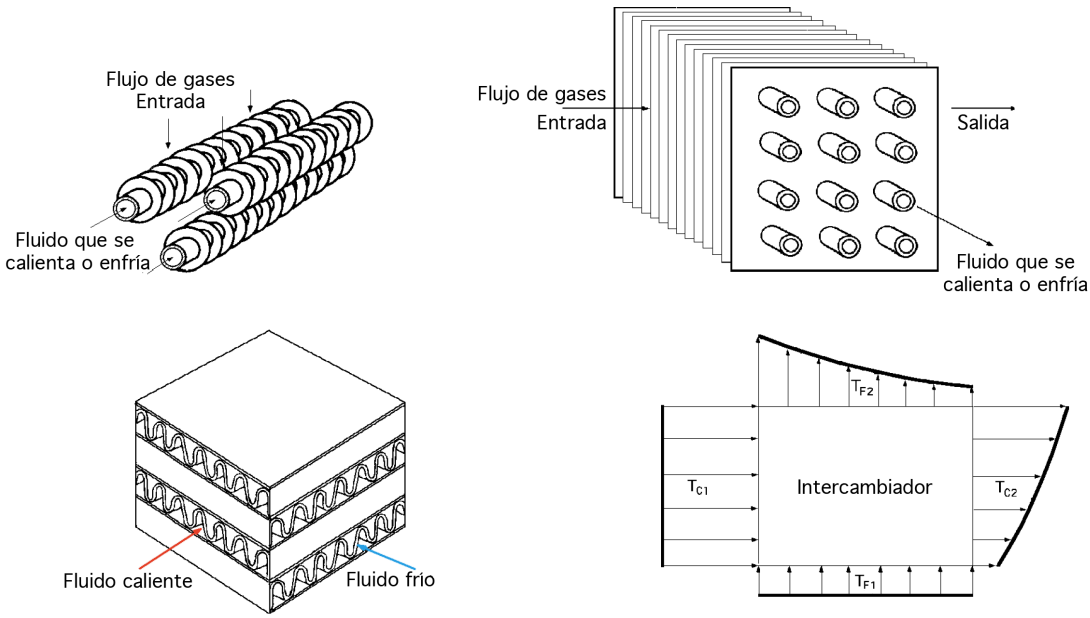

Fig XV.10.- Intercambiadores de flujos cruzados

El flujo del fluido exterior se puede realizar mediante convección forzada o libre; el gas que circula por el exterior de los tubos se considera de tipo de mezcla, mientras que el fluido del interior de los tubos se considera sin mezclar; el flujo del gas exterior es con mezcla porque se puede mover libremente entre los tubos cuando intercambia calor, mientras que el fluido del interior de los tubos está confinado y no se puede mezclar con ningún otro flujo o corriente durante el proceso de intercambio de calor.

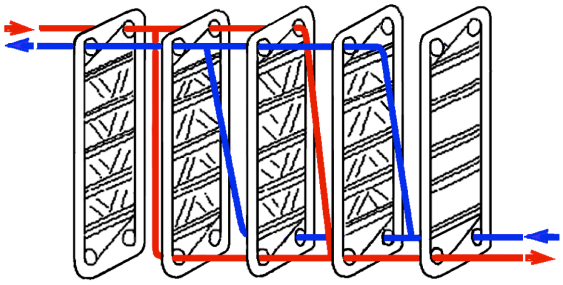

Fig XV.11.- Intercambiadores de placas

En un proyecto de intercambiadores de calor es importante especificar si los fluidos están mezclados o sin mezclar y cuál de los fluidos está mezclado.

También es importante equilibrar los gradientes de temperatura mediante la obtención de coeficientes de transmisión de calor aproximadamente iguales en el interior y en el exterior de los tubos; si ésto no se hace así, una de las resistencias térmicas puede ser grande, lo que provocará una caída de temperatura global también grande para una transferencia de calor por unidad de tiempo determinada, lo que exige un equipo mayor, con el consiguiente perjuicio económico.

XV.3.- COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA TÉRMICA GLOBAL

Una de las primeras cuestiones a realizar en el análisis térmico de un intercambiador de calor de carcasa y tubos consiste en evaluar el coeficiente de transferencia térmica global entre las dos corrientes fluidas.

El coeficiente de transferencia térmica global entre un fluido caliente a temperatura T_C y otro frío a temperatura T_F separados por una *pared plana* se define mediante la ecuación:

$$Q = U\ A\ (T_C - T_F\ ),\quad siendo:\ U\ A = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=3} R_i} = \frac{1}{\frac{1}{h_C\ A} + \frac{L}{k\ A} + \frac{1}{h_F\ A}}$$

En el caso de un intercambiador de calor formado por *dos tubos concéntricos*, Fig XV.1, el área de la superficie de intercambio térmico es: $\begin{cases} Interior:\ A_i = 2\ \pi\ r_i L \\ Exterior:\ A_e = 2\ \pi\ r_e L \end{cases}$, de forma que, en general:

$$U\ A = \frac{1}{\frac{1}{h_{C_i} A_i} + \frac{ln\ (r_e / r_i\ )}{2\ \pi\ k\ L} + \frac{1}{h_{Fe}\ A_e}}$$

Si el coeficiente de transferencia térmica global viene referido a la superficie exterior A_e:

$$U_e = \frac{1}{\frac{A_e}{h_{C_i} A_i} + \frac{A_e}{2\ \pi\ k\ L}\ ln\ \frac{r_e}{r_i} + \frac{1}{h_{Fe}}} = \frac{1}{\frac{r_e}{h_{C_i} r_i} + \frac{r_e}{k}\ ln\ \frac{r_e}{r_i} + \frac{1}{h_{Fe}}}$$

mientras que si viene referido a la superficie interior A_i:

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_{C_i}} + \frac{A_i}{2\ \pi\ k\ L}\ ln\ \frac{r_e}{r_i} + \frac{A_i}{A_e\ h_{Fe}}} = \frac{1}{\frac{1}{h_{C_i}} + \frac{r_i}{k}\ ln\ \frac{r_e}{r_i} + \frac{r_i}{r_e\ h_{Fe}}}$$

En un proyecto es necesario calcular los coeficientes de transferencia de calor individuales, pero suele ser útil en las estimaciones preliminares el tener un valor aproximado de *U*, típico de las condiciones que han de encontrarse en la práctica; hay que tener en cuenta que, en muchos casos, el valor de *U* viene determinado casi completamente por la resistencia térmica en una de las películas fluido/sólido, como sucede, p.e, cuando uno de los fluidos es un gas y el otro un líquido o si uno de los fluidos es un líquido en ebullición con un coeficiente de transferencia térmica muy grande.

Factor de suciedad.- Con frecuencia resulta imposible predecir el coeficiente de transferencia de calor global de un intercambiador de calor al cabo de un cierto tiempo de funcionamiento, teniendo sólo en cuenta el análisis térmico; durante el funcionamiento con la mayoría de los líquidos y

con algunos gases, se van produciendo gradualmente unas películas de suciedad sobre la superficie en la que se realiza la transferencia térmica, que pueden ser de óxidos, incrustaciones calizas procedentes de la caldera, lodos, carbonilla u otros precipitados, Fig XV.12; el efecto que ésta suciedad origina se conoce con el nombre de *incrustaciones*, y provoca un aumento de la resistencia térmica del sistema; normalmente el fabricante no puede predecir la naturaleza del depósito de suciedad o la velocidad de crecimiento de las incrustaciones, limitándose únicamente a garantizar la eficiencia de los intercambiadores limpios.

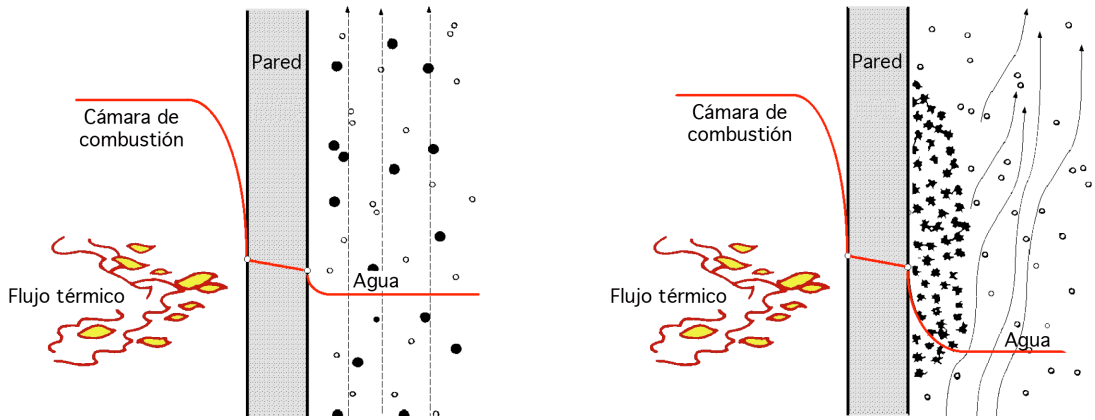

Fig XV.12.- Transmisión de calor entre la cámara de combustión y el agua de una caldera con incrustaciones calcáreas

La resistencia térmica del depósito se determina a partir de ensayos reales o de la experiencia. Si se realizan ensayos de rendimiento en un intercambiador limpio y se repiten después de que el aparato haya estado en servicio durante algún tiempo, se puede determinar la resistencia térmica del depósito (o factor de incrustación) R_{Sucio} mediante la relación:

$$R_{Sucio} = R_{Func} - R_{Limpio} = \frac{1}{U_{Func}} - \frac{1}{U_{Limpio}} \quad \Rightarrow \quad U_{Func} = \frac{1}{R_{Sucio} + \frac{1}{U_{Limpio}}}$$

siendo: $R_{Sucio} = R_e + R_i \frac{A_e}{A_i}$; $U_{Limpio} = \frac{1}{\frac{1}{h_{ce}} + R_{equiv} + \frac{1}{h_{ci}} \frac{A_e}{A_i}}$

La expresión del coeficiente global de transmisión de calor U_{Func} en funcionamiento al cabo de un tiempo, referida a la sección exterior A_e es:

$$U_{func} = \frac{1}{\frac{1}{h_{ce}} + R_e + R_{equiv} + \frac{R_i \, A_e}{A_i} + \frac{A_e}{h_{ci} \, A_i}}$$

en la que:

U_{limpio} es el coeficiente global de transmisión de calor del intercambiador limpio, respecto a la sección exterior

$U_{suc.}$ *es el coeficiente global de transmisión de calor del intercambiador después de producirse el depósito*

h_{ce} *es el coeficiente de convección medio del fluido en la superficie exterior del tubo*

h_{ci} *es el coeficiente de convección medio del fluido en el interior del tubo*

R_e *es la resistencia unitaria del depósito de suciedad en el exterior del tubo*

R_i *es la resistencia unitaria del depósito de suciedad en el interior del tubo*

R_{equiv} *es la resistencia unitaria del tubo, en la que no se han considerado los depósitos de suciedad interior y exterior y el material del tubo, en* $m^2°K/W$*, basada en la superficie exterior del tubo.*

En la Tabla XV.1 se dan algunos ejemplos de factores de resistencia por ensuciamiento normales que se aplican en la ecuación anterior.

Tabla XV.1.- Factores de resistencia por ensuciamiento normales

Tipo de fluido	R_{equiv} $(m^2°K/W)$
Agua de mar por debajo de 325°K	*0,0009*
Agua de mar por encima de 325°K	*0,0003*
Agua alimentación calderas por encima de 325°K	*0,0005*
Agua de río	*0,001-0,004*
Agua condensada en un ciclo cerrado	*0,0005*
Agua de torre de refrigeración tratada	*0,001-0,002*
Gasóleo ligero	*0,0020*
Gasóleo pesado	*0,0030*
Asfalto	*0,0050*
Gasolina	*0,0010*
Queroseno	*0,0010*
Soluciones cáusticas	*0,0020*
Fluido hidráulico	*0,0010*
Sales fundidas	*0,0005*
Aceite para temple	*0,0007*
Gases de escape de un motor	*0,0100*
Aceite combustible	*0,0050*
Aceite para transformadores	*0,0010*
Aceites vegetales	*0,0030*
Vapores de alcohol	*0,0001*
Vapor, cojinetes sin aceite	*0,0005*
Vapor, con aceite	*0,0010*
Vapores refrigerantes, con aceite	*0,0020*
Aire comprimido	*0,0010*
Líquido refrigerante	*0,0010*

XV.4.- TRANSMISIÓN DE CALOR ENTRE FLUIDOS EN MOVIMIENTO, A TEMPERATURAS VARIABLES, A TRAVÉS DE UNA PARED

Para determinar la transferencia de calor por unidad de tiempo, y admitiendo que el calor cedido por un fluido es totalmente absorbido por el otro, (no hay pérdidas térmicas), se puede hacer el siguiente balance de energía:

$$Q = m_C \ c_{pC} \ (T_{C1} - T_{C2}) = m_F \ c_{pF} \ (T_{F2} - T_{F1})$$

Si se toma a ambos lados de la pared un elemento de superficie *dA*, Fig XV.13, en una misma

sección transversal se puede suponer que ambos fluidos toman las temperaturas T_C y T_F en estos elementos diferenciales.

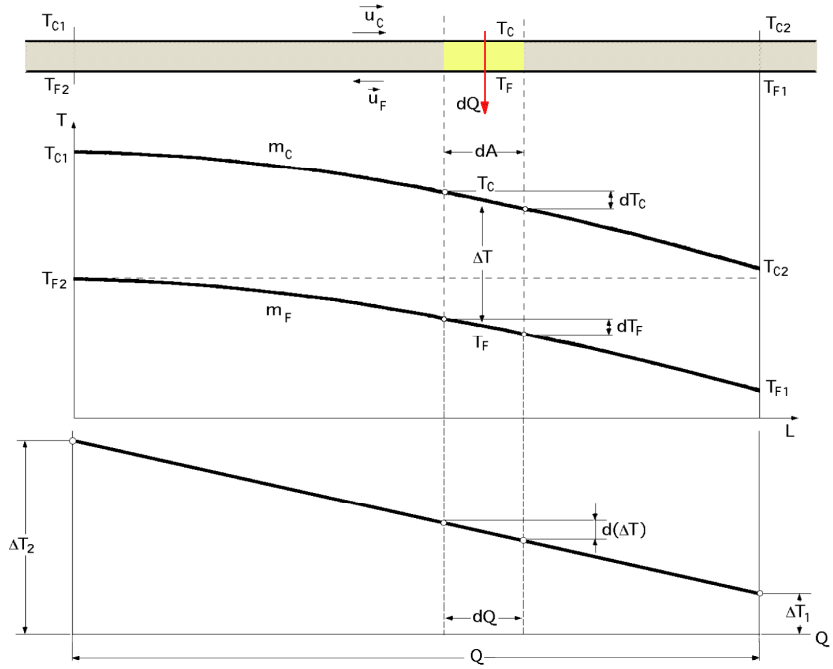

Fig XV.13.- Distribución de temperaturas en intercambiadores de calor con flujos en contracorriente y de un solo paso de tubos

Haciendo $\Delta T = T_C - T_F$, es evidente que la cantidad de calor que pasa del fluido caliente al frío, por unidad de tiempo es:

$$dQ = U\, dA\, \Delta T = m_C\ c_{pC}\ dT_C = m_F\ c_{pF}\ dT_F$$

Si se define un parámetro $\phi = \dfrac{m_C\ c_{pC}}{m_F\ c_{pF}} = \dfrac{dT_F}{dT_C} = \dfrac{C_C}{C_F}$, que va a intervenir directamente a lo largo del proceso, y teniendo en cuenta que:

$$d(\Delta T) = dT_C - dT_F \quad \Rightarrow \quad \frac{d(\Delta T)}{dT_C} = 1 - \frac{dT_F}{dT_C} = 1 - \phi \quad \Rightarrow \quad dT_C = \frac{d(\Delta T)}{1 - \theta}$$

resulta:

$$U\, dA\, \Delta T = m_C\ c_{pC}\ dT_C = m_C\ c_{pC}\ \frac{d\,(\Delta T)}{1 - \phi} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad m_C\ c_{pC} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = U\, dA\, (1 - \phi) \quad \Rightarrow \quad m_C\ c_{pC} \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = U\, A\, (1 - \phi)$$

$$m_C\ c_{pC}\ ln\ \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = U\, (1 - \phi)\, A = \left| \begin{array}{l} \Delta T_2 = T_{C1} - T_{F2} \ \ ; \ \ \Delta T_1 = T_{C2} - T_{F1} \\ 1 - \phi = \dfrac{d(\Delta T)}{dT_C} = \dfrac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{C1} - T_{C2}} \end{array} \right| = U\, A\, \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{C1} - T_{C2}}$$

$$Q = m_C \; c_{pC} \; (T_{C1} - T_{C2}) = U\,A\,\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{ln\,\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} = U\,A\,(LMTD)$$

en la que la expresión $\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{ln\,\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} = (LMTD)$ *es la temperatura media logarítmica, (Logarithmic mean temperature difference).*

De otra forma.- Considerando la Fig XV.13, con U constante y la diferencia de temperaturas ΔT variando entre ΔT_2 y ΔT_1, función de Q, se tiene:

$$\int \frac{d(\Delta T)}{dQ} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{Q} = \int \frac{d(\Delta T)}{U\,dA\,\Delta T} = \frac{1}{U\,A} \int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = \frac{1}{U\,A}\, ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \quad \Rightarrow \quad Q = U\,A\,\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{ln\,\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

Cuando el coeficiente global de transmisión de calor U varíe mucho de un extremo a otro del intercambiador, no es posible representarle por este valor; si se admite que U varía linealmente con la diferencia de temperaturas ΔT se puede poner: $U = a + b\,\Delta T$, por lo que:

$$\int \frac{d(\Delta T)}{dQ} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{Q} = \left| \; U = a + b\,\Delta T \; \right| = \int \frac{d(\Delta T)}{U\,dA\,\Delta T} = \int \frac{d(\Delta T)}{(a + b\,\Delta T)\,dA\,\Delta T} = \frac{1}{A}\,\left(\frac{1}{a}\, ln\, \frac{\Delta T}{a + b\,\Delta T}\right)_{\Delta T_1}^{\Delta T_2}$$

$$Q = A\,(\Delta T_2 - \Delta T_1)\,\left(\frac{a}{ln\frac{\Delta T}{a + b\,\Delta T}}\right)_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} = A\,(\Delta T_2 - \Delta T_1)\,a\, ln\, \frac{\frac{\Delta T_1}{a + b\,\Delta T_1}}{\frac{\Delta T_2}{a + b\,\Delta T_2}} = \left| \begin{array}{c} U_1 = a + b\,\Delta T_1 \\ U_2 = a + b\,\Delta T_2 \\ \frac{1}{a} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2} \end{array} \right| =$$

$$= A\,(\Delta T_2 - \Delta T_1)\,a\, ln\, \frac{U_2\,\Delta T_1}{U_1\,\Delta T_2} = \ldots = A\,\frac{U_1\,\Delta T_2 - U_2\,\Delta T_1}{ln\,\frac{U_1\,\Delta T_2}{U_2\,\Delta T_1}}$$

Cuando se tienen intercambiadores complejos, como los de carcasa y tubos, con varios pasos de tubos por la carcasa, y/o varias carcasas, o intercambiadores de flujo cruzado, la deducción analítica de una expresión para la diferencia media de temperaturas es complicada.

Casos particulares

- Si las capacidades caloríficas de los fluidos son iguales, las diferencias de temperaturas en contracorriente resultan iguales y $\Delta T = \Delta T_1 = \Delta T_2$ *, por lo que para salvar la indeterminación 0/0 en el valor de la (LMTD), hay que aplicar la regla de L´Hôpital.*

$$Q = U\,A\,\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{ln\,\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} = \frac{0}{0} = \left| \; \Delta T_2 = x\,\Delta T_1 \; \right| = U\,A\,\Delta T_1\,\frac{x - 1}{ln\,x} = \left| \; L'\,Hôpital \; \right| = U\,A\,\Delta T_2$$

- *Si la diferencia de temperaturas ΔT_1 no es mayor que un 50% de ΔT_2*, es decir:

$$\Delta T_1 < \frac{\Delta T_2}{2} \quad \Rightarrow \quad T_{C2} - T_{F1} \leq \frac{T_{C1} - T_{F2}}{2}$$

la diferencia de temperaturas media aritmética $(T_C - T_F)$ no difiere de la (LMTD) en más de un 1% y se puede utilizar en lugar de ella para simplificar los cálculos.

Factor de corrección de la (LMTD).- Para intercambiadores de calor complicados, la determinación de ΔT no es tan sencilla, aunque el procedimiento es el mismo que para el intercambiador (1-1) en contracorriente.

Para determinar el valor de ΔT del intercambiador (1-2) de la Fig XV.5.b, se considera una superficie de intercambio térmico de tubería dA, pudiéndose escribir las siguientes expresiones:

$$dQ = C_C \; dT_C = C_F \; (dT_{Fa} - dT_{Fb}) = U \, dA \, \{(T_C - T_{Fa}) + (T_C - T_{Fb})\}$$

Eliminando dos cualesquiera de las tres temperaturas, que son desconocidas, por ejemplo T_{Fa} y T_{Fb}, se obtiene una ecuación diferencial en T_C que se resuelve teniendo en cuenta el balance calorífico total del intercambiador:

$$C_C \; (T_{C1} - T_{C2}) = C_F \, (T_{F2} - T_{F1})$$

La expresión que proporciona el calor transmitido en el intercambiador (1-2) es:

$$Q = U A \, \frac{\sqrt{(T_{C1} - T_{C2})^2 + (T_{F2} - T_{F1})^2}}{ln \, \dfrac{(T_{C1} + T_{C2}) - (T_{F1} + T_{F2}) + \sqrt{(T_{C1} - T_{C2})^2 + (T_{F2} - T_{F1})^2}}{(T_{C1} + T_{C2}) - (T_{F1} + T_{F2}) - \sqrt{(T_{C1} - T_{C2})^2 + (T_{F2} - T_{F1})^2}}} =$$

$$= U A F \, \frac{(T_{C1} - T_{C2}) - (T_{F2} - T_{F1})}{ln \, \dfrac{T_{C1} - T_{F2}}{T_{C2} - T_{F1}}} = U A F \, \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{ln \, \dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} = U A F \, (LMTD)$$

siendo $\begin{cases} \Delta T_2 = T_{C1} - T_{F2} \\ \Delta T_1 = T_{C2} - T_{F1} \end{cases}$, y en la que la temperatura media logarítmica verdadera es $\Delta T = F \, (LMTD)$, observándose que, aparte de su complejidad, la diferencia media de temperaturas es función de las cuatro temperaturas de los dos fluidos, dos de entrada y dos de salida; para intercambiadores más complejos, la expresión de ΔT se complica.

La expresión anterior se simplifica utilizando las siguientes relaciones adimensionales:

Coeficiente de efectividad: $P = \dfrac{T_{F1} - T_{F2}}{T_{F1} - T_{C1}}$

Relación de capacidades térmicas: $Z = \dfrac{m_F \; c_{pF}}{m_C \; c_{pC}} = \dfrac{C_F}{C_C} = \dfrac{T_{C1} - T_{C2}}{T_{F2} - T_{F1}} = \dfrac{1}{\phi}$

que permiten obtener la diferencia media de la temperatura como una función de *F(P,Z)* y de la temperatura logarítmica media calculada (LMTD) para el caso de flujos en contracorriente para un solo paso de tubos por la carcasa, ecuación que se ha representado en la Fig XV.14a, en la forma:

$$F = \frac{\sqrt{(T_{C1} - T_{C2})^2 + (T_{F2} - T_{F1})^2}}{ln \frac{(T_{C1} + T_{C2}) - (T_{F1} + T_{F2}) + \sqrt{(T_{C1} - T_{C2})^2 + (T_{F2} - T_{F1})^2}}{(T_{C1} + T_{C2}) - (T_{F1} + T_{F2}) - \sqrt{(T_{C1} - T_{C2})^2 + (T_{F2} - T_{F1})^2}}} \Big/ \frac{(T_{C1} - T_{C2}) - (T_{F2} - T_{F1})}{ln \frac{T_{C1} - T_{F2}}{T_{C2} - T_{C1}}} = \frac{\sqrt{Z^2 + 1}}{Z - 1} \frac{ln \frac{1 - P}{1 - PR}}{ln \frac{2 - P(Z + 1 - \sqrt{Z^2 + 1})}{2 - P(Z + 1 + \sqrt{Z^2 + 1})}}$$

En general, para modificar el (LMTD) en cualquier otro tipo de disposición, se utilizan los factores de corrección *F(P,Z)* obtenidos mediante las gráficas representadas en las Figs XV.14, en las que el eje de abscisas es el valor de *P* y la ordenada en cada una de ellas es el factor de corrección *F* correspondiente a cada caso estudiado, para distintos valores de *Z*.

El coeficiente de efectividad P es un indicativo de la eficiencia del intercambio térmico y puede variar desde 0, en el caso en que la temperatura se mantenga constante en uno de los fluidos, a la unidad, en el caso en que la temperatura de entrada del fluido más caliente, sea igual a la de salida del fluido más frío, $T_{C1} = T_{F2}$.

Para la aplicación de los factores de corrección en flujos paralelos carece de importancia el que sea el fluido más caliente, o el más frío, el que fluya por el interior de los tubos. Si la temperatura de cualquiera de los fluidos permanece constante, carece también de importancia el sentido del flujo, puesto que *F* será la unidad, y por lo tanto, se aplicará directamente la (LMTD).

Si en un intercambiador de flujos cruzados la temperatura de uno de los fluidos es constante, se aplica directamente la (LMTD) sin factor de corrección, como si los flujos fuesen en contracorriente; pero si la temperatura de los dos fluidos es variable, las condiciones no se pueden asimilar a las del flujo en contracorriente, sino que se considera como flujo cruzado y, por lo tanto, habrá que proceder a su rectificación mediante el factor *F* de corrección correspondiente.

Para un intercambiador (1-2) la caída de la temperatura media y la capacidad del intercambiador, son menores que las correspondientes a un intercambiador en contracorriente con la misma (LMTD). *En el intercambiador (1-2) una parte del calor se intercambia en contracorriente y otra en equicorriente, por lo que existen ciertos valores de la efectividad P que no se pueden alcanzar, ni aún considerando intercambiadores de superficie A infinita.*

Desde un punto de vista económico, y para cualquier intercambiador, cuando la relación de capacidades caloríficas sea Z < 0,75 no se debe utilizar ese tipo de intercambiador, ya que no segui-

ría exactamente las suposiciones hechas en la construcción de las gráficas; esta consideración restringe aún más la efectividad máxima del intercambiador de calor, pudiéndose obtener situaciones en las que los valores de las temperaturas en los extremos del intercambiador sean tales que los valores correspondientes de P y Z no proporcionen ninguna solución para F, o bien, sean inferiores a 0,75, por lo que habría que ir a otra disposición de carcasa y tubos. Hay que tener en cuenta que la lectura del valor de F en las gráficas puede resultar errónea, sólo conque se incurra en un error pequeño al calcular la efectividad P, hecho que se resuelve en parte utilizando el concepto de (NTU).

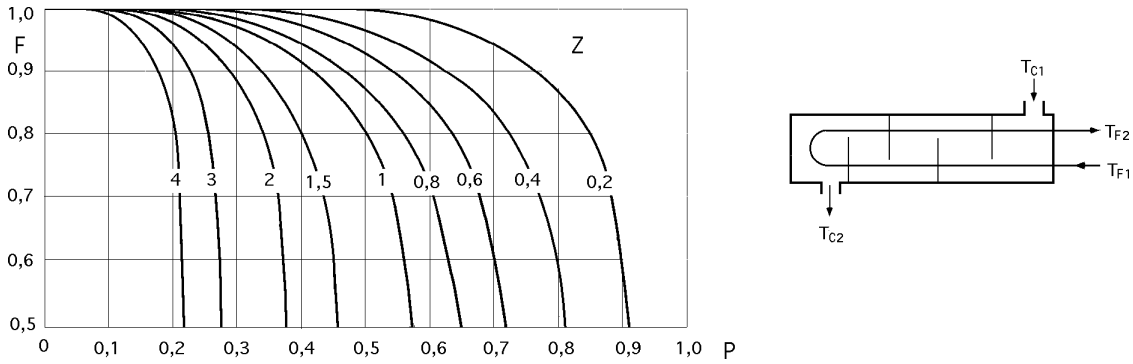

Fig XV.14a.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador en contracorriente (1-2), o un múltiplo par de pasos de tubos

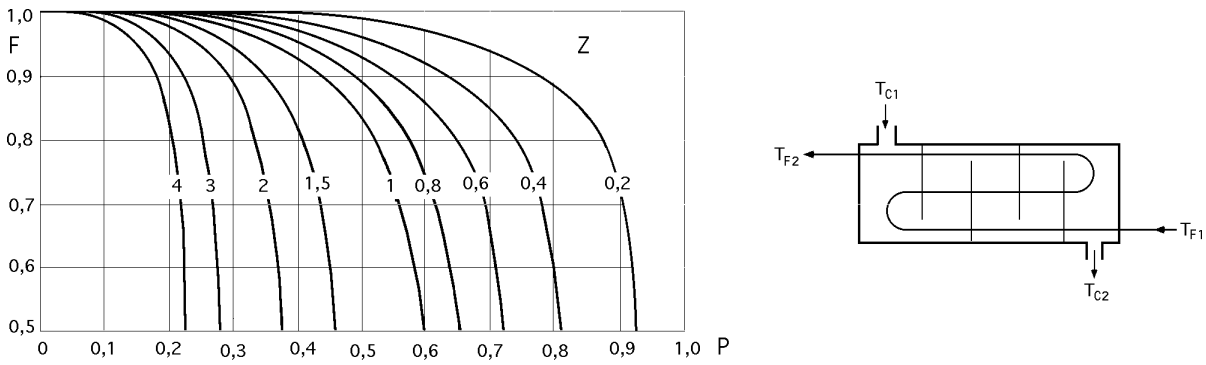

Fig XV.14b.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador (1-3), con dos de los pasos en contracorriente

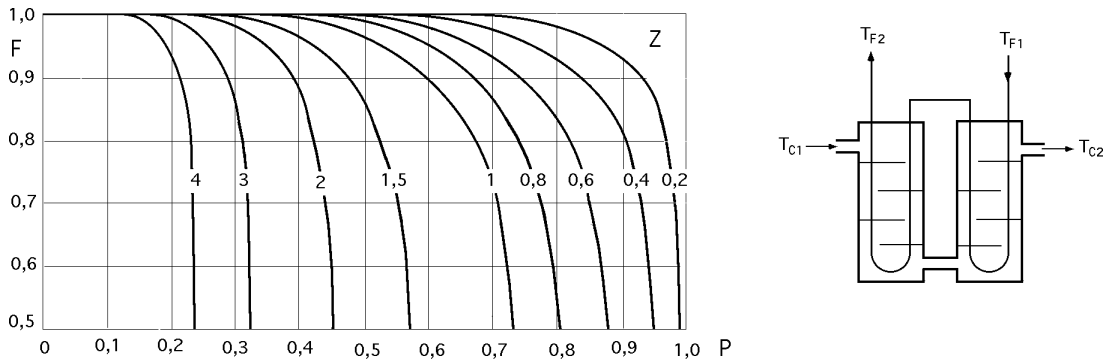

Fig XV.14c.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador en contracorriente (2-4) y un múltiplo par de pasos de tubos

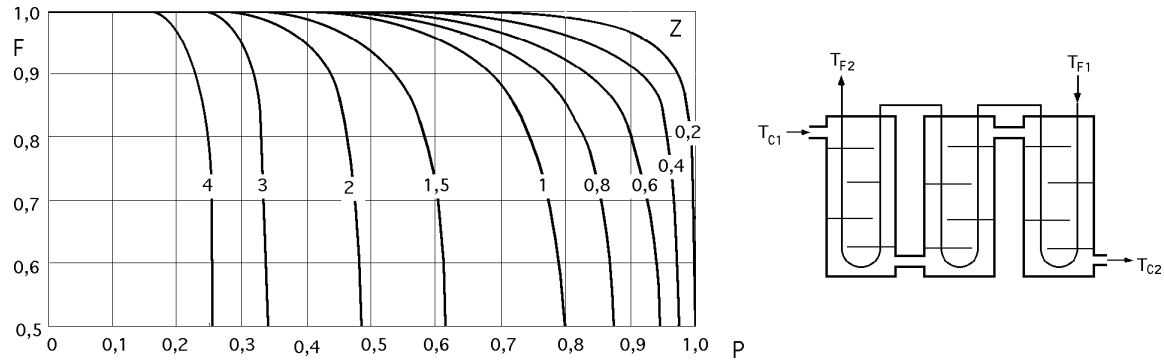

Fig XV.14d.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador (3-2), o un múltiplo par de pasos de tubos

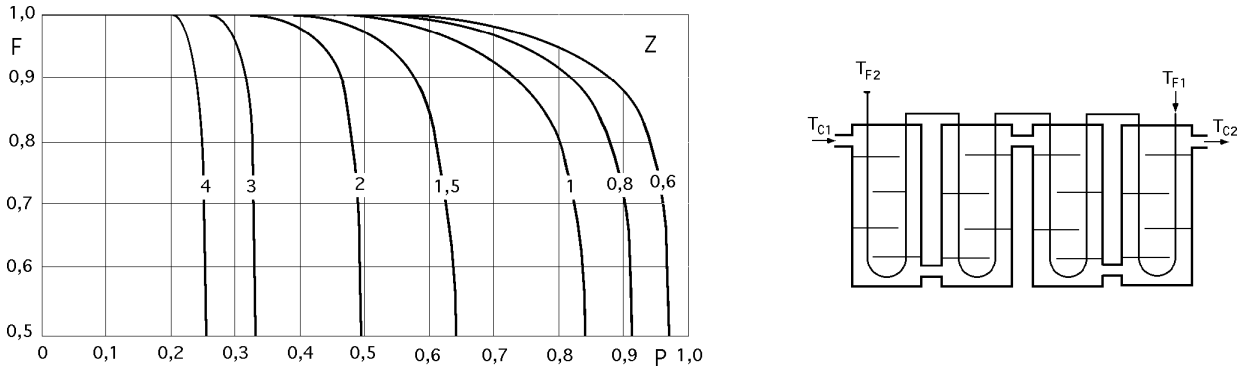

Fig XV.14e.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador (4-2), o un múltiplo par de pasos de tubos

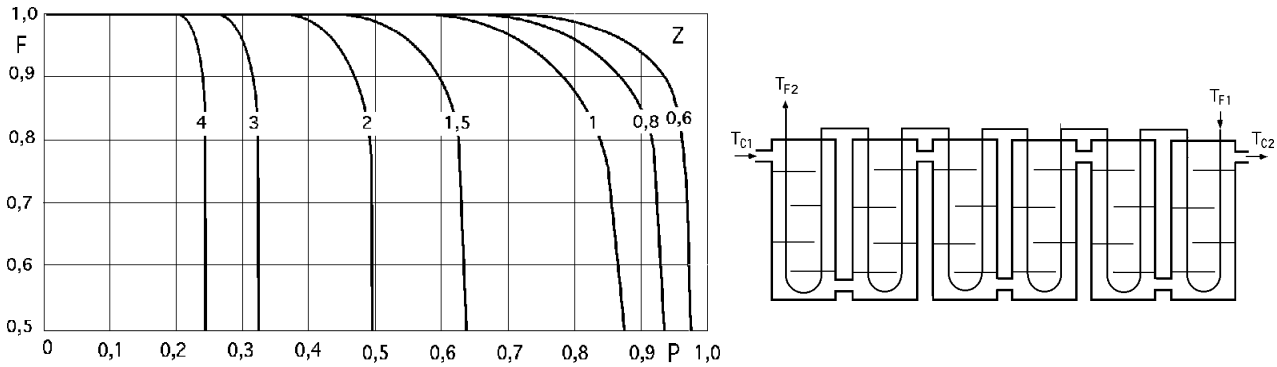

Fig XV.14f.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador (6-2), o un múltiplo par de pasos de tubos

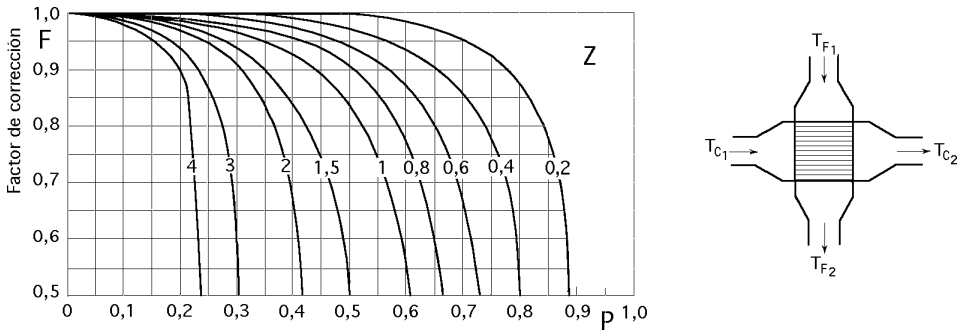

Fig XV.14g.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador de flujos cruzados, con mezcla de un fluido en la parte de la carcasa y sin mezcla del otro fluido, y un paso de tubos

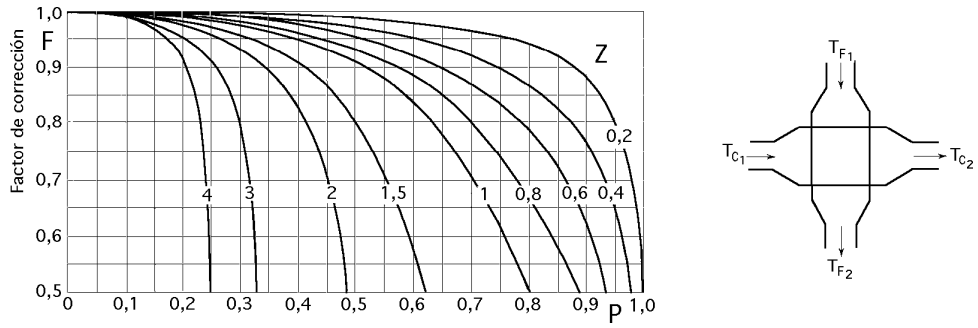

Fig XV.14h.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador de flujos cruzados, mezcla de ambos fluidos y un paso de tubos

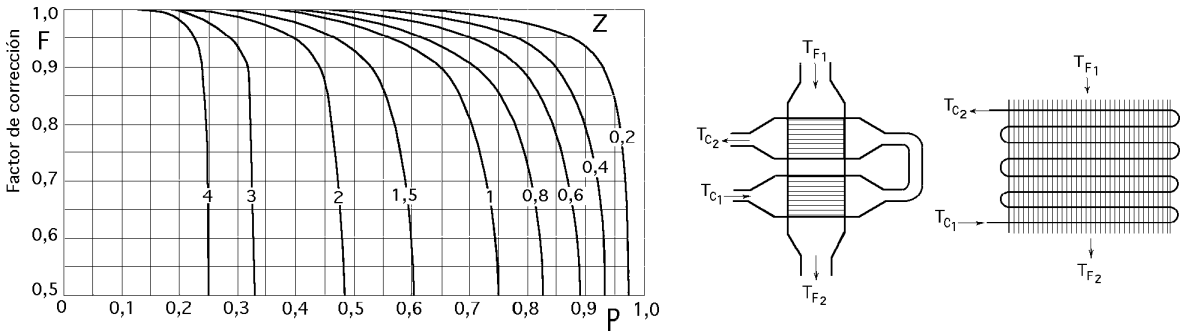

Fig XV.14i.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador de flujos cruzados,
con mezcla de un fluido en la parte de la carcasa y sin mezcla del otro fluido, y un múltiplo de 2 pasos de tubos

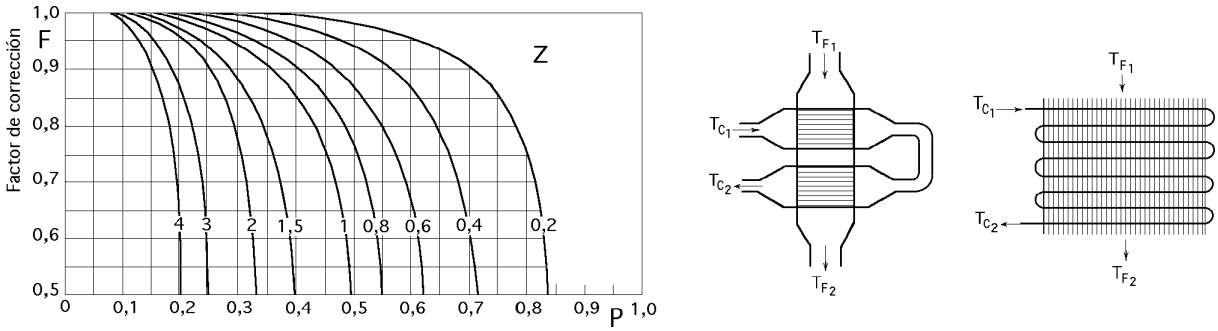

Fig XV.14j.- Factor de corrección de la (LMTD) en un intercambiador de flujos cruzados,
con mezcla de un fluido en la parte de la carcasa y sin mezcla del otro fluido, y un múltiplo de 2 pasos de tubos