PROBLEMAS
DE
BOMBAS CENTRÍFUGAS

1.- Una bomba centrífuga tiene un rodete de dimensiones: $r_1 = 75$ mm; $r_2 = 200$ mm ; $\beta_1 = 50^o$; $\beta_2 = 40^o$

La anchura del rodete a la entrada es, $b_1 = 40$ mm y a la salida, $b_2 = 20$ mm

Se puede suponer que funciona en condiciones de rendimiento máximo

Rendimiento manométrico, 0,78

Determinar, para un caudal q = 0,1 m^3/seg lo siguiente:

a) Los triángulos de velocidades y número de r.p.m. a que girará la bomba

b) La altura total que se alcanzará a chorro libre

c) El par motor y potencia comunicada al líquido

d1) Las pérdidas internas y elevación de la presión al pasar el agua por el rodete, en el supuesto de que las pérdidas en el mismo son nulas

d2) Las pérdidas internas y elevación de la presión al pasar el agua por el rodete, en el supuesto de que las pérdidas en el mismo son un 40% de las totales ; rendimiento de la voluta

e) Curva característica

RESOLUCIÓN

a) Triángulos de velocidades

Entrada:

$$c_1 = c_{1m} = \frac{q}{2\pi r_1 b_1} = \frac{0{,}1\ m^3/seg}{2\pi \times 0{,}075\ m \times 40.10^{-3}\ m} = 5{,}305\ m/seg$$

$$\frac{c_1}{u_1} = \frac{w_1 \operatorname{sen}\beta_1}{w_1 \cos\beta_1} = \operatorname{tg}\beta_1 \quad \Rightarrow \quad u_1 = \frac{c_1}{\operatorname{tg}\beta_1} = \frac{5{,}305}{\operatorname{tg}50} = 4{,}45\ m/seg \qquad ;$$

$$w_1 = \frac{c_{1m}}{\operatorname{sen}\beta_1} = \frac{5{,}305}{\operatorname{sen}50^o} = 6{,}925\ m/seg$$

$$N^o \text{de revoluciones por minuto: } n = \frac{30\,u_1}{\pi\, r_1} = \frac{30 \times 4{,}45}{\pi \times 0{,}075} = 566{,}6$$

Salida:

$$c_{2m} = \frac{q}{2\pi r_2 b_2} = \frac{0{,}1}{2\pi \times 0{,}2 \times 0{,}02} = 3{,}978\ m/seg$$

$$c_{2n} = u_2 - w_2 \cos\beta_2 = \left| \begin{array}{l} w_2 = \dfrac{c_{2m}}{\operatorname{sen}\beta_2} = \dfrac{3{,}978}{\operatorname{sen}40^o} = 6{,}189\ m/seg \\ u_2 = u_1 \dfrac{r_2}{r_1} = 4{,}45\ \dfrac{200}{75} = 11{,}87\ m/seg \end{array} \right| = 11{,}87 - 6{,}189 \cos 40^o = 7{,}12\ \frac{m}{seg}$$

$$c_2 = \sqrt{c_{2m}^2 + c_{2n}^2} = \sqrt{3{,}978^2 + 7{,}12^2} = 8{,}156\ m/seg$$

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{c_{2m}}{c_{2n}} = \frac{3{,}978}{7{,}12} = 0{,}5587 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha_2 = 29{,}19^o}$$

b) Altura total que se alcanzará a chorro libre: $H_{t(máx)}$ $\Rightarrow$ que no hay tubería de impulsión

$$H_{t(máx)} = \frac{u_2\ c_{2n}}{g} = \frac{11{,}87 \times 7{,}12}{g} = 8{,}624\ m$$

c) Par motor:

$$C = \frac{\gamma\, q}{g}\, r_2\ c_{2n} = \frac{1000\ kg/m^3 \times 0{,}1\ m^3/seg}{g} \times 0{,}2\ m \times 7{,}12\ \frac{m}{seg} = 14{,}53\ mkg$$

Potencia comunicada a la bomba:

$$N = C\,w = 14{,}53\ \frac{u_1}{r_1} = 14{,}53\ (m.Kg)\ \frac{4{,}45}{0{,}075} = 862{,}11\ Kgm/seg = 11{,}5\ CV$$

Potencia comunicada por la bomba al líquido (en el supuesto de $\eta_{vol} = 1$):

$$N_h = \gamma\, q_1\, H_t = 1000\ Kg/m^3 \times 0{,}1\ m^3/seg \times 8{,}624\ m = 862{,}4\ Kgm/seg = 11{,}5\ CV$$

d1) Pérdidas internas:

$$\Delta i = H_t - H_m = \left| \eta_{man} = \frac{H_m}{H_t} \right| = H_t\,(1 - \eta_{man}) = 8,624 \times (1 - 0,78) = 1,897$$

Elevación de la presión al pasar el agua por el rodete, si las pérdidas en el mismo son nulas

$$H_m = (\frac{c_S^2}{2\,g} + \frac{p_S}{\gamma} + z_S) - (\frac{c_E^2}{2\,g} + \frac{p_E}{\gamma} + z_E) = H_t - \Delta i = H_t\,\eta_{man} = 8,624 \times 0,78 = 6,727 \text{ m}$$

$$H_t = (\frac{c_2^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + r_2) - (\frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + r_1) + h_r = (\frac{8,156^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0,2) - (\frac{5,305^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0,075) + 0 = 8,624 \text{ m}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = 6,54 \text{ m}$$

En el supuesto de considerar que las velocidades c_S y c_E sean iguales, así como z_S y z_E, la altura de presión total creada en la bomba es:

$$\frac{p_S - p_E}{\gamma} = H_{man} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \text{Altura de presión creada en la voluta}$$

La altura de presión creada en la voluta es $= H_{man} - \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = 6,727 - 6,54 = 0,187$ m

d2) Elevación de la presión al pasar el agua por el rodete, si las pérdidas en el mismo son un 40% de las totales y rendimiento de la voluta

$$(\frac{8,156^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0,2) - (\frac{5,305^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0,075) = H_t - h_r = H_t - 0,4\,\Delta i = 8,624 - (0,4 \times 1,897) = 7,865 \text{ m}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} + (3,594 - 1,511) = 7,865 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = 5,782 \text{ m.c.a.} \;\; ; \;\; \Delta p_{rodete} = 0,5782 \frac{Kg}{cm^2}$$

En el supuesto de considerar que las velocidades c_S y c_E sean iguales, así como z_S y z_E, se tiene:

$$\text{Altura de presión creada en la voluta} = H_{man} - \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = 6,727 - 5,782 = 0,945 \text{ m}$$

$$\text{Altura dinámica creada en el rodete} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2\,g} = \frac{8,156^2 - 5,305^2}{2\,g} = 1,958 \text{ m}$$

$$\text{Rendimiento de la voluta} = \frac{H_{p\ voluta}}{H_{d\ rodete}} = \frac{H_{p\ voluta}}{\frac{c_2^2 - c_1^2}{2\,g}} = \frac{0,945}{1,958} = 0,483$$

f) Curva característica:

$$H_m = A - B\,q - C\,q^2 = \left| \begin{array}{l} A = \frac{u_2^2}{g} = \frac{11,87^2}{9,8} = 14,42 \\ B = \frac{u_2\ \text{cotg}\,\beta_2}{k_2\,g\,\Omega_2} = \frac{u_2\ \text{cotg}\,\beta_2}{k_2\ g\ 2\,\pi\,r_2 b_2} = \frac{11,87 \times \text{cotg}\,40}{9,8 \times 2\,\pi \times 0,2 \times 0,02} = 57,43 \\ C\,q^2 = \Delta i = 1,897 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1,897}{q^2} = \frac{1,897}{0,1^2} = 189,7 \end{array} \right| = 14,42 - 57,43\,q - 189,7\,q^2$$

$$\text{Comprobación del rendimiento manométrico : } \eta_{man} = \frac{H_m}{H_t} = 1 - \frac{C\,q^2}{A - B\,q} = 1 - \frac{1,897}{14,42 - (57,43 \times 0,1)} = 0,78$$

****

2.- Una bomba centrífuga tiene un punto de funcionamiento, en condiciones de rendimiento máximo, dado por un caudal de 2400 litros / minuto y H_m= 60 m; las pérdidas internas de la bomba equivalen a 5 veces la energía cinética relativa a la salida del agua de la bomba, y las pérdidas en la tubería equivalen a 15 q^2. El diá-

metro a la salida de la bomba es d_2 = 0,2 m, y la sección útil de salida del rodete es $\Omega_2 = 0{,}2\ d_2^2$. El rendimiento manométrico es 0,75.

Determinar:

a) El valor de las pérdidas internas de la bomba

b) El valor del ángulo β_2 a la salida

c) La velocidad tangencial a la salida y el número de rpm de la bomba

d) La potencia útil y el par motor

e) El número específico de revoluciones

RESOLUCIÓN

a) Pérdidas internas de la bomba: $\Delta i = 5\,\dfrac{w_2^2}{2\,g}$

b) Valor del ángulo β_2 a la salida

$$\mu_{man} = \frac{H_m}{H_t} = \frac{H_m}{H_m + \Delta i} \quad \Rightarrow \quad \Delta i = \frac{H_m}{\eta_{man}} - H_m = \frac{60}{0{,}75} - 60 = 20\ m = 5\,\frac{w_2^2}{2\,g} \quad \Rightarrow \quad w_2 = 8{,}85\,\frac{m}{seg}$$

$$\text{sen}\ \beta_2 = \frac{c_{2m}}{w_2} = \left| c_{2m} = \frac{q}{\Omega_2} = \frac{2{,}4/60\ (m^3/seg)}{0{,}2\ d_2^2} = \left| d_2 = 0{,}2\ m \right| = 5\ m/seg \right| = \frac{5}{8{,}85} = 0{,}56 \quad \Rightarrow \quad \beta_2 = 34{,}4^o$$

c) Velocidad tangencial a la salida y número de rpm de la bomba

$$H_{t_{máx}} = \frac{H_{man}}{\eta_{man}} = \frac{60}{0{,}75} = 80\ m$$

Condición de rendimiento máximo: $\alpha_1 = 90^o$

$$H_{t(máx)} = 80\ m = \frac{u_2\,c_2\cos\alpha_2}{g} = \left| c_2\cos\alpha_2 = u_2 - w_2\cos\beta_2 \right| = \frac{u_2\,\{u_2 - w_2\cos\beta_2\}}{g}$$

$$u_2^2 - u_2 w_2\cos\beta_2 - 80\,g = 0 \quad \Rightarrow \quad u_2^2 - u_2\,(8{,}85 \times \cos 34{,}4^o) - 80g = 0 \quad \Rightarrow \quad u_2 = 31{,}88\ m/seg$$

$$u_2 = \frac{d_2\,w}{2} = \frac{d_2\,\pi\,n}{60} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{60\,u_2}{d_2\,\pi} = \frac{60 \times 31{,}88}{0{,}2\ \pi} = 3044\ rpm$$

d) ***Potencia útil:***

$$N_u = \gamma\ q\ H_{man} = 1000\ \frac{kg}{m^3}\ \frac{2{,}4}{60}\ \frac{m^3}{seg}\ 60\ m = 2400\ \frac{Kgm}{seg} = 32\ CV$$

Potencia aplicada al eje de la bomba:

$$N = \frac{N_h}{\eta_{mec}} = \frac{N_u}{\eta} = \left| \eta_{mec} = \eta_{vol} = 1 \right| = \frac{N_u}{\eta_{man}} = \frac{32}{0{,}75} = 42{,}67\ CV$$

$$\text{Par motor}: C = \frac{\gamma\,q}{g}\,c_{2n}\,r_2 = \left| c_{2n} = \frac{80\,g}{u_2} = \frac{80\,g}{31{,}88} = 24{,}59 \right| = \frac{1000 \times (2{,}4/60)}{g}\,(24{,}59 \times 0{,}1) = 10\ mkg$$

ó también: $C = \dfrac{N}{w} = \dfrac{30\,N}{\pi\,n} = \dfrac{30 \times 42{,}67 \times 75}{3044\,\pi} = 10\ m.kg$

e) ***Nº específico de revoluciones:***

f) $n_s = \dfrac{n\sqrt{N}}{H_m^{5/4}} = \dfrac{3044\ \sqrt{42{,}67}}{60^{5/4}} = 119{,}07\ rpm \quad ; \quad n_q = \dfrac{n\sqrt{q}}{H_m^{3/4}} = \dfrac{3044\ \sqrt{2{,}4/60}}{60^{3/4}} = 28{,}24\ rpm$

****

3.- Una bomba centrífuga tiene el siguiente punto de funcionamiento: q = 50 litros/seg ; H_m = 100 m ; n = 1500 rpm ; η_m = 0,67 ; N = 100 CV

Se quiere bajar a una galería de una mina en donde va a funcionar a un mayor número de revoluciones.

El coeficiente de seguridad de la bomba por el aumento de presión se supone es 2,5 y el coeficiente de seguridad del par en el eje igual a 2.

Determinar:

a) La altura manométrica que proporcionará la bomba

β) La potencia que consume

c) El caudal que impulsará

RESOLUCIÓN

Relaciones de semejanza para la misma bomba en superficie y fondo de la mina:

$$\frac{n_{superficie}}{n'_{mina}} = \frac{q}{q'} = \sqrt[3]{\frac{N}{N'}} = \sqrt{\frac{C}{C'}} = \sqrt{\frac{H_m}{H'_m}}$$

Hay que hallar la relación de velocidades y elegir la más conveniente:

$$\Delta_{presión} = \begin{cases} p = \gamma\, H_m \\ p' = \gamma\, H'_m \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{p}{p'} = \frac{H_m}{H'_m} = (\frac{n}{n'})^2 = \frac{1}{2,5} = 0,4 \quad \Rightarrow \quad n' = \frac{n}{\sqrt{0,4}} = \frac{1500}{\sqrt{0,4}} = 2371$$

$$\Delta_{par\ motor} \quad \Rightarrow \quad \frac{C}{C'} = (\frac{n}{n'})^2 = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad n' = \frac{n}{\sqrt{0,5}} = \frac{1500}{\sqrt{0,5}} = 2121$$

La situación que impone una mayor seguridad es: C´= 2 C, por cuanto el nº de rpm es menor.

Altura manométrica que proporciona la bomba:

$$H'_m = H_m \frac{n'^2}{n^2} = 100 \times 2 = 200\ m$$

b) Potencia: $N' = N\,(\frac{n'}{n})^3 = 100 \times 2^{3/2} = 282,8\ CV$

c) Caudal que impulsa $\frac{q}{q'} = \frac{n}{n'} = \sqrt{0,5} = 0,707 \quad \Rightarrow \quad q' = \frac{n'}{n}\, q = \frac{q}{0,707} = \frac{50}{0,707} = 70,72\ \frac{lit}{seg}$

****

4.- Dado un modelo de bomba centrífuga de 1.000 CV y n = 1200 r.p.m. cuya curva característica es de la forma, $H_m = 180 - 375\ q^2$, se acopla a una tubería de impulsión de curva característica $\Delta e = 15\ q^2$.

Determinar:

a) El punto de funcionamiento, para elevar agua a 120 metros de altura

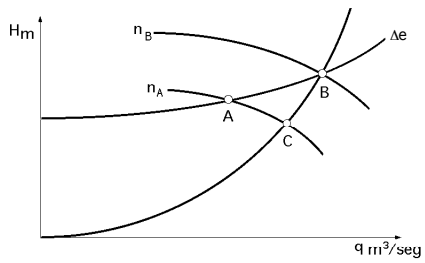
b) El número de revoluciones por minuto necesarias, si las pérdidas de carga en la tubería aumentan a 8 veces la inicial.

c) *La nueva curva característica a esta velocidad*

d) El radio r_2

e) Triángulos de velocidades a 1200 rpm, sabiendo que: $\alpha_1 = 90^o$; $\beta_2 = 40^o$; $b_2 = 0,05\ r_2$; $r_1 = 0,3\ r_2$

RESOLUCIÓN



a) Punto de funcionamiento, para elevar agua a 120 metros de altura, a 1200 rpm

$$180 - 375\ q^2 = 120 + 15\ q^2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} q_A = 0,3922\ m^3/seg \\ H_{m_A} = 120 + (15 \times 0,3922^2) = 122,3\ m \end{cases}$$

Pérdida de carga en la tubería: $H_{mA} - H = 122,3 - 120 = 2,3$ m

b) Número de revoluciones por minuto, si las pérdidas de carga en la tubería aumentan a 8 veces la inicial.

Nuevas pérdidas de carga en la tubería: 2,3 x 8 = 18,4 m

Nuevo punto de funcionamiento: $\begin{cases} H_{mB} = 120 + 18,4 = 138,4\ m \\ H_{mB} = 120 + 15\ q_B^2 = 138,4\ m \end{cases} \Rightarrow \quad q_B = 1,107\ m^3/seg$

Cálculo de n_B:

Parábola de regímenes semejantes : $H_m = \frac{H_{mB}}{q_B^2} q^2 = \frac{138,4}{1,107^2} q^2 = 112,938\ q^2$

Punto C de intersección con la c.c. de la bomba:

$112,938\ q^2 = 180 - 375\ q^2$; $q_C = 0,6073\ m^3/seg$

Nº de revoluciones: $\frac{n_B}{n_C} = \frac{q_B}{q_C}$; $n_B = n_C \frac{q_B}{q_C} = 1200 \frac{1,107}{0,6073} = 2187$ rpm

c) Curva característica a 2187 rpm

$$\left.\begin{array}{l} A = A_{1200} = \dfrac{u_2^2}{g} = \dfrac{r_2^2\ \pi^2 n^2}{900\ g} \\ A^* = A_{2167} = \dfrac{u_{2^*}^2}{g} = \dfrac{r_2^2\ \pi^2 n^{*2}}{900\ g} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{A}{A^*} = \frac{n^2}{n^{*2}} = \frac{1200^2}{2167^2} = 0,306 \Rightarrow A^* = \frac{A}{0,306} = \frac{180}{0,306} = 588,23$$

$H_m = 588,23 - 375\ q^2$

d) Radio r_2

$$u_2 = r_2 w = r_2 \frac{\pi n}{30} \Rightarrow r_2 = \frac{30\ u_2}{\pi n} = \left| A = \frac{u_2^2}{g} \ ; \ u_2 = \sqrt{A\ g} \right| = \frac{30\ \sqrt{A\ g}}{\pi n} = \frac{30\ \sqrt{180\ g}}{\pi \times 1200} = 0,3342\ m$$

e) Triángulos de velocidades a 1200 rpm, sabiendo que: $\alpha_1 = 90^o$; $\beta_2 = 40^o$; $b_2 = 0,05\ r_2$; $r_1 = 0,3\ r_2$

Salida

$$u_2 = r_2\ w = 0,3342 \frac{\pi n}{30} = 0,3342 \frac{\pi \times 1200}{30} = 42\ m/seg$$

$$c_2 = \sqrt{c_{2n}^2 + c_{2m}^2} = \left| \begin{array}{l} c_{2m} = \dfrac{q}{2\ \pi\ r_2 b_2} = \dfrac{0,3922}{2\ \pi \times 0,3342^2 \times 0,05} = 11,18\ m/seg \\ c_{2n} = u_2 - w_2\ \cos\beta_2 = \left| w_2 = \dfrac{c_{2m}}{\operatorname{sen}\beta_2} = \dfrac{11,18}{\operatorname{sen} 40^o} = 17,4\ \dfrac{m}{seg} \right| = 42 - (17,4 \cos 40^o) = 28,67\ \dfrac{m}{seg} \end{array} \right| =$$

$$= \sqrt{28,67^2 + 11,18^2} = 30,77\ m/seg$$

$$\operatorname{sen}\alpha_2 = \frac{c_{2m}}{c_2} = \frac{11,18}{30,77} = 0,3633 \ ; \quad \alpha_2 = 21,3^o$$

Entrada: $\alpha_1 = 90^o$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{r_1}{r_2} = 0,3 \Rightarrow u_1 = u_2 \frac{r_1}{r_2} = \left| r_1 = 0,3\ r_2 \right| = 42 \times 0,3 = 12,6\ m/seg$$

$$c_1 = c_{1m} = \frac{q}{\pi\ r_1^2} = \left| r_1 = 0,3\ r_2 = 0,3 \times 0,3342 = 0,1\ m \right| = \frac{0,3922}{\pi \times 0,1^2} = 12,48\ m/seg$$

$$tg\ \beta_1 = \frac{c_{1m}}{u_1} = \frac{12,48}{12,6} = 0,99 \Rightarrow \beta_1 = 44,7^o$$

$$w_1 = \frac{c_{1m}}{\operatorname{sen}\beta_1} = \frac{12,48}{\operatorname{sen} 44,7^o} = 17,74\ m/seg$$

****

5.- Una tubería de 250 m de longitud y 20 cm de diámetro, pone en comunicación una bomba centrífuga y un depósito elevado, siendo la altura geométrica de 100 m; la bomba funciona a 1750 rpm, y bombea 0,15 m^3/ seg. Las características técnicas de la bomba son: $\beta_2 = 27^o$; $d_2 = 0,5$ m ; $b_2 = 0,030$ m.

Determinar

a) La curva característica de la tubería si lleva instaladas 2 válvulas de $\xi = 3,75$ (cada una), siendo el coeficiente de rozamiento $\lambda = 0,023$

b) La curva característica de la bomba funcionando a 1750 rpm

c) La curva característica de la bomba funcionando a 2000 rpm

d) El caudal que impulsará a 2000 rpm

e) La potencia de la bomba a n= 2000 rpm, si sus rendimientos mecánico y volumétrico son la unidad

---

RESOLUCIÓN

a) Curva característica de la tubería si lleva instaladas 2 válvulas de $\xi = 3,75$ (cada una), siendo el coeficiente de rozamiento $\lambda = 0,023$

Pérdidas en la tubería.- Hay que tener en cuenta que por desaguar la tubería de impulsión en un gran depósito, por Belanguer se tiene un coeficiente de pérdidas $\xi = 1$

$$\Delta e = k\,q^2 = \frac{c_E^2}{2\,g}\left(\frac{\lambda\,L}{d_E} + \sum \xi_i\right) = \left| c_E = \frac{4\,q}{0,2^2\pi} = 31,83\,q \right| = \frac{(31,83\,q)^2}{2\,g}\left\{\frac{0,023 \times 250}{0,2} + (3,75 \times 2) + 1\right\} = 1925,82\,q^2$$

Curva característica de la tubería:

$H_{man} = 100 + 1925,82\ q^2$, con q en m^3/seg

b) Curva característica de la bomba funcionando a 1750 rpm:

$H_m = A - B\,q - C\,q^2$

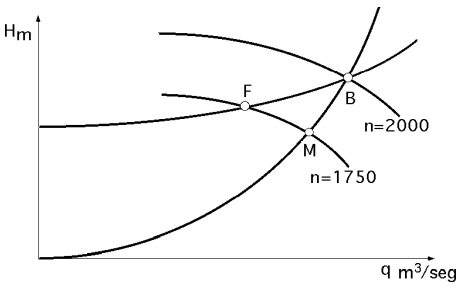
$$A = \frac{u_2^2}{g} = \left| u_2 = \frac{d_2\,\pi\,n}{60} = \frac{0,5\ \pi \times 1750}{60} = 45,82 \right| = \frac{45,8\,2^2}{g} = 214,18$$

$$B = \frac{u_2\ \mathrm{cotg}\,\beta_2}{k_2\ g\ \Omega_2} = \frac{45,82\ \mathrm{cotg}\ 27^o}{g\,(\pi\,d_2\,b_2)} = \frac{45,82\ \mathrm{cotg}\ 27^o}{g\,(p \times 0,5 \times 0,03)} = 194,7$$

El valor de C se obtiene en el punto de funcionamiento. No depende de las características de la bomba:

$q_F = 0,15\ m^3/seg$

$214,18 - (194,7 \times 0,15) - (0,15^2\,C) = 100 + (0,15^2 \times 1925,82) \ \Rightarrow\ C = 1851,2$



$H_{m\,(1750\,rpm)} = 214,18 - 194,7\,q - 1851,2\,q^2$

c) Curva característica de la bomba funcionando a 2000 rpm

$$A = \frac{u_2^2}{g} = \left| u_2 = \frac{d_2\,\pi\,n}{60} = \frac{0,5\ \pi \times 2000}{60} = 52,36 \right| = \frac{52,3\,6^2}{g} = 279,75$$

$$B = \frac{u_2}{k_2\ g\ \Omega_2}\ \mathrm{cotg}\,\beta_2 = \frac{52,36 \times \mathrm{cotg}\ 27}{1 \times g \times 0,0471} = 222,63$$

$C = 1851,2$

$H_{m\,(2000\,rpm)} = 279,75 - 222,63\,q - 1851,2\,q^2$

De otra forma:

$$\frac{n_B}{n_M} = \frac{q_B}{q_M} = \sqrt{\frac{H_{mB}}{H_{mM}}} = \frac{2000}{1750} = 1,1428 \quad ; \quad \frac{H_{mB}}{H_{mM}} = 1,1428^2 = 1,306 \quad ; \quad \begin{cases} H_{mM} = \dfrac{H_{mB}}{1,306} \\ q_M = \dfrac{q_B}{1,1428} \end{cases}$$

A 1750 rpm se tiene: $H_{mM} = 214,18 - 194,7\,q_M - 1851,2\,q_M^2$

A 2000 rpm: $H_{mM} = \dfrac{H_{mB}}{1,306} = 214,18 - 194,7\,\dfrac{q_B}{1,1428} - 1851,2\left(\dfrac{q_B}{1,1428}\right)^2 \Rightarrow H_{mB} = 279,7 - 222,67\,q_B - 1851,2\,q_B^2$

De otra forma:
$$\begin{cases} A' = A\,\dfrac{n'^2}{n^2} = 214,18\left(\dfrac{2000}{1750}\right)^2 = 279,75 \\ B' = B\,\dfrac{n'}{n} = 194,7\,\dfrac{2000}{1750} = 222,6 \end{cases}$$

d) Caudal que impulsará a 2000 rpm; punto de funcionamiento

$H_{mB} = 279,7 - 222,67\ q_B - 1851,2\ q_B^2 = 100 + 1925,8\ q_B^2 \quad \Rightarrow \quad q_B = 0,1906\ m^3/seg \ ;\ H_{mB} = 169,95\ m$

e) Potencia de la bomba a n= 2000 rpm, si sus rendimientos mecánico y volumétrico son la unidad.

$$\eta_{man} = 1 - \frac{C\,q^2}{A - B\,q} = 1 - \frac{1851{,}2 \text{ x } 0{,}1906^2}{279{,}75 - (222{,}63 \text{ x } 0{,}1906)} = 0{,}71$$

$$N_{2000\ rpm} = \frac{1000\ Kg/m^3 \text{ x } 0{,}1906\ m^3/seg \text{ x } 169{,}95\ m}{75 \text{ x } 0{,}71} = 608{,}3\ CV = 447{,}3\ kW$$

****

6.- Una bomba centrífuga trabaja a n = 1500 rpm, y trasiega agua de un pozo a un depósito por medio de una tubería, cuya curva característica viene dada por:

H_m(metros)	8	9	10	11	12
q (litros/seg)	0	6	9,3	11,4	12,8

y la curva característica de la bomba, para las revoluciones de trabajo por:

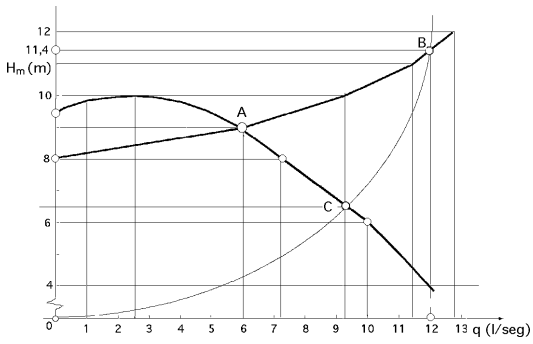
H_m(metros)	0	2	4	6	8	10	9,4
q (litros/seg)			12	10	7,2	2,5	0

Hallar el número de rpm que hay que comunicar a esta bomba para aumentar el gasto, en la tubería mencionada, al doble

---

RESOLUCIÓN

Punto de funcionamiento para n = 1500 rpm; gráficamente: $H_{mA} = 9$ m ; $q_A = 6$ lit/seg



Al aumentar el gasto al doble 12 lit/seg, la nueva altura manométrica será: $H_{mB} = 11{,}4$ m

Parábola de regímenes semejantes:

$$H_m = k_b\ q^2 = \left| k_b = \frac{H_{mB}}{q_B^2} \right| = \frac{H_{mB}}{q_B^2} q^2 = \frac{11{,}4}{12^2} q^2 = 0{,}0792\ q^2$$

Punto de intersección de ésta parábola con la curva característica de la bomba para n = 1500 rpm

Punto C; $q_C = 9{,}25$ lit/seg ; $H_{mC} = 6{,}4$ m

Como los puntos B y C son de igual rendimiento, se aplican las fórmulas de semejanza:

$$\frac{n_B^2}{n_C^2} = \frac{H_{mB}}{H_{mC}} \quad ; \quad n_B^2 = n_C^2 \frac{H_{mB}}{H_{mC}} = 1500^2 \text{ x } \frac{11{,}4}{6{,}4} = 2001\ rpm$$

****

7.- Una bomba centrífuga tiene, para 1.500 rpm, la siguiente curva característica: $H_m = 150\text{-}275\ q^2$; q en m^3 / seg, y envía agua de un depósito inferior a otro superior colocado a 125 m de altura a través de una tubería de impulsión, cuya curva característica es: $\Delta e = 20\ q^2$

Determinar:

a) El caudal que se puede enviar de un depósito a otro, y potencia que debe desarrollar la bomba, si su rendimiento es del 75%.

b) Si se desea incrementar el caudal enviado al triple del anteriormente hallado, a través de la misma tubería el n° de rpm que habrá que aplicar a la bomba.

c) Si se acoplan 3 bombas en serie, trabajando a 1.500 rpm, manteniendo la misma tubería de impulsión, entre los depósitos, la nueva curva característica del conjunto, y su punto de funcionamiento.

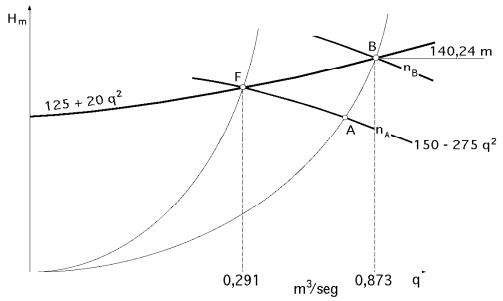
d) Si de la tubería de impulsión se distribuye el caudal del apartado (b) entre dos tuberías en paralelo, a dos depósitos, uno a 125 m. de altura y el otro a 75 m. de altura, siendo sus curvas características respectivas $D_1 = 100\ q_1^2$ y $D_2 = 150\ q_2^2$, los caudales q_1 y q_2 que van a cada depósito.

RESOLUCIÓN

a) Caudal que se puede enviar de un depósito a otro

Curva característica de la tubería: $H_m = 150 + 20\ q^2$

Punto de funcionamiento: $150 - 275\ q^2 = 125 + 20\ q^2 \Rightarrow \begin{cases} q_F = 0,291\ m^3/seg \\ H_m = 125 + (20 \times 0,291^2) = 126,7\ m \end{cases}$



Potencia de la bomba:

$$N = \frac{\gamma\ q\ H_{man}}{75\ \eta} = \frac{1000 \times 0,291 \times 126,7}{75 \times 0,75} = 655,43\ CV = 481,9\ kW$$

b) N° de rpm a aplicar a la bomba para incrementar el caudal enviado al triple del anteriormente hallado, a través de la misma tubería. El nuevo punto de funcionamiento es:

$q_B = 3 \times 0,291 = 0,873\ m^3/seg$

$H_{m_B} = 125 + 20\ q^2 = 125 + (20 \times 0,873^2) = 140,24\ m$

Parábola de regímenes semejantes que pasa por B:

$$H_m = \frac{H_{mB}}{q_B^2}\ q^2 = \frac{140,24}{0,873^2}\ q^2 = 184\ q^2$$

El punto A de intersección de la parábola de regímenes semejantes con la c.c. de "n" rpm es:

$184\ q_A^2 = 150 - 275\ q_A^2 \Rightarrow \begin{cases} q_A = 0,572\ m^3/seg \\ H_{m_A} = 184,01 \times 0,572^2 = 60,133\ m \end{cases}$

Nº de rpm buscado:

$$\frac{n_B}{n_A} = \sqrt{\frac{H_{mB}}{H_{mA}}}\ ;\quad n_B = n_A \sqrt{\frac{H_{mB}}{H_{mA}}} = 1500 \sqrt{\frac{140,24}{60,133}} = 2290\ rpm$$

c) Se acoplan 3 bombas en serie, trabajando a 1.500 rpm, manteniendo la misma tubería de impulsión, entre los depósitos. La nueva curva característica del conjunto es:

1 Bomba: $H_m = 150 - 275\ q^2$

3 Bombas en serie: $\begin{cases} H_m^* = 3\ H_m \\ q^* = q \end{cases} \Rightarrow \frac{H_m^*}{3} = 150 - 275\ q^{*2} \Rightarrow H_m^* = 450 - 825\ q^{*2}$

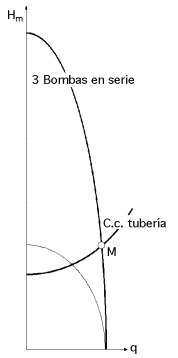
Punto de funcionamiento: $125 + 20\ q^2 = 450 - 825\ q^2 \Rightarrow \begin{cases} q_M = 0,62\ m^3/seg \\ H_{m_M} = 450 - (825 \times 0,62^2) = 132,69\ m \end{cases}$

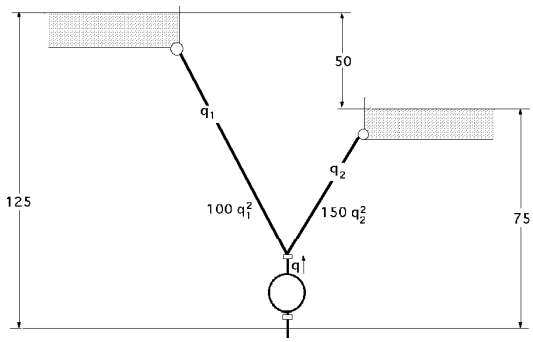
d) Si de la tubería de impulsión se distribuye el caudal 0,873 m³/seg obtenido en el apartado (b), entre dos tuberías en paralelo, a dos depósitos, a 125 m. y a 75 m. de altura, siendo sus curvas características respectivas

$\Delta e_1 = 100\ q_1^2$ y $\Delta e_2 = 150\ q_2^2$

el valor de los caudales q_1 y q_2 que van a cada depósito es:

$$\left.\begin{array}{l} q = q_1 + q_2 = 0,873\ (m^3/seg) \\ H_{m1} = H_{m2} \Rightarrow 125 + 100\ q_1^2 = 75 + 150\ q_2^2 \end{array}\right\} \Rightarrow q_2^2 + 3,492\ q_2 - 2,524 = 0 \Rightarrow \begin{cases} q_2 = 0,615\ m^3/seg \\ q_1 = 0,258\ m^3/seg \end{cases}$$





****

8.- En el ensayo de una bomba centrífuga con agua, que tiene iguales las cotas y diámetros de aspiración e impulsión, se tomaron los siguientes resultados:
Presión de impulsión: 3,5 kg/cm²; Presión de aspiración: 294 mm de columna de mercurio; Caudal 6,5 litros/seg; Par motor: 4,65 m.kg; Número de revoluciones por minuto: n= 800
Determinar:

a) La potencia útil en CV

b) La potencia consumida y rendimiento de la bomba

c) El caudal, potencia, par motor, y altura manométrica que adquirirá la bomba si duplica el n° de rpm, manteniendo el mismo rendimiento.

RESOLUCIÓN

a) ***Potencia efectiva en CV:***

$N_e = \gamma\, q\, H_m$

Las velocidades en la brida de entrada c_E y en la brida de salida c_S son iguales, por cuanto las tuberías de aspiración e impulsión tienen el mismo diámetro; asimismo, la diferencia de cotas entre bridas es cero.

$$H_{man} = \frac{c_S^2 - c_E^2}{2\,g} + \frac{p_S - p_E}{\gamma} + (z_S - z_E) = \frac{p_S - p_E}{\gamma} = \left| \begin{array}{l} p_S = 3{,}5.10^4\ (kg/m^2) \\ p_a = \frac{294}{760}\ .10^4 = 3868{,}4\ (kg/m^2) \end{array} \right| = \frac{(3{,}5.10^4 - 3868{,}4)\ kg/m^2}{1000\ kg/m^3} =$$

$$= 31{,}13\ m$$

$$N_u = \frac{\gamma\, q\, H_m}{75} = \frac{1000 \times 0{,}0065 \times 31{,}13}{75} = 2{,}7\ CV$$

b) Potencia consumida y rendimiento de la bomba

$$\text{Potencia consumida}: N = C\,w = C\,\frac{\pi\, n}{30} = 4{,}65\ (m.kg)\ \frac{\pi \times 800}{30}\ \frac{1}{seg} = 389{,}5\ \frac{Kgm}{seg} = 5{,}2\ CV$$

$$\text{Rendimiento de la bomba: } \eta = \frac{N_u}{N} = \frac{2{,}7}{5{,}2} = 0{,}52 \quad \Rightarrow \quad 52\%$$

c) Caudal, potencia, par motor, y altura manométrica que adquirirá la bomba si duplica el n° de rpm, manteniendo el mismo rendimiento.

$$q' = q\,\frac{n'}{n} = 6{,}5\,\frac{2}{1} = 13\ lit/seg \quad ; \quad H'_m = H_m\,(\frac{n'}{n})^2 = 31{,}13 \times 2^2 = 124{,}5\ m$$

$$N' = N\,(\frac{n'}{n})^3 = 5{,}2 \times 2^3 = 41{,}6\ CV \quad ; \quad C' = C\,(\frac{n'}{n})^2 = 4{,}65 \times 2^2 = 18{,}6\ m.kg$$

Presión en la brida de impulsión si se mantiene la misma presión a la entrada:

$$H'_m = \frac{p_{S'} - p_E}{g} = \frac{p_{S'} - 3868{,}4}{1000}\ \frac{kg/m^2}{kg/m^3} = 124{,}5\ m \quad \Rightarrow \quad p_{S'} = 120.632\ kg/m^2 = 12{,}06\ kg/cm^2$$

****

9.- Una bomba centrífuga tiene un punto de funcionamiento dado por las siguientes condiciones: q=1,44 m³/minuto; H_m= 27 m ; h_m= 75% ; α_1= 90° ; w_2 = 5,95 m/seg
El diámetro d_2= 0, 20 metros y la sección de salida Ω_2= 0,2 d_2^2
Determinar

a) El número de revoluciones por minuto a que está funcionando la bomba en estas condiciones

b) La curva característica para el número de rpm calculado en el apartado (a)

c) El número específico de revoluciones europeo

d) La curva característica para 1500 rpm

e) El punto de funcionamiento y potencia al pasar a 1500 rpm si se mantiene el rendimiento

f) Si se colocan 3 bombas en paralelo a 1500 rpm, la forma de la curva característica conjunta, y el número específico de revoluciones

RESOLUCIÓN

a) Número de revoluciones por minuto a que está funcionando la bomba con $a_1 = 90^o$

$$c_{2m} = w_2 \operatorname{sen}\beta_2 = c_2 \operatorname{sen}\alpha_2 \;\Rightarrow\; \operatorname{sen}\beta_2 = \frac{c_{2m}}{w_2} = \frac{q/\Omega_2}{w_2} = \frac{(1{,}44/60)/0{,}2\ d_2^2}{5{,}95} = 0{,}5099 \;\Rightarrow\; \beta_2 = 30{,}39^o$$

$$\left.\begin{aligned} H_t &= \frac{H_m}{\eta_{man}} = \frac{27}{0{,}75} = 36 \text{ m} \\ H_t &= \frac{u_2\, c_{2n}}{g} = \frac{u_2\,(u_2 - w_2 \cos\beta_2)}{g} = \frac{u_2\,(u_2 - 5{,}95 \cos 30{,}39)}{g} = \frac{u_2^2 - 5{,}13\, u_2}{g} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\frac{u_2^2 - 5{,}13\, u_2}{g} = 36 \\ &u_2 = 21{,}51 \frac{m}{seg} \end{aligned}$$

A su vez, como: $u_2 = \frac{d_2 w}{2} = \frac{d_2 \pi n}{60} \;\Rightarrow\; n = \frac{60\, u_2}{d_2 \pi} = \frac{60 \times 21{,}51}{0{,}2 \times \pi} = 2054$ rpm

b) ***Curva característica para este número de rpm:***

$H_m = A - B\,q - C\,q^2$

$$A = \frac{u_2^2}{g} = \frac{21{,}51^2}{g} = 47{,}21 \quad ; \quad B = \frac{u_2 \cot g\,\beta_2}{k_2 g\,\Omega_2} = \frac{21{,}51 \cot g\, 30{,}39^o}{g(0{,}2 \times 0{,}2^2)} = 467{,}8$$

El valor de C se obtiene en el punto de funcionamiento:

$27 \text{ m} = 47{,}21 - (467{,}8 \times \frac{1{,}44}{60}) - C\,(\frac{1{,}44}{60})^2 = 47{,}21 - 11{,}22 - C \times 5{,}76.1\,0^4$; $C = 15607$

$H_m = 47{,}21 - 467{,}8\,q - 15607\ q^2$, con H_m en (m) y q en $(\frac{m^3}{seg})$

c) Número específico de revoluciones europeo y americano

$$N = \frac{1000 \times \frac{1{,}44}{60} \times 27}{75 \times 0{,}75} = 11{,}52 \text{ CV}$$

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_m^{5/4}} = \frac{2054\sqrt{11{,}52}}{27^{5/4}} = 113{,}27 \quad ; \quad n_q = \frac{n\sqrt{q}}{H_m^{3/4}} = 2054\,\frac{\sqrt{\frac{1{,}44}{60}}}{27^{3/4}} = 26{,}86$$

d) Curva característica para 1500 rpm

$$A = \frac{u_2^2}{g} = \left| u_2 = \frac{\pi d_2 n^*}{60} = \frac{\pi\, 0{,}2 \times 1500}{60} = 15{,}7 \text{ m/seg} \right| = \frac{15{,}7^2}{g} = 25{,}15$$

$$B = \frac{u_2 \cot g\,\beta_2}{k_2 g\,\Omega_2} = \frac{15{,}7 \cot g\, 30{,}39^o}{g(0{,}2 \times 0{,}2^2)} = 341{,}44$$

C = la misma

$H_m = 25.15 - 341{,}44\,q - 15607\ q^2$, con H_m en (m) y q en $(\frac{m^3}{seg})$

e) Punto de funcionamiento y potencia al pasar a 1500 rpm si se mantiene el rendimiento

$$\frac{q}{q'} = \frac{n}{n'} \quad ; \quad \frac{1{,}44\ (m^3/min)}{q'} = \frac{2054}{1500} \;\Rightarrow\; q' = 1{,}052\,\frac{m^3}{min} = 0{,}01753\,\frac{m^3}{seg}$$

$H_m = 25{,}15 - 341{,}44\,q - 15607\,q^2 = 25{,}15 - (341{,}44 \times 0{,}0175) - (15607 \times 0{,}0175^2) = 14{,}385$ m

f) Curva característica conjunta si se colocan 3 bombas en paralelo a 1500 rpm

$H_m = 25{,}15 - 341{,}44\,q - 15607\ q^2$

3 Bombas en paralelo: $\begin{cases} H_m^* = H_m \\ q^* = 3\,q \end{cases} \Rightarrow H_m^* = 25{,}15 - 341{,}44\,\frac{q^*}{3} - 15607\,\frac{q^{*2}}{3^2} = 25{,}15 - 113{,}8\,q^* - 1734\,q^{*2}$

Número específico de revoluciones: $n_{s^*} = \sqrt{X}\ n_s = \sqrt{3}\ n_s = \sqrt{3} \times 113{,}33 = 196{,}3$

****

10.- Un cierto tipo de bomba centrífuga tiene, para n= 2500 rpm, la siguiente curva característica:
$H_m = 180 - 375\,q^2$

a) Se acoplan 3 de estas bombas en serie, y se desea impulsar un cierto caudal de agua a un depósito, cuyo nivel está a 250 m, a través de una tubería de impulsión cuyas pérdidas de carga son, $\Delta e = 25\ q^2$

¿Cuál será el punto de funcionamiento, para n = 2500 rpm ?

¿Cuál será el rendimiento del acoplamiento si cada bomba consume 850 CV?

b) Se acoplan 3 de las bombas anteriores en paralelo, para impulsar a través de la misma tubería anterior, también a 2500 rpm. ¿Cuál será el punto de funcionamiento?

c) Al sistema en serie se le reduce el n° de rpm a n = 1800, manteniendo la misma tubería, ¿Cuál será ahora el punto de funcionamiento?

d) Si el depósito se conecta con las bombas en serie mediante una tubería nueva, constituida por 3 tramos de características respectivas: $\Delta e_1 = 15\ q^2$; $\Delta e_2 = 80\ q^2$; $\Delta e_3 = 110\ q^2$

¿Cuál será ahora el punto de funcionamiento trabajando a n = 1800 rpm?

RESOLUCIÓN

a) Acoplamiento en serie

1 Bomba: $H_m = 180 - 375\ q^2$

3 Bombas en serie: $\begin{cases} H^*_m = 3\ H_m \\ q^* = q \end{cases} \Rightarrow \frac{H^*_m}{3} = 180 - 375\ q^{*2} \Rightarrow H^*_m = 540 - 1125\ q^{*2}$

Punto de funcionamiento para n = 2500 rpm:

$$250 + 25\ q^{*2} = 540 - 1125\ q^{*2} \Rightarrow \begin{cases} q_A = 0{,}5021\ m^3/seg \\ H_{m_A} = 250 + (25 \times 0{,}5021^2) = 256{,}3\ m \end{cases}$$

Rendimiento del acoplamiento si cada bomba consume 850 CV

$$N^* = \frac{\gamma\ q\ H_m}{75\ \eta} = \frac{1000 \times 0{,}5021 \times 256{,}3}{75\ \eta} = \frac{1715{,}84}{\eta}\ CV = 3\ N$$

$$\eta = \frac{1715{,}84}{3\ N} = \frac{1715{,}84}{3 \times 850} = 0{,}6728 = 67{,}28\%$$

b) Acoplamiento en paralelo de 3 bombas, para impulsar a través de la misma tubería anterior, a 2500 rpm.

$H_m = 180 - 375\ q^2$

3 Bombas en paralelo: $\begin{cases} H^*_m = H_m \\ q^* = 3\ q \end{cases} \Rightarrow H^*_m = 180 - 375\ \frac{q^{*2}}{3^2} = 180 - 41{,}66\ q^{*2}$

Punto de funcionamiento: $180 - 41{,}66\ q^2 = 250 + 25\ q^2$ (imposible)

c) Al sistema en serie se le reduce el n° de rpm a n = 1800, manteniendo la misma tubería

1 bomba a 2500 rpm: $H_{mA} = 180 - 375\ q_A^2$

3 Bombas en serie a 2500 rpm: $\begin{cases} H^*_{m\,(2500)} = 3\ H_m \\ q^* = q \end{cases} \Rightarrow \frac{H^*_{m\,(2500)}}{3} = 180 - 375\ q^{*2} \Rightarrow H^*_m = 540 - 1125\ q^{*2}$

1 bomba a 1800 rpm:

C.característica a 1800 rpm : $\left| \begin{array}{l} \frac{q_A}{q_B} = \sqrt{\frac{H_{mA}}{H_{mB}}} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{2500}{1800} = 1{,}39 \\ \frac{q_A}{q_B} = 1{,}39\ ;\ \frac{H_{mA}}{H_{mB}} = 1{,}39^2 = 1{,}932 \end{array} \right| \Rightarrow 1{,}932\ H_{mB} = 180 - (375 \times 1{,}39^2\ q_B^2)$

$H_{m\,(1800)} = 93{,}16 - 375\ q^2$

3 Bombas en serie a 1800 rpm: $\begin{cases} H^*_m = 3\ H_m \\ q^* = q \end{cases} \Rightarrow \frac{H^*_m}{3} = 93{,}16 - 375\ q^{*2}$; $H^*_{m(1800)} = 279{,}93 - 1125\ q^{*2}$

De otra forma:

$$\frac{A_{2500}}{A_{1800}} = \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 = \left(\frac{2500}{1800}\right)^2 = 1{,}929 \Rightarrow A_{1800} = \frac{A_{2500}}{1{,}929} = \frac{540}{1{,}929} = 279{,}93\ ;\ H^*_{m(1800)} = 279{,}93 - 1125\ q^{*2}$$

Nuevo punto de funcionamiento

$$250 + 25\,q^2 = 279{,}93 - 1125\,q^2 \;\Rightarrow\; \begin{cases} q_F = 0{,}1612\ m^3/seg \\ H_{m_F} = 250 + (25 \times 0{,}1612^2) = 250{,}6\ m \end{cases}$$

d) El depósito se conecta con las bombas en serie mediante otra tubería constituida por 3 tramos de características respectivas:

$\Delta e_1 = 15\,q^2$; $\Delta e_2 = 80\,q^2$; $\Delta e_3 = 110\,q^2$

Para los 3 tramos de la tubería puestos en serie, la nueva c.c. de la tubería es:

$H_{m(tubería)} = 250 + (15 + 80 + 110)q^2 = 250 + 205\,q^2$

Punto de funcionamiento trabajando a: n = 1800 rpm

$$250 + 205\,q^2 = 279{,}93 - 1125\,q^2 \;\Rightarrow\; \begin{cases} q = 0{,}15\ m^3/seg \\ H_m = 250 + (205 \times 0{,}15^2) = 254{,}6\ m \end{cases}$$

****

11.- Una bomba centrífuga está acoplada a una tubería de impulsión y envía, cuando gira a 1.750 rpm,un caudal de 0,25 m^3/seg a un depósito situado a 75 m de altura; la longitud de esta tubería es de 450 m y su diámetro de 0,4 m. El coeficiente de rozamiento vale $\lambda = 0{,}025$.

Los diversos accesorios de la tubería proporcionan unas pérdidas de carga en longitud equivalente de tubería igual a 75 m.

Datos constructivos de la bomba, (datos de diseño a 1.750 rpm: $\beta_2 = 68^o$; $d_2 = 0{,}35$ m ; $b_2 = 0{,}02$ m; $k_2 = 0{,}95$

Determinar:

a) Curva característica de la bomba a 1750 rpm

b) Curva característica a 2500 rpm; potencia y par motor supuesto un rendimiento global del 80%

c) Se acoplan en paralelo 4 de estas bombas, a 1750 rpm, y se impulsa agua a través de la tubería de impulsión indicada. ¿Cuál será la potencia de bombeo para un rendimiento en el acoplamiento del 55%?

RESOLUCIÓN

a) Curva característica de la bomba a 1750 rpm

$$H_m = A - B\,q - C\,q^2 = \left| \begin{array}{l} A = \dfrac{u_2^2}{g} = \left\{ u_2 = \dfrac{\pi\, d_2\, n^*}{60} = \dfrac{\pi\ 0{,}35 \times 1750}{60} = 32{,}07\ m/seg \right\} = \dfrac{32{,}07^2}{g} = 104{,}95 \\ B = \dfrac{u_2\ cotg\ \beta_2}{k_2\, g\, \Omega_2} = \dfrac{32{,}07\ cotg\ 68^o}{0{,}95\ g\ (0{,}35\ \pi \times 0{,}02)} = 63{,}28 \end{array} \right| =$$

$$= 104{,}95 - 63{,}28\,q - C\,q^2$$

Para determinar el valor de C se igualan las alturas manométricas de la bomba y tubería para $q_F = 0{,}25\ m^3/seg$:

$$H_{m_{tubería}} = 75 + k\,q^2 = \left| k = \frac{16\,\lambda L^*}{2\,g\,\pi^2 d^5} = \frac{16 \times 0{,}025 \times (450 + 75)}{2\,g\,\pi^2 \times 0{,}4^5} = 106 \right| = 75 + 106\,q^2$$

$$H_m = 75 + 106\,q^2 = 104{,}95 - 63{,}28\,q - C\,q^2 \xrightarrow{\text{Para } q = 0{,}25\ m^3/seg} C = 120 \;;\; H_m = 81{,}625\ m$$

Curva característica de la bomba: $H_{m\,(1750)} = 104{,}95 - 63{,}28\,q - 120\,q^2$

b) Curva característica de la bomba a 2500 rpm

$$A = \frac{u_2^2}{g} = \left| u_2 = r_2\,w = \frac{0{,}35}{2}\,\frac{\pi \times 2500}{30} = 45{,}81\ \frac{m}{seg} \right| = \frac{45{,}81^2}{g} = 214{,}18$$

o también:

$$\frac{A}{A'} = \frac{n^2}{n'^2} = \left(\frac{1750}{2500}\right)^2 = 0{,}49 \;;\; A' = 104{,}95 = 214{,}18$$

$$B = \frac{u_2}{k_2\, g\, \Omega_2}\, cotg\, \beta_2 = \frac{45{,}81 \times cotg\ 68}{0{,}95 \times 9{,}8 \times 0{,}35\ \pi \times 0{,}02} = 90{,}41$$

$H_{m(2500)} = 214{,}18 - 90{,}41\,q - 120\ q^2$

Punto de funcionamiento: $214{,}18 - 90{,}41\,q - 120\,q^2 = 75 + 106\,q^2 \;\Rightarrow\; \begin{cases} q = 0{,}61\ m^3/seg \\ H_m = 75 + (106 \times 0{,}61^2) = 114{,}45\ m \end{cases}$

Potencia en el supuesto de un rendimiento global del 80%:

$$N = \frac{1000 \text{ x } 0{,}61 \text{ x } 114{,}45}{75 \text{ x } 0{,}8} = 1163 \text{ CV}$$

Par motor:

$$C = \frac{N}{w} = \frac{1163 \text{ x } 75}{\frac{\pi \text{ x } 2500}{30}} = 333 \text{ m.Kg}$$

c) Se acoplan en paralelo 4 de estas bombas, a 1750 rpm, y se impulsa agua a través de la tubería de impulsión indicada.

4 Bombas en paralelo: $\begin{cases} H_m^* = H_m \\ q^* = 4\,q \end{cases} \Rightarrow H_m^* = 104{,}95 - \frac{63{,}28}{4} q^* - \frac{120}{4^2} q^{*2} = 104{,}95 - 15{,}82\, q^* - 7{,}5\, q^{*2}$

También se puede resolver en la forma:

$$H_{m(1750)} = 104{,}95 - 63{,}28\, q - 120\ q^2 \Rightarrow q^2 + 0{,}5273\, q + \frac{H_m - 104{,}95}{120} = 0$$

$$q = -0{,}2676 \pm \sqrt{3{,}778 - 0{,}03332\ H_m}$$

$$q^* = 4\,q = 4\,(-0{,}2676 \pm \sqrt{3{,}778 - 0{,}03332\, H_m})$$

$$H_{m(4 \text{ Bombas en paralelo})} = 104{,}95 - 15{,}82\, q^* - 7{,}5\, q^{*2}$$

Punto de funcionamiento:

$$75 + 106\, q^{*2} = 104{,}95 - 15{,}82\, q^* - 7{,}5\, q^{*2} \Rightarrow \begin{cases} q^* = 0{,}45 \text{ m}^3/\text{seg} \\ H_m^* = 75 + (106 \text{ x } 0{,}45^2) = 96{,}465 \text{ m} \end{cases}$$

Potencia de bombeo para un rendimiento en el acoplamiento del 55%

$$N_{(4 \text{ B en paralelo a } 1750 \text{ rpm})} = \frac{1000 \text{ x } 0{,}45 \text{ x } 96{,}465}{75 \text{ x } 0{,}55} = 1052{,}34 \text{ CV}$$

****

12.- Se proyecta un grupo motobomba para elevar un caudal q= 0,7 m^3/seg, a una altura de 88,2 m., a través de una tubería de característica $\Delta e = 20\, q^2$. Para ello se construye un modelo a escala 1/5 de forma que: $q' = 0{,}014\ m^3/seg$; $H_m' = 24{,}5$ m ; $N' = 7$ CV ; $n' = 3.000$ rpm

Se pide

a) Comprobar si es correcta la escala del modelo

b) Rendimiento global supuesto igual en el modelo y en el prototipo.

c) Potencia a aplicar al eje y número de rpm

d) Ecuación de la c.c. del grupo motobomba, sabiendo que la H_m máxima corresponde al cierre completo, es el 1,5 H_m correspondiente al punto de funcionamiento

e) Se colocan dos tuberías en paralelo, cuyas características son:

$H_1 = 73$ m ; $\Delta e_1 = 100\, q_1^2$; $H_2 = 92$ m ; $\Delta e_2 = 150\, q_2^2$

Hallar los caudales q_1 y q_2, sabiendo que la bomba impulsa q = 0,7 m^3/seg

f) En el mismo grupo se monta ahora una tubería única con tres tramos, de características: $\Delta e_1 = 50\, q^2$; $\Delta e_2 = 100\, q^2$; $\Delta e_3 = 150\, q^2$, para elevar a una altura H = 47 m; hallar el caudal.

RESOLUCIÓN

a) Comprobar si es correcta la escala del modelo

$$\frac{q^*}{q} = \lambda^{-2} \sqrt{\frac{H_m^*}{H_m}} \Rightarrow \frac{0{,}014}{0{,}7} = \lambda^{-2} \sqrt{\frac{24{,}5}{88{,}2 + 20\ q^2}} = \lambda^{-2} \sqrt{\frac{24{,}5}{88{,}2 + 20 \text{ x } 0{,}7^2}} \Rightarrow \lambda = 5$$

b) Rendimiento global supuesto igual en el modelo y en el prototipo:

$$\eta = \frac{\gamma\, Q^*\, H_m^*}{75\, N^*} = \frac{1000 \text{ x } 0{,}014 \text{ x } 24{,}5}{75 \text{ x } 7} = 0{,}653$$

c) ***Potencia a aplicar al eje:***

$$\frac{N}{N^*} = \lambda^2 \left(\frac{H_m}{H_m^*}\right)^{3/2} = 5^2 \left(\frac{98}{24,5}\right)^{3/2} = 200 \quad \Rightarrow \quad N = 200\ N^* = 200 \times 7 = 1400\ CV$$

Número de rpm:

$$\frac{n}{n^*} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_m}{H_m^*}} \quad \Rightarrow \quad n = 3000 \times 0,2 \times 2 = 1200\ rpm$$

d) Ecuación de la c.c. del grupo motobomba, sabiendo que la H_m máxima corresponde al cierre completo, es el 1,5 H_m correspondiente al punto de funcionamiento

Tubería: $H_m = 88,2 + 20\ q^2 = 88,2 + (20 \times 0,7^2) = 98$ m

Bomba: $H_m = A - B\ q - C\ q^2$; $\frac{dH_m}{dq} = -B - 2\ C\ q = 0$; $B = 0$

$$H_m = A - C\ q^2 = \left| \begin{array}{l} q = 0 \Rightarrow H_m = A = 1,5 \times 98 = 147 \\ 98 = 147 - 0,7^2\ C \Rightarrow C = 100 \end{array} \right| = 147 - 100\ q^2$$

Caudal a chorro libre: $H_m = 0 \quad \Rightarrow \quad q = \sqrt{\frac{147}{100}} = 1,21\ \frac{m^3}{seg}$

e) ***Caudales q_1 y q_2, para dos tuberías en paralelo, de características:*** $\begin{cases} H_1 = 73\ m\ ;\ \Delta e_1 = 100\ q_1^2 \\ H_2 = 92\ m\ ;\ \Delta e_2 = 150\ q_2^2 \end{cases}$, sabiendo que la bomba impulsa $q = 0,7\ m^3/seg$

$$73 + 100\ q_1^2 = 92 + 150\ q_2^2$$

$$\left. \begin{array}{l} q = q_1 + q_2 = 0,7\ m \\ 73 + 100\ (0,7 - q_2)^2 = 92 + 150\ q_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} q_1 = 0,5\ m^3/seg \\ q_2 = 0,2\ m^3/seg \end{array} \right.$$

f) Hallar el caudal si en el mismo grupo se monta ahora una tubería única con tres tramos, de características:

$\Delta e_1 = 50\ q^2$; $\Delta e_2 = 100\ q^2$; $\Delta e_3 = 150\ q^2$, para elevar a una altura H = 47 m.

Pérdidas totales en el tramo: $\Delta_e = 50\ q^2 + 100\ q^2 + 150\ q^2 = 300\ q^2$

$$47 + 300\ q^2 = 147 - 100\ q^2 \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} q = 0,5\ m^3/seg \\ H_m = 47 + (300 \times 0,5^2) = 122\ m \end{array} \right.$$

****

13.- Una bomba centrífuga tiene una curva característica para n= 1200 rpm definida por $H_m = 180 - 375\ q^2$, con q dada en m^3/seg

Se quiere achicar agua de un pozo, que tiene una profundidad de 250 m. mediante una tubería cuyas pérdidas vienen dadas por $\Delta e = 35\ q^2$

Para la operación hay que aumentar el n° de revoluciones de la bomba y se sabe que el coeficiente de seguridad para la presión no puede ser superior a 3, y para la torsión del eje de la bomba no puede ser superior a 3,5.

Determinar:

a) ¿Es posible bombear a 1200 rpm con una sola bomba el agua del pozo?

b) N° de revoluciones a dar a la bomba para el achique. ¿Donde irá colocada la bomba?

c) Punto de funcionamiento

d) Potencia de la bomba si tiene un rendimiento global del 80%

e) Si se dispone de dos bombas acopladas en serie, del tipo dado en el enunciado, trabajando a 1200 rpm, y se mantiene la misma tubería de impulsión, ¿Cuál será ahora la potencia a aplicar si el rendimiento total del acoplamiento es del 65%?

f) Si con este grupo de dos bombas en serie a 1200 rpm montamos la impulsión con dos tuberías en paralelo distintas, de pérdidas 25 q^2 y 30 q^2, de la misma longitud, hallar el valor de los caudales q_1 y q_2

g) Si en el acoplamiento del apartado (e) hacemos funcionar las bombas a 1800 rpm, manteniendo la

misma tubería de impulsión, ¿cuál será ahora la potencia del acoplamiento?

RESOLUCIÓN

a) ¿Es posible bombear a 1200 rpm con una sola bomba el agua del pozo?

$H_m = 180 - 375\ q^2 = 250 + 35\ q^2 \quad \Rightarrow \quad -410\ q^2 = 70$ (imposible)

b) N° de revoluciones a dar a la bomba para el achique

$$\Delta_{presión} = \begin{cases} p = \gamma\ H_m \\ p' = \gamma\ H'_m \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{p}{p'} = \frac{H_m}{H'_m} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 = \frac{1}{3} = 0{,}3333 \quad \Rightarrow \quad n' = \frac{n}{\sqrt{0{,}3333}} = \frac{1200}{\sqrt{0{,}3333}} = 2078$$

$$\Delta_{par\ motor} \quad \Rightarrow \quad \frac{C}{C'} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 = \frac{1}{3{,}5} = 0{,}2857 \quad \Rightarrow \quad n' = \frac{n}{\sqrt{0{,}2857}} = \frac{1200}{\sqrt{0{,}2857}} = 2245$$

Por razones de seguridad se elegirá un máximo de 2078 rpm

c) Punto de funcionamiento

Altura manométrica: $\frac{H_m}{H_m^*} = \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad H_m^* = 3\ H_m$

Caudales: $\frac{q}{q^*} = \frac{n}{n^*} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad q^* = \sqrt{3}\ q$

Curva característica de la bomba para las nuevas n rpm, y punto de funcionamiento:*

$H_m = 180 - 375\ q^2 \quad ; \quad \frac{H_m^*}{3} = 180 - 375\ \frac{q^{*2}}{3} \quad ; \quad H_m^* = 540 - 375\ q^{*2}$

$$250 + 35\ q^2 = 540 - 375\ q^2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} q = 0{,}84\ m^3/seg \\ H_m = 250 + (35 \times 0{,}84^2) = 274{,}75\ m \end{cases}$$

d) Potencia de la bomba si tiene un rendimiento global del 80%

$$N = \frac{\gamma\ q\ H_m}{75\ \eta} = \frac{1000 \times 0{,}84 \times 274{,}75}{75 \times 0{,}8} = 3846{,}5\ CV$$

e) Si se dispone de dos bombas acopladas en serie, del tipo dado en el enunciado, trabajando a 1200 rpm, y se mantiene la misma tubería de impulsión, la potencia a aplicar si el rendimiento total del acoplamiento es del 65%, se obtiene en la forma,

2 Bombas en serie a 1200 rpm: $\begin{cases} H_m^* = 2\ H_m \\ q^* = q \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{H_m^*}{2} = 180 - 375\ q^{*2} \quad ; \quad H_{m\ (1200)}^* = 360 - 750\ q^{*2}$

Punto de funcionamiento:

$$250 + 35\ q^{*2} = 360 - 750\ q^{*2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} q^* = 0{,}3743\ m^3/seg \\ H_m^* = 250 + (35 \times 0{,}3743^2) = 255\ m \end{cases}$$

$$N = \frac{\gamma\ q'\ H'_m}{75\ \eta} = \frac{1000 \times 0{,}3743 \times 255}{75 \times 0{,}65} = 1957{,}8\ CV$$

f) Si con este grupo de dos bombas en serie a 1200 rpm montamos la impulsión con dos tuberías en paralelo distintas, de pérdidas 25 q^2 y 30 q^2, de la misma longitud, valor de los caudales q_1 y q_2

$q = q_1 + q_2 \quad ; \quad 0{,}3743 = q_1 + q_2$

$H_{m1} = 250 + 25\ q_1^2 = 250 + 30\ q_2^2 \quad ; \quad 25\ q_1^2 = 30\ q_2^2 \quad ; \quad q_1 = 1{,}095\ q_2$

$0{,}3743 = 1{,}095\ q_2 + q_2 = 2{,}095\ q_2$

$$q_2 = 0{,}1786\ \frac{m^3}{seg} \quad ; \quad q_1 = 1{,}095 \times 0{,}1786 = 0{,}1956\ \frac{m^3}{seg}$$

g) Si en el acoplamiento del apartado (e) hacemos funcionar las bombas a 1800 rpm, manteniendo la misma tubería de impulsión, ¿cuál será ahora la potencia del acoplamiento?

$H_{m(1200)}^* = 360 - 750\ q^{*2}$

$$\frac{n}{n^*} = \frac{q}{q^*} = \sqrt{\frac{H_m}{H_m^*}} \quad \Rightarrow \quad q^* = \frac{1200}{1800}\, q = 0{,}666\, q \quad ; \quad H_m^* = (\frac{1200}{1800})^2 H_m = 0{,}444\, H_m$$

$0{,}444\ H_m = 360 - 750\ (0{,}666\ q)^2 \quad ; \quad H_m = 810 - 750\ q^2$

Punto de funcionamiento:

$$250 + 35\ q^2 = 810 - 750\ q^2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} q = 0{,}8446\ m^3/seg \\ H_m^* = 250 + (35 \times 0{,}8446^2) = 275\ m \end{cases}$$

Potencia:

$$N = \frac{1000 \times 0{,}8446 \times 275}{75 \times 0{,}65} = 4765\ CV$$

****

14.- Se precisa una bomba para impulsar 1400 lit/min de agua fría a una altura manométrica de 20 m. Estimar el tipo de bomba, y sabiendo que $\xi_2 = k_{2m} = 0{,}95$, las dimensiones D_2 y b_2 del rodete si la bomba gira a 2900 rpm

---

RESOLUCIÓN

$$Q = \frac{1{,}4}{60} = 0{,}02333\ m^3/seg$$

$$n_{s(Agua)} = 3{,}65\ \frac{n\, q^{1/2}}{H_m^{3/4}} = 3{,}65\ \frac{2900\ \sqrt{0{,}02333}}{20^{3/4}} = 170{,}8$$

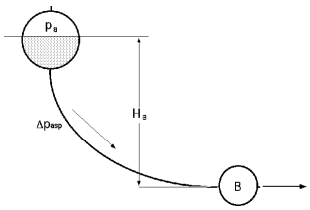
$$u_2 = \xi_2\ \sqrt{2\, g\, H_m} = \frac{\pi\, D_2\, n}{60} \quad ; \quad D_2 = \frac{60\ \xi_2\ \sqrt{2\, g\, H_m}}{\pi\, n} = \frac{60 \times 0{,}95 \times \sqrt{2\, g \times 20}}{\pi \times 2900} = 0{,}124\ m$$

$$q = 13{,}88\ D_2\, b_2\, k_{2m}\ \sqrt{H_m} \quad ; \quad b_2 = \frac{q}{13{,}88\ D_2\, k_{2m}\ \sqrt{H_m}} = \frac{0{,}02333}{13{,}88 \times 0{,}124 \times 0{,}95 \times \sqrt{20}} = 0{,}00317\ m$$

****

15.- Calcular la altura mínima a que hay que colocar el depósito de condensación para un líquido de $\gamma = 1750\ kg/m^3$, siendo el $(NPSH)_r = 7{,}1$ m, la presión de vapor $p_v = 0{,}28\ kg/cm^2$, y la presión del depósito de condensación $p_a = 10$ m.c.a.

RESOLUCIÓN



La presión p_a del depósito de condensación es de 10 m.c.a. = $10330\ kg/m^2$

$$H_a = \frac{p_{dep} - p_v}{\gamma} - \Delta P_{asp} - NPSH_r = \frac{(10330 - 2800)\ kg/m^2}{1750\ kg/m^3} - \Delta P_{asp} - 7{,}1 = -2{,}79 - \Delta P_{asp}$$

es decir, la altura mínima a la que hay que colocar el depósito de condensación es: $2{,}79 + \Delta P_{asp}$

****

16.- Se estudian cinco instalaciones de bombeo en lugares en los que la presión atmosférica es de 765 mm c.Hg.
Hallar el $NPSH_d$ y el $NPSH_r$

---

a) La bomba aspira de un depósito abierto a la atmósfera, que contiene un líquido en ebullición. La bomba está instalada en carga, estando su eje 5 m por debajo del nivel del líquido en el depósito; la pérdida total de carga en la aspiración es de 2,5 m.

RESOLUCIÓN

$$NPSH_d = \text{Altura bruta} - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - H_a - \text{Pérdidas}$$

Como el líquido está en ebullición $p_v = p_s = p_{atm}$, luego: $NPSH_d = - H_a$ - Pérdidas = - (-5) - 2,5 = 2,5 m

****

b) La bomba con las mismas pérdidas y altura de aspiración que en la instalación (A) aspira propano (ρ = 0,58) de un depósito hermético parcialmente lleno; la presión de saturación a la temperatura del líquido p_s = 3 bar) habiéndose extraído el aire de la parte superior

RESOLUCIÓN

El propano líquido está en equilibrio con el propano gaseoso que llena la parte superior del depósito, $p_{depós} = p_v$

$$NPSH_d = \text{Altura bruta} - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_{depós} - p_v}{\gamma} - H_a - \text{Pérdidas} = \left| p_{depós} = p_v \right| = - (-5) - 2,5 = 2,5 \text{ m}$$

****

c) La bomba aspira de un depósito que contiene parcialmente líquido de ρ= 0,7; la presión de vapor p_v a la temperatura del líquido en el depósito es de 2,2 bar, siendo la cota de aspiración y las pérdidas como en los casos (a) y (b); la atmósfera del depósito está compuesta por aire+vapor a la presión absoluta de 3 bar

RESOLUCIÓN

$$NPSH_d = \frac{p_{depós} - p_v}{\gamma} - H_a - \text{Pérdidas} = \frac{(3 - 2,2).10^5}{700 \times 9,81} - (-5) - 2,5 = 14,15 \text{ m}$$

****

d) La bomba está en carga de 12 a 6 m por debajo del nivel del líquido según el nivel del depósito que va abierto a la atmósfera; el líquido es gasolina (ρ = 0, 74), siendo la presión p_v a la temperatura del líquido de 0,46 bar; las pérdidas de carga equivalen a 3 m.c. gasolina.

RESOLUCIÓN

$$NPSH_{d(12m)} = \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - H_a - \text{Pérdidas} = \left| p_{atm} = \frac{765}{750} = 1,02 \text{ bar} \right| = \frac{(1,02 - 0,46).10^5}{740 \times 9,81} - (-12) - 3 = 16,71 \text{ m}$$

$$NPSH_{d(6m)} = \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - H_a - \text{Pérdidas} = \left| p_{atm} = \frac{765}{750} = 1,02 \text{ bar} \right| = \frac{(1,02 - 0,46).10^5}{740 \times 9,81} - (-6) - 3 = 10,71 \text{ m}$$

****

e) La bomba está en aspiración de 3 a 5 m por encima del nivel de la gasolina (ρ = 0, 74) contenida en un depósito abierto a la atmósfera; la presión p_v a la temperatura del líquido es de 0,46 bar y las pérdidas de carga son de 1,5 m.c.gasolina.

RESOLUCIÓN

$$NPSH_{d(3m)} = \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - H_a - \text{Pérdidas} = \left| p_{atm} = \frac{765}{750} = 1,02 \text{ bar} \right| = \frac{(1,02 - 0,46).10^5}{740 \times 9,81} - 3 - 1,5 = 3,214 \text{ m}$$

$$NPSH_{d(5m)} = \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - H_a - \text{Pérdidas} = \left| p_{atm} = \frac{765}{750} = 1,02 \text{ bar} \right| = \frac{(1,02 - 0,46).10^5}{740 \times 9,81} - 5 - 1,5 = 1,214 \text{ m}$$

El $NPSH_r$ que es una característica de la bomba debe ser inferior al $NPSH_d$ en cada caso considerado.
Cuando el nivel del depósito sea variable, el $NPSH_r$ deberá ser menor que el mínimo del $NPSH_d$

****

17.- Una bomba está funcionando de manera que un vacuómetro conectado a la entrada de la misma marca una presión de (-4 m. c.a.), e impulsa un caudal de agua de 270 m^3/h a un depósito, cuyo nivel está situado 25 m por encima del pozo de aspiración.

La red consta de los siguientes elementos en serie: $\begin{cases} \text{6 m de tubería de aspiración de 300 mm de diámetro} \\ \text{80 m de tubería de impulsión de 250 mm de diámetro} \end{cases}$

La tubería de aspiración tiene válvula de pie y alcachofa, coeficiente global ξ = 2,7 y un codo

La tubería de impulsión tiene válvula de compuerta abierta ξ = 0,2 y dos codos.

Para cada codo el coeficiente de pérdida secundaria vale 0,4 y para toda la tubería el coeficiente de rozamiento λ = 0,022. En estas condiciones de funcionamiento la bomba absorbe una potencia de 27,6 kW

Calcular: a) La lectura del manómetro situado a la salida de la bomba, b) El rendimiento total.

RESOLUCIÓN

a) Lectura del manómetro situado a la salida de la bomba

$$\text{Caudal}: q = \frac{270}{3600} = 0{,}075\ \frac{m^3}{seg}$$

Altura manométrica:

$$H_m = H + \Delta e = 25 + (2{,}7 + 0{,}4 + \frac{0{,}022 \times 6}{0{,}3})\ \frac{c_E^2}{2\ g} + \{0{,}2 + (2 \times 0{,}4) + \frac{0{,}022 \times 80}{0{,}25} + 1\}\ \frac{c_S^2}{2\ g} =$$

$$= \left| \begin{array}{l} c_E = \dfrac{4\,q}{\pi\, d_E^2} = \dfrac{4 \times 0{,}075}{\pi \times 0{,}3^2} = 1{,}061\ \dfrac{m}{seg}\ ;\ \dfrac{c_E^2}{2\,g} = \dfrac{1{,}061^2}{2\,g} = 0{,}05738\ m \\ c_S = \dfrac{4\,q}{\pi\, d_S^2} = \dfrac{4 \times 0{,}075}{\pi \times 0{,}25^2} = 1{,}528\ \dfrac{m}{seg}\ ;\ \dfrac{c_S^2}{2\,g} = \dfrac{1{,}528^2}{2\,g} = 0{,}119\ m \end{array} \right| = 26{,}28\ m$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las bridas de entrada E y salida S, y despreciando la diferencia de cotas entre ambas, se tiene:

$$H_{man} = (\frac{c_S^2}{2\,g} + \frac{p_S}{\gamma} + z_S) - (\frac{c_E^2}{2\,g} + \frac{p_E}{\gamma} + z_E)$$

$$\frac{p_S}{\gamma} = H_m + \frac{c_E^2}{2\,g} + \frac{p_E}{\gamma} - \frac{c_S^2}{2\,g} = 26{,}28 + 0{,}057 + (-4) - 0{,}119 = 22{,}22\ \text{m. (relativa)}$$

b) Rendimiento.- La potencia N_u que suministra la bomba en las condiciones de funcionamiento del problema es:

$$N_u = \gamma\, q\, H_{man} = 1000\ \frac{kg}{m^3} \times 0{,}075\ \frac{m^3}{seg} \times 26{,}28\ m = 1971\ \frac{Kgm}{seg} = 19{,}32\ kW$$

y el rendimiento total a que está funcionando la bomba:

$$\eta = \frac{19{,}32}{27{,}6} = 0{,}7007 = 70{,}07\%$$

****

18.- Una bomba centrífuga de 7 álabes con: $d_2/d_1 = 2{,}5$; $\beta_2 = 30^o$; $\eta_{vol} = 0{,}88$; $\eta_{org} = 0{,}92$; $\eta_{man} = 0{,}85$, bombea un gasto G = 56 kg/seg de alcohol etílico 75% , de peso específico 864 kg/m^3, y presión de vapor 44 mm de Hg.

La presión creada por la bomba es de 20,7 atm a 4320 rpm. La velocidad del flujo se mantiene constante a su paso por los álabes Se pueden suponer iguales los diámetros de la aspiración y de la impulsión

Determinar en condiciones de rendimiento máximo:

a) El caudal, altura manométrica y n_s

b) La potencia aplicada al eje de la bomba y el caudal aspirado

c) El diámetro del orificio de entrada del rodete, si la anchura del alabe a la salida es b_2 =12,4 mm y k_2 = 0,95

d) El coeficiente de influencia del n° de álabes

e) La altura teórica máxima creada por un n° ∞ de álabes

f) La velocidad periférica a la salida y diámetro a la salida

g) Ángulo β_1 de entrada

h) Cálculo del caracol ó caja espiral

i) Valor del $NPSH_r$ y altura bruta disponible a la entrada del rodete

---

RESOLUCIÓN

a) $\text{Caudal}: q = \frac{G}{\gamma} = \frac{56\ kg/seg}{864\ kg/m^3} = 0{,}065\ \frac{m^3}{seg}$

$$\text{Altura manométrica: } H_{m_z} = \frac{\Delta p_{bomba}}{\gamma} = \frac{20{,}7.10^4\ kg/m^2}{864\ kg/m^3} = 240\ m = \frac{p_S - p_E}{\gamma}$$

$$n_s = \sqrt{\frac{\gamma}{75\ \eta}}\ \frac{n\ \sqrt{q}}{H_m^{3/4}} = \{\ \eta = 0,88 \times 0,92 \times 0,85 = 0,688\ \} = \sqrt{\frac{864}{75 \times 0,688}}\ \frac{4320\ \sqrt{0,065}}{240^{3/4}} = 74$$

b) ***Potencia aplicada al eje de la bomba:***

$$N = \frac{\gamma\ q\ H_m}{75\ \eta} = \frac{864 \times 0,065 \times 240}{75 \times 0,688} = 261,2\ CV$$

Caudal aspirado:

$$q_1 = \frac{q}{\eta_{vol}} = \frac{0,065}{0,88} = 0,074\ m^3/seg$$

c) Diámetro del orificio de entrada del rodete.- Al ser $c_{1m} = c_{2m}$ resulta:

$$r_1 = \sqrt{2\ r_2\ b_2\ k_2} = \left| \frac{r_2}{r_1} = 2,5 \right| = \sqrt{2 \times 2,5\ r_1\ b_2\ k_2} = \sqrt{5\ r_1\ b_2\ 0,95} \ \Rightarrow\ d_1 = 2 \times 4,75\ b_2 = 9,5 \times 0,0124 = 0,118\ m$$

por lo que:

$$c_{1m} = \frac{4\ q_1}{\pi\ d_1^2} = \frac{4 \times 0,074}{\pi \times 0,11\ 8^2} = 6,76\ m/seg\ =\ c_{2m}$$

d) Coeficiente de influencia del nº de álabes

Relación entre el coeficiente de influencia y el nº de álabes

z	*4*	*6*	*8*	*10*	*12*	*16*	*24*
μ	*0,624*	*0,714*	*0,768*	*0,806*	*0,834*	*0,87*	*0,908*

Para: $z = 7$, $\mu = 0,741$

ó también

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{2\ \psi}{z\ \{1 - (r_1/r_2)^2\}}} = \left| \begin{array}{c} z = 7 \\ \mu = 0,6\ (1 + \text{sen}\ \beta_2) = 0,6\ (1 + \text{sen}\ 30^o) = 0,9 \end{array} \right| = \frac{1}{1 + \frac{2 \times 0,9}{7\ \{1 - (1/2,5)^2\}}} = 0,765$$

Ya que disponemos de dos resultados podemos considerar el valor medio de ambos: $\mu = 0,753$

e) Altura teórica máxima creada para un nº ∞ de álabes:

$$H_t = \frac{H_{t\ máx_z}}{\mu} = \frac{H_{man_z}}{\mu\ \eta_{man_z}} = \frac{240}{0,753 \times 0,85} = 375\ m$$

A partir de este resultado se conecta con la teoría de ∞ nº de álabes:

f) Velocidad u_2 y c_2 ; u_2 es igual para z álabes que para ∞ álabes.

$$H_{t(máx)} = \frac{u_2^2}{g} - c_{2m}\ \frac{u_2}{g}\ \text{cotg}\ \beta_2 = \left| c_{2m_z} = c_{2m} = 6,76\ \frac{m}{seg} \right| = \frac{u_2^2}{g} - 6,76\ \frac{u_2}{g}\ \text{cotg}\ 30^o = 375$$

$$u_2^2 - 11,7\ u_2 - 3675 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_2 = 66,75\ \frac{m}{seg}$$

$$u_2 = \frac{d_2}{2}\ w = \frac{d_2}{2}\ \frac{\pi\ n}{30} \quad \Rightarrow \quad d_2 = \frac{60\ u_2}{\pi\ n} = \frac{60 \times 66,75}{4320\ \pi} = 0,295\ m$$

***g) Angulo β_1 a la entrada*:**

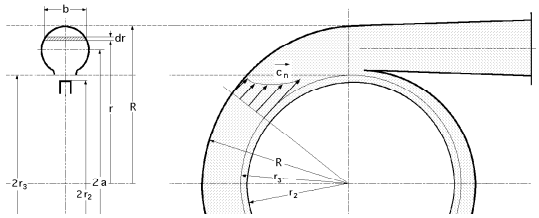
$$\frac{c_{1m}}{u_1} = \text{tg}\ \beta_1 = \frac{6,76 \times 60}{\pi\ n\ d_1} = \frac{405,6}{\pi \times 4320 \times 0,1118} = 0,2673 \ \Rightarrow \ \beta_1 = 15^o$$

Generalmente el ángulo β_1 se incrementa en 3 a 5º por consideraciones de cavitación en caso de sobrepasar el caudal de diseño.

h) Cálculo del caracol, (caja espiral o voluta)

$$\rho = \frac{\theta^o}{360}\ \frac{q}{\Gamma} \pm \sqrt{\frac{2\ \theta\ q\ r_3}{360\ \Gamma}} = \left| \begin{array}{l} r_3 = 1,04\ r_2 = 1,04\ \frac{0,295}{2} = 0,1534 \\ \Gamma = 60\ g\ \frac{H_m}{n\ \eta_m} = 60\ g\ \frac{240}{4320 \times 0,85} = 38,47 \end{array} \right| = \frac{\theta^o}{360}\ \frac{0,065}{38,47} \pm \sqrt{\frac{2\ \theta \times 0,064 \times 0,1534}{360 \times 38,47}} =$$

$$= 4,69.10^{-6}\ \theta^o \pm 1,19.10^{-3}\ \sqrt{\theta^o}$$



La dimensión final de la voluta: $\rho_{360^o} = (4{,}69.10^{-6} \times 360) \pm 1{,}19.10^{-3}\sqrt{360} = 0{,}0243$ m

i) Valor del $NPSH_r$.-

$$NPSH_r = \sigma H_{man} = \left| \begin{array}{c} \text{Gráficamente } \sigma = 0{,}066 \\ \sigma = 2{,}14.10^{-4}\, n_s^{4/3} = 2{,}14.10^{-4} \times 74^{4/3} = 0{,}0665 \end{array} \right| = 0{,}0665 \times 240 \text{ m} = 15{,}96 \text{ m}$$

Para que no exista cavitación: $NPSH_d \geq NPSH_r$, luego:

$$NPSH_d = \text{Altura bruta} - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2\,g} - \frac{p_v}{\gamma} = \left| \frac{p_v}{\gamma} = 0{,}044\,\frac{13600}{864} = 0{,}693 \text{ m} \right| = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2\,g} - 0{,}693 = 15{,}96 \text{ m}$$

$$\text{Altura bruta} = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2\,g} = 0{,}693 \text{ m} + 15{,}96 \text{ m} = 16{,}65 \text{ m}$$

Altura del tubo de aspiración:

$$H_a + \Delta p_{asp} = \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} - NPSH_r = 10{,}33 - 0{,}693 - 15{,}96 \text{ m} = -6{,}32 \text{ m}$$

****

19.- Una bomba radial centrífuga de eje vertical que consta de boca de admisión, rodete y caja espiral, debe proporcionar un caudal de 180 l/s, a una altura manométrica de 30 m, girando a 970 rpm. El ángulo β_2 de los álabes a la salida del rodete es de 40º y la corriente entra radialmente en los álabes. La velocidad del flujo se puede suponer constante tanto en las tuberías de aspiración e impulsión como a través del rodete, e igual a 2 m/seg. No se considera el efecto de disminución de trabajo por número finito de álabes, ni se tiene en cuenta la obstrucción del flujo debida al espesor de los mismos. Las pérdidas en la boca de admisión pueden despreciarse, el rendimiento hidráulico del rodete se estima en un 85% y el rendimiento volumétrico de la bomba en un 95%.

Se consideran dos casos: { *a) Voluta ineficiente, rendimiento 10%* ; *b) Voluta más eficiente, rendimiento 50%.*

Calcular:

a) El diámetro que debe tener el rodete en el primer caso

b) El diámetro que debe tener el rodete en el segundo caso

c) Ancho del rodete a la salida, en el segundo caso.

RESOLUCIÓN

Sabemos que en la voluta se transforma en energía de presión parte de la energía dinámica generada en el rodete. En el problema que se plantea se dice que sólo el 10% en el apartado (a), ó el 50% en el apartado (b) de esta altura dinámica creada en el rodete se transforma en energía de presión en la voluta.

Como no se considera el efecto de disminución de trabajo por número finito de álabes, el coeficiente de influencia es $\mu = 1$, es decir, $H_{tmáx}/H_{t\infty} = 1$, $c_{1m} = c_{2m} = c_1 = 2$ m/seg

Altura total para ∞ álabes

$$H_{t(máx)} = \frac{u_2\, c_{2n}}{g} = \left| \begin{array}{l} u_2 = \dfrac{\pi\, d_2\, n}{60} = \dfrac{\pi\, d_2 \times 970}{60} = 50{,}7892\, d_2 \\ c_{2n} = u_2 - c_{2m}\, \text{cotg}\, \beta_2 = 50{,}7892\, d_2 - 2\, \text{cotg}\, 40^o = 50{,}7892\, d_2 - 2{,}3835 \end{array} \right| =$$

$$= \frac{50{,}7892\, d_2 \times (50{,}7892\, d_2 - 2{,}3835)}{g} = 262{,}95\, d_2^2 - 12{,}35\, d_2$$

Altura dinámica creada en el rodete

$$H_{d\,rodete} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = \left| \begin{array}{l} c_1 = 2\ m/seg \\ c_2^2 = c_{2m}^2 + c_{2n}^2 = 2^2 + (50,7892\ d_2 - 2,3835)^2 = 2579,5\ d_2^2 - 242,11\ d_2 + 9,68 \end{array} \right| =$$

$$= \frac{(2579,5\ d_2^2 - 242,11\ d_2 + 9,68) - 4}{2g} = 131,6\ d_2^2 - 12,35\ d_2 + 0,289$$

Parte de esta altura dinámica creada en el rodete se va a transformar en la voluta en energía de presión

Altura de presión creada en la bomba

$$H_{p\ bomba} = H_{t(máx)} - H_{d(rodete)} = (262,92\ d_2^2 - 12,35\ d_2) - (131,6\ d_2^2 - 12,35\ d_2 + 0,289) = 131,35\ d_2^2 - 0,289 = \frac{p_S - p_E}{\gamma}$$

Altura de presión creada en el rodete

$$H_{p(rodete)} = \eta_h\ H_{p(bomba)} = 0,85\ (131,35\ d_2^2 - 0,289) = 111,75\ d_2^2 - 0,2462 = \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

La altura de presión creada por la bomba es, en nuestro caso, igual a la altura geométrica, por cuanto no se consideran las pérdidas de carga en la tubería de impulsión.

El enunciado dice que la velocidad del flujo se supone constante tanto en las tuberías de aspiración e impulsión como a través del rodete, e igual a 2 m/seg.

$$H_m = \left(\frac{c_S^2}{2g} + \frac{p_S}{\gamma} + z_S\right) - \left(\frac{c_E^2}{2g} + \frac{p_E}{\gamma} + z_E\right) = \left| \begin{array}{c} \text{Por el enunciado} \\ c_E = c_S\ ;\ z_S = z_E \end{array} \right| = \frac{p_S - p_E}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma} = 30\ m$$

La energía de presión teórica y máxima, (rendimiento de la voluta del 100%), que se podría recuperar en la voluta sería el total de la energía dinámica creada por el rodete.

a) Diámetro d_2 del rodete en el primer caso.- La altura dinámica creada en el rodete se transforma (un 10%) en ***altura de presión en la voluta***

$$H_{p(voluta)} = \%\ H_{d(rodete)} = h_{voluta}\ H_{d(rodete)} = 0,10\ H_{d(rodete)} = 13,16\ d_2^2 - 1,235\ d_2 + 0,0289$$

La altura de presión en la bomba es igual a la suma de la altura de presión creada en el rodete más la altura de presión transformada en la voluta.

$$H_{p(bomba)} = H_{p(rodete)} + H_{p\ voluta}$$

$$30 = (111,75\ d_2^2 - 0,2462) + (13,16\ d_2^2 - 1,235\ d_2 + 0,0289) \Rightarrow 124\ d_2^2 - 1,234\ d_2 - 30,217 = 0\ ;\ \boxed{d_2 = 0,497\ m}$$

b) Diámetro d_2 en el segundo caso

$$H_{p\ voluta} = 0,5\ H_{d\ rodete} = 65,737\ d_2^2 - 6,17\ d_2 + 0,1448$$

$$30 = (111,75\ d_2^2 - 0,2462) + (65,737\ d_2^2 - 6,17\ d_2 + 0,1448) \Rightarrow 177,49\ d_2^2 - 6,17\ d_2 - 30,1 = 0\ ;\ \boxed{d_2 = 0,43\ m}$$

c) Ancho del rodete a la salida en el 2º caso

El caudal q_1 que circula por el rodete es: $q_1 = q + q^* =$ Caudal impulsado + Caudal pérdidas $= q/\eta_{vol}$

$$q_1 = \frac{q}{\eta_v} = \pi\ b_2\ d_2\ c_{2m} \Rightarrow b_2 = \frac{q}{\eta_{vol}\ \pi\ d_2\ c_{2m}} = \frac{0,18\ m^3/seg}{0,95\ x\ \pi\ x\ 0,4296\ x\ 2} = 0,07\ m$$

****

20.- Una bomba centrífuga que trasiega agua tiene las siguientes características, diámetro exterior del rodete, 300 mm; área útil a la salida del rodete, 1080 cm^2; ángulo $\beta_2 = 35^o$. El diámetro de la tubería de aspiración es de 300 mm y el de la tubería de impulsión 225 mm. Los manómetros conectados en la tubería de aspiración e impulsión a la entrada y salida de la bomba, ambos a 7,5 m de altura sobre el pozo de aspiración, marcan presiones de 4 m y 18 m por debajo y por encima de la presión atmosférica respectivamente, proporcionando la bomba un caudal de 190 l/seg a 1200 rpm. $\eta_{vol} = 1$.

La potencia en el eje es de 70 kW. La entrada en los álabes es radial. Las pérdidas por rozamiento de disco se incluyen en el rendimiento mecánico.

Calcular:

a) El rendimiento total

b) El rendimiento mecánico

c) La potencia interna

RESOLUCIÓN

La altura manométrica para: $z_S = z_E$ es:

$$H_m = (\frac{c_S^2}{2\,g} + \frac{p_S}{\gamma} + z_S) - (\frac{c_E^2}{2\,g} + \frac{p_E}{\gamma} + z_E) = \left| \begin{array}{l} \frac{c_S^2}{2\,g} = \frac{16\,q^2}{2\,g\,\pi^2 d_S^4} = \frac{16 \times 0{,}19^2}{2\,g\,\pi^2 \times 0{,}225^4} = 1{,}165 \text{ m} \\ \frac{c_E^2}{2\,g} = \frac{16\,q^2}{2\,g\,\pi^2 d_E^4} = \frac{16 \times 0{,}19^2}{2\,g\,\pi^2 \times 0{,}3^4} = 0{,}3683 \text{ m} \end{array} \right| = 22{,}77 \text{ m}$$

$$N_u = \frac{1000\ (\text{kg/m}^3) \times 0{,}19\ (\text{m}^3/\text{seg}) \times 22{,}77 \text{ m}}{102} = 42{,}41 \text{ kW}$$

a) Rendimiento total

$$\eta = \frac{N_u}{N} = \frac{42{,}41}{70} = 0{,}606 = 60{,}6\%$$

$$H_t = \frac{u_2\ c_{2n}}{g} = \left| \begin{array}{c} u_2 = \frac{\pi\, d_2\, n}{60} = \frac{\pi\, 0{,}3 \times 1200}{60} = 18{,}85 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \quad ; \quad c_{2m} = \frac{q}{\Omega_2} = \frac{0{,}19 \text{ m}^3/\text{seg}}{0{,}108 \text{ m}^2} = 1{,}759 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \\ c_{2n} = u_2 - c_{2m} \operatorname{cotg} \beta_2 = 18{,}85 - 1{,}759 \operatorname{cotg} 35^\circ = 15{,}98 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \end{array} \right| = 30{,}73 \text{ m}$$

b) ***Rendimiento mecánico:***

$$\eta_{man} = \frac{H_m}{H_t} = \frac{22{,}27}{30{,}73} = 0{,}725 = 72{,}5\%$$

$$\eta_{mec} = \frac{\eta}{\eta_{man}} = \frac{0{,}6060}{0{,}725} = 0{,}8358 = 83{,}58\%$$

c) ***Potencia interna o potencia hidráulica:***

$$N_h = N\ \eta_{mec} = 70 \times 0{,}8358 = 58{,}51 \text{ W}$$

****

21.- Se instala una bomba centrífuga para elevar agua de manera que las bridas de aspiración e impulsión son horizontales y la de impulsión está 0,5 m. más elevada que la de aspiración. Un vacuómetro de mercurio conectado a la aspiración marca una depresión de 300 mm mientras que el manómetro de impulsión marca 19 m. c.a. La tubería de aspiración es de 225 mm, y la de impulsión de 200 mm. El rodete tiene un diámetro exterior de 300 mm y un ancho a la salida de 25 mm; $\beta_2 = 22°$*; n = 1.320 rpm. En los cálculos se supondrán álabes afilados a la salida;* $\eta_{hid} = \eta_{man} = 0{,}80$*;* $\eta_{mec} = 0{,}85$ *y entrada de la corriente en los álabes sin circulación.*

Calcular:

a) La altura de Euler, o altura total
b) La altura manométrica
c) El caudal
d) La potencia útil
e) La potencia de accionamiento

RESOLUCIÓN

La entrada de la corriente en los álabes sin circulación supone que $c_{1n} = 0$, ó $a_1 = 90º$

$$H_t = \frac{u_2\ c_{2n}}{g} = \left| \begin{array}{l} u_2 = \pi\, d_2\, n = \frac{\pi \times 0{,}3 \times 1320}{60} = 20{,}73 \text{ m/seg} \\ c_{2n} = u_2 - c_{2m} \operatorname{cotg} \beta_2 = 20{,}73 - c_{2m} \operatorname{cotg} 22 \end{array} \right| = 43{,}81 - 5{,}231\ c_{2m}$$

Expresiones para la altura manométrica:

$H_m = \eta_{man}\, H_t = 0{,}80\,(43{,}81 - 5{,}231\, c_{2m})$

$$H_m = \left(\frac{c_S^2}{2g} + \frac{p_S}{\gamma} + z_S\right) - \left(\frac{c_E^2}{2g} + \frac{p_E}{\gamma} + z_E\right) = 19 + 4{,}08 + 0{,}5 + \frac{c_S^2 - c_E^2}{2g} = 23{,}58 + 0{,}05097\,(c_S^2 - c_E^2)$$

Igualándolas se tiene:

$0{,}80\,(43{,}81 - 5{,}231\, c_{2m}) = 23{,}58 + 0{,}05097\,(c_S^2 - c_E^2) \;\Rightarrow\; 11{,}47 - 4{,}185\, c_{2m} - 0{,}05097\,(c_S^2 - c_E^2) = 0$

Por la ecuación de continuidad:

$$q = \pi\, b_2\, d_2\, c_{2m} = \frac{\pi\, d_E^2\, c_E}{4} = \frac{\pi\, d_S^2\, c_S}{4} \;\Rightarrow\; \begin{cases} c_E = \dfrac{4\, d_2 b_2 c_{2m}}{d_E^2} = \dfrac{4 \times 0{,}3 \times 0{,}025}{0{,}225^2}\, c_{2m} = 0{,}5926\, c_{2m} \\ c_S = \dfrac{4\, d_2 b_2 c_{2m}}{d_S^2} = \dfrac{4 \times 0{,}3 \times 0{,}025}{0{,}2^2}\, c_{2m} = 0{,}75\, c_{2m} \end{cases}$$

por lo que el valor de c_{2m} es:

$11{,}47 - 4{,}185\, c_{2m} - 0{,}05097\,\{(0{,}5926\, c_{2m})^2 - (0{,}75\, c_{2m})^2\} = 0 \;\Rightarrow\; c_{2m}^2 + 388{,}6\, c_{2m} - 1065 = 0 \;\Rightarrow\; c_{2m} = 2{,}7$ m/seg

a) Altura de Euler ó H_t

$$H_t = \frac{u_2\, c_{2n}}{g} = \left| \begin{array}{l} u_2 = 20{,}73 \text{ m/seg} \\ c_{2n} = u_2 - c_{2m} \cot g\, \beta_2 = 20{,}73 - 2{,}7 \cot g\, 22^\circ = 14{,}05 \text{ m/seg} \end{array} \right| = \frac{20{,}73 \times 14{,}05}{g} = 29{,}72 \text{ m}$$

b) Altura manométrica:

$H_m = \eta_{man}\, H_t = 0{,}8 \times 29{,}72 = 23{,}78$ m

c) Caudal:

$q = \pi\, d_2\, b_2\, c_{2m} = \pi \times 0{,}300 \times 0{,}025 \times 2{,}7 = 0{,}06362$ m^3/seg

d) Potencia útil:

$N_u = \gamma\, q\, H_m = 1000 \times 0{,}06362 \times 23{,}78 = 1511{,}6$ Kgm/seg $= 14{,}82$ kW

e) Potencia de accionamiento

$$N = \frac{N_u}{\eta} = \frac{14{,}82}{0{,}85 \times 0{,}8} = 21{,}8 \text{ kW}$$

****

22.- El rodete de una bomba centrífuga para agua tiene $\eta_{vol} = 1$ y $\eta_{mec} = 0{,}9$, diámetro exterior = 250 mm, superficie de salida = 150 cm^2 y gira a 1450 rpm; el ángulo $\beta_2 = 30^\circ$. Entrada en los álabes radial.
Diámetro de la tubería de aspiración 150 mm, y de la tubería de impulsión 125 mm.
Lectura del vacuómetro = 4 m.c.a. Lectura del manómetro = 14 m.c.a.
Los orificios piezométricos de los manómetros están situados a la misma cota.
Potencia de accionamiento 8 kW.
El coeficiente de influencia por el nº de álabes es 0,8.
Se desprecia el espesor de los álabes.
Calcular:

- *a) El caudal de la bomba*
- *b) La potencia hidráulica de la bomba*
- *c) El rendimiento hidráulico*
- *d) La curva característica y el rendimiento manométrico teórico*
- *e) El grado de reacción teórico.*

RESOLUCIÓN

a) Caudal de la bomba con z álabes

$$N\,(\text{kW}) = \frac{\gamma\, q\, H_m}{102\, \eta}$$

$$q = \frac{102\, N\, \eta}{\gamma\, H_{man}})_z = \frac{102\, N\, \eta_{man} \eta_{vol} \eta_{mec}}{\gamma\, H_{man}})_z = \frac{102 \times 8 \times 0{,}9}{1000}\, \frac{\eta_{man}}{H_{man}})_z = 0{,}7339\, \frac{\eta_{man_z}}{H_{m_z}} =$$

$$= \left| H_t = \frac{u_2\ c_{2n}}{g} = \left\{ \begin{array}{l} u_2 = \dfrac{0{,}25\ \pi \times 1450}{60} = 18{,}98 \text{ m/seg} \\ c_{2n} = u_2 - c_{2m}\ \text{cotg}\,\beta_2 = 18{,}98 - \dfrac{q}{150.10^{-4}} \text{cotg } 30^o = 18{,}98 - 115{,}5\ q \end{array} \right\} = 36{,}75 - 223{,}6\ q \right| =$$

$$= \left| \mu = \frac{H_{t_z}}{H_t} = \frac{H_{m_z} / h_{man_z}}{H_t} \Rightarrow H_{man_z} = \mu\ \eta_{man_z}\ H_t \right| = 0{,}7339\ \frac{\eta_{man_z}}{\mu\ \eta_{man_z}\ H_t} = \frac{0{,}7339}{\mu\ H_t} = \frac{0{,}7339}{0{,}8\ H_t} = \frac{0{,}9174}{H_t} =$$

$$= \frac{0{,}9174}{36{,}72 - 223{,}5\ q} \quad \Rightarrow \quad 223{,}5\ q^2 - 36{,}72\ q + 0{,}9174 = 0 \quad \Rightarrow \quad q = 0{,}03074\ \frac{m^3}{seg}$$

b) ***Potencia hidráulica:***

$N_h = \eta_{mec}\ N = 0{,}9 \times 8 = 7{,}2$ kW

c) ***Rendimiento hidráulico de la bomba con z álabes.-*** Como el rendimiento volumétrico es 1, el rendimiento hidráulico es igual al rendimiento manométrico:

$$\eta_{hid_z} = \frac{N_{u_z}}{N_{h_z}} = \frac{\gamma\ q\ H_{m_z}}{\gamma\ q\ H_{t_z}} = \left| \mu = \frac{c_{2n_z}}{c_{2n_\infty}} = \frac{H_{t(máx)_z}}{H_{t_\infty}} = 0{,}8 \Rightarrow H_{t_z} = 0{,}8\ H_{t_\infty} \right| = 1{,}25\ \frac{H_{m_z}}{H_{t_\infty}} =$$

$$= 1{,}25\ \frac{\frac{p_S - p_E}{\gamma} + \frac{c_S^2 - c_E^2}{2\ g}}{36{,}72 - 223{,}5\ q} = 1{,}25\ \frac{14 + 4 + \frac{16\ q^2}{2\ g\ \pi^2}\left(\frac{1}{d_S^4} - \frac{1}{d_E^4}\right)}{36{,}72 - 223{,}5\ q} = 1{,}25\ \frac{18 + \frac{16\ q^2}{2\ g\ \pi^2}\left(\frac{1}{0{,}125^4} - \frac{1}{0{,}15^4}\right)}{36{,}72 - 223{,}5\ q} =$$

$$= 1{,}25\ \frac{18 + 172{,}5\ q^2}{36{,}72 - 223{,}5\ q}$$

cuya resolución proporciona dos valores de q:

Para: $q = 0{,}1336$ m³/seg ; $\eta_{hid} = 1{,}25\ \dfrac{18 + 175{,}2 \times 0{,}1336^2}{36{,}72 - 223{,}5 \times 0{,}1336} > 100\%$ (imposible)

Para: $q = 0{,}03074$ m³/seg ; $\eta_{hid} = 1{,}25\ \dfrac{18 + 175{,}2 \times 0{,}03074^2}{36{,}72 - 223{,}5 \times 0{,}03074} = 76{,}06\%$

d) Curva característica: $H_m = A - B\,q - C\,q^2 = \left| \begin{array}{l} A = \dfrac{u_2^2}{g} = \dfrac{19^2}{g} = 36{,}75 \\ B = \dfrac{u_2\ \text{cotg}\,\beta_2}{k_2\,g\,\Omega_2} = \dfrac{19\ \text{cotg } 30^o}{0{,}015\,g} = 223{,}6 \end{array} \right| = 36{,}75 - 223{,}63\,q - C\,q^2$

$H_m = 18 + 175{,}2\ q^2 = 36{,}75 - 223{,}63\ q - C\ q^2 \xrightarrow{\text{Para } q = 0{,}03074 \text{ m}^3/\text{seg}} C = 12400$

$H_m = 36{,}75 - 223{,}63 q - 12400\ q^2$

Rendimiento manométrico teórico = rendimiento manométrico con ∞ álabes

$$\eta_{man_\infty} = 1 - \frac{C\,q^2}{A - B\,q} = 1 - \frac{12400 \times 0{,}0307^2}{36{,}75 - (223{,}63 \times 0{,}0307)} = 0{,}608 = 60{,}8\%$$

De otra forma:

$\eta_{man_\infty} = \mu\ \eta_{man_z} = 0{,}8 \times 0{,}7606 = 0{,}608 = 60{,}8\%$

e) ***Grado de reacción teórico:***

$$\sigma_\infty = 1 - \frac{c_{2n_\infty}}{2\ u_2} = 1 - \frac{18{,}98 - (115{,}5 \times 0{,}03074)}{2 \times 18{,}98} = 0{,}5935$$

****

23.- En una instalación de bombeo de agua la altura geodésica de impulsión es de 30 m y la de aspiración 5 m. Las tuberías de aspiración e impulsión tienen un diámetro de 150 mm. Las pérdidas de carga en la tubería de aspiración ascienden a 2 m y a 6 m en la de impulsión (Estas pérdidas no incluyen las de entrada del agua en el depósito superior). El diámetro exterior del rodete tiene 390 mm y el ancho del mismo a la salida 25 mm.

La bomba gira a 1200 rpm, y el ángulo β_2 =30º. El rendimiento manométrico de la bomba es el 80%; el rendimiento total el 70% y el rendimiento volumétrico el 95%; la entrada del agua en los álabes es radial; los álabes están afilados a la salida.

Calcular:

a) Caudal impulsado por la bomba y altura manométrica

b) Curva característiva

c) Potencia de accionamiento

d) Presión a la entrada de la bomba en mm c.mercurio y presión a la salida de la bomba en m c.agua.

RESOLUCIÓN

a) Caudal impulsado por la bomba.- Si v_t es la velocidad del agua en la tubería, la expresión de la altura manométrica es:

$$H_{man_{tubería}} = H + \Delta e = 30 + 5 + 2 + 6 + (1 \times \frac{c_S^2}{2\,g}) = 43 + \frac{c_S^2}{2\,g}$$

$$H_{man_{bomba}} = \eta_{man}\, H_t = 0,8 \times \frac{u_2\, c_{2n}}{g} =$$

$$= \left| \begin{array}{l} u_2 = \dfrac{\pi\, d_2\, n}{60} = \dfrac{\pi \times 0,39 \times 1200}{60} = 24,5 \text{ m/seg} \\ \text{Ec. de contin. } q = \dfrac{c_S\, \pi\, d_t^2}{4} = \eta_v\, c_{2m}\, \pi\, b_2\, d_2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} c_{2m} = \dfrac{0,15^2\, c_S}{4 \times 0,39 \times 0,025 \times 0,95} = 0,607\, c_S \\ c_{2n} = u_2 - c_{2m}\, \text{cotg}\, \beta_2 = 24,5 - 0,607\, c_S\, \text{cotg}\, 30^\circ = 24,5 - 1,051\, c_S \end{array} \right. \end{array} \right| =$$

$$= 0,80 \times \frac{24,5\,(24,5 - 1,051\, c_S)}{g} = 48,95 - 2,1\, c_S$$

Igualando las alturas manométricas se obtiene:

$$48,95 - 2,1\, c_S = 43 + \frac{c_S^2}{2\,g} \Rightarrow c_S = 2,66\ \frac{m}{seg}\ ;\quad c_{2m} = 0,607\, c_S = 0,607 \times 2,66 = 1,614\ \frac{m}{seg}$$

$$q = c_S\, \frac{\pi\, d_t^2}{4} = 2,66\, \frac{\pi \times 0,15^2}{4} = 0,047\ \frac{m^3}{seg}$$

Altura manométrica:

$$H_{man} = 43 + \frac{c_S^2}{2\,g} = 43 + \frac{2,66^2}{2\,g} = 43,36 \text{ m}$$

DE OTRA FORMA

$$H_t = A - B\, q = \left| \begin{array}{l} A = \dfrac{u_2^2}{g} = \dfrac{24,5^2}{g} = 61,25 \\ B = \dfrac{u_2\, \text{cotg}\, \beta_2}{k_2\, g\, \Omega_2} = \dfrac{24,5 \times \text{cotg}\, 30^\circ}{1 \times 9,8 \times \pi\, d_2\, b} = 141,36 \end{array} \right| = 61,25 - 141,36\, q$$

$$H_{man_{bomba}} = \eta_{man}\, H_t = 0,8\,(61,25 - 141,36\, q) = 49 - 113\, q = 49 - 113\, \frac{c_S\, \pi\, d_t^2}{4} = 49 - 2\, c_S$$

que concuerda con lo anteriormente obtenido.

Igualando las alturas manométricas de la tubería y de la bomba:

$$49 - 2\, c_S = 43 + \frac{c_S^2}{2\,g} \Rightarrow c_S = 2,8 \text{ m/seg}$$

b) Curva característica de la bomba

En el punto de funcionamiento: $q = 0,047\ \frac{m^3}{seg}$; $H_{man} = 43,46$ m , se obtiene C = 5091, luego

$$H_{man} = A - B\, q - C\, q^2 = 61,25 - 141,36\, q - 5091\, q^2$$

c) ***Potencia de accionamiento:***

$$N = \frac{\gamma\, q\, H_{man}}{\eta} = \frac{1000\ (kg/m^3)\ x\ 0{,}047\ (m^3/seg)\ x\ 43{,}36\ m}{0{,}7\ x\ 102} = 28{,}56\ kW$$

d) Presión a la entrada de la bomba.- Aplicando Bernoulli entre el nivel del depósito de aspiración y la entrada de la bomba, se tiene:

$$0 + 0 + 0 = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2\,g} + z_E + \Delta e_{asp} = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{2{,}66^2}{2\,g} + 5 + 2 = \frac{p_E}{\gamma} + 7{,}36$$

$$\frac{p_E}{\gamma} = -7{,}36\ m.c.a. = -\frac{7{,}36}{13{,}5}\ m.c.Hg = -0{,}545\ m.c.Hg$$

Presión a la salida de la bomba, (brida de impulsión) p_S

$$H_{man} = \left(\frac{c_S^2}{2g} + \frac{p_S}{\gamma} + z_S\right) - \left(\frac{c_E^2}{2g} + \frac{p_E}{\gamma} + z_E\right) = \left| c_S = 0{,}96\, c_E \ ;\ z_S = z_E \right| = \frac{c_S^2}{2\,g\ x\ 0{,}96^2} + \frac{p_S}{\gamma} - \frac{p_E}{\gamma}$$

$$\frac{p_S}{\gamma} = \frac{p_E}{\gamma} + H_{man} - \frac{c_S^2}{2\,g\ x\ 0{,}96^2} = -7{,}36 + 43{,}36 - 0{,}37 = 35{,}63\ m.c.a. \ \Rightarrow\ p_S = 35{,}63\ m\ x\ 1000\ \frac{kg}{m^3} = 3{,}56\ \frac{kg}{cm^2}$$

****

24.- Una bomba centrífuga tiene las siguientes características: d_1 = 120 mm; d_2 =240 mm; b_2 = 22 mm. Diámetro entrada corona directriz $d_3 = d_2$; diámetro de salida de la misma d_4 = 360 mm. Ancho de la corona directriz constante y mayor en un 5% al ancho de salida del rodete $b_3 = 1{,}05\ b_2$, $\eta_{vol} = 1$. Se desprecia el efecto debido al espesor de los álabes, $\eta_{mec} = 1$; $\eta_{man} = 0{,}85$; coeficiente de influencia ó factor de disminución del trabajo $\mu = 0{,}87$, las pérdidas en la corona directriz ascienden al 25% de la energía recuperable en la misma; las pérdidas en el rodete ascienden a un 7% de la altura manométrica. La entrada de los álabes es radial y la velocidad del flujo se mantiene constante a su paso por los álabes. El punto de funcionamiento a n = 2850 rpm es: H_{man}= 70 m ; q = 0,03 m^3/seg. Calcular:

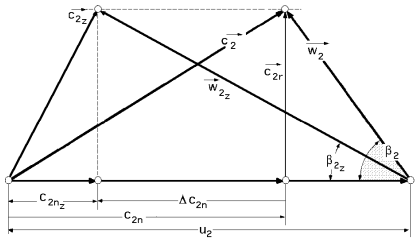
a) Las alturas $H_{t\infty}$ y $H_{t(máx)}$

b) El ángulo real de la corriente absoluta a su llegada a la corona directriz α_3 y la desviación de la corriente relativa causada por el remolino relativo a la salida del rodete $\beta_{2\infty}$

c) La ecuación del perfil de los álabes directrices construidos en forma de espiral logarítmica

d) La altura de presión recuperada en la corona directriz

e) El incremento de presión estática real en el rodete



RESOLUCIÓN

En la teoría unidimensional, el ángulo constructivo del álabe a la salida es el β_2 mientras que β_{2z} es el ángulo de salida del líquido, que no es tangente al álabe.

a) Alturas $H_{t\infty}$ y $H_{t(máx)}$

$$\mu = \frac{H_{t(máx)_z}}{H_{t(máx)}} = \frac{c_{2n_z}}{c_{2n}} \quad ; \quad H_{t(máx)} = \frac{H_{t(máx)_z}}{\mu} = \frac{H_{man_z}}{\mu\,\eta_{man_z}} = \frac{70}{0{,}87\ x\ 0{,}85} = 94{,}65\ m$$

$$H_{t(máx)_z} = \frac{H_{man_z}}{\eta_{man_z}} = \frac{70}{0{,}85} = 82{,}35\ m$$

El rendimiento manométrico teórico ($z = \infty$) es: $\eta_{man} = \mu\ \eta_{hid} = 0{,}87\ x\ 0{,}85 = 0{,}7395 = 74\%$

b) Ángulo constructivo β_2 de la bomba

$$u_2 = \frac{g\,H_t}{c_{2n}} = \frac{d_2\,\pi\,n}{60} = \frac{0{,}24\ \pi\ x\ 2850}{60} = 35{,}81\ \frac{m}{seg} \ \Rightarrow\ c_{2n} = \frac{60\ g\ H_t}{d_2\ \pi\ n} = \frac{60\ g\ x\ 94{,}65}{0{,}24\ \pi\ x\ 2850} = 25{,}9\ \frac{m}{seg}$$

$$c_{2m} = c_{2m_z} = \frac{q}{\pi\, d_2\, b_2} = \frac{0{,}03}{0{,}24\ \pi\ x\ 0{,}022} = 1{,}81\ m/seg$$

$$\text{tg } \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2n}} = \frac{1,81}{35,81 - 25,9} = 0,182 \quad \Rightarrow \quad \beta_2 = 10,31^o \text{ (Angulo constructivo)}$$

$$H_{t(máx)_z} = \frac{u_2\ c_{2n_z}}{g} \quad \Rightarrow \quad c_{2n_z} = \frac{g\ H_{t(máx)_z}}{u_2} = \frac{82,35\ g}{35,81} = 22,56\ \frac{m}{seg}$$

Ángulo de la corriente a la salida del rodete β_{2z}

$$\text{tg } \beta_{2_z} = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2n_z}} = \frac{1,809}{35,81 - 22,56} = 0,1365 \quad \Rightarrow \quad \beta_{2_z} = 7,77^o$$

$$\text{tg } \alpha_{2_z} = \frac{c_{2m}}{c_{2n_z}} = \frac{1,809}{22,56} = 0,0818 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{2_z} = 4,58^o$$

Ángulo de desviación de la corriente relativa = $\beta_2 - \beta_{2z} = 10,31^o - 7,77^o = 2,54^o$

Velocidad meridiana de entrada en la corona directriz

$$c_{3m} = \frac{q}{\pi\ d_2 b_3} = \frac{0,03}{\pi \text{ x } 0,24 \text{ x } (1,05 \text{ x } 0,022)} = 1,722 \text{ m/seg}$$

Ángulo de entrada en los álabes directrices de la corona, α_3 (constructivo)

$$\text{tg } \alpha_3 = \frac{c_{3m}}{c_{3n}} = \frac{c_{3m}}{c_{2n}} = \frac{1,722}{22,56} = 0,07633 \quad \Rightarrow \quad \alpha_3 = 4,365^o$$

De no haber existido la condición $b_3 = 1,05\ b_2$, el ángulo de entrada en la corona directriz sería $\alpha_3 = \alpha_{2z}$

c) Ecuación de la espiral logarítmica

$$r = r_3 \exp \frac{q\,\theta}{\Gamma} = \left| \begin{array}{l} q = 2\ \pi\ r\ b\ c_m = Cte \\ \Gamma = 2\ \pi\ r\ b\ c_n = Cte \end{array} \right| = r_3 \exp \frac{c_m \theta}{c_n} = r_3 \exp (\theta \text{ tg } \alpha_3) = 0,12\ e^{0\,07633\,\theta}$$

d) Altura de presión recuperada en la corona directriz..- Sean c_3 la velocidad de entrada del agua en la corona directriz, igual a la velocidad absoluta c_{2z} de salida del rodete, y c_4 la velocidad de salida del agua de la corona directriz.

La altura de presión teórica que se puede recuperar en la corona directriz es = $\frac{c_3^2 - c_4^2}{2\ g}$

$$c_3^2 = c_{3n}^2 + c_{3m}^2 = |\ c_{3n} = c_{2n}\ | = 22,5\,6^2 + 1,722^2 = 511,9 \quad ; \quad c_3 = 22,63 \text{ m/seg}$$

$$q = \pi\ d_4\ b_4\ c_{4m} \quad \Rightarrow \quad c_{4m} = \frac{q}{\pi\ d_4\ b_4} = \frac{0,03}{\pi \text{ x } 0,36 \text{ x } (1,05 \text{ x } 0,022)} = 1,1483\ \frac{m}{seg}$$

$$\Gamma = 2\ \pi\ r\ c_n = 2\ \pi\ r_3\ c_{3n} = 2\ \pi\ r_4\ c_{4n} = Cte \quad \Rightarrow \quad d_3\ c_{3n} = d_4\ c_{4n} \quad ; \quad c_{4n} = \frac{d_3\ c_{3n}}{d_4} = \frac{0,24 \text{ x } 22,56}{0,36} = 15,04 \text{ m/seg}$$

$$c_4 = \sqrt{c_{4m}^2 + c_{4n}^2} = \sqrt{1,1483^2 + 15,04^2} = 15,08 \text{ m/seg}$$

luego: $\frac{c_3^2 - c_4^2}{2\ g} = \frac{22,63^2 - 15,04^2}{2\ g} = 14,59$ m

La altura real recuperada es: $14,59 \text{ x } 0,75 = 10,94$ m

e) Incremento de presión en el rodete. Aplicando la ecuación de Bernoulli generalizada entre la entrada y salida de los álabes del rodete:

$$\left(\frac{c_2^2}{2\ g} + \frac{p_2}{\gamma} + r_2\right) - \left(\frac{c_1^2}{2\ g} + \frac{p_1}{\gamma} + r_1\right) = H_{t(máx)} - h_r$$

La velocidad del flujo se mantiene constante a su paso por los álabes, por lo que $c_{1m} = c_{2m}$

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = H_{t\,(máx)} - h_r + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\ g} + (r_1 - r_2) = \left| \begin{array}{l} \alpha_1 = 90^o \quad \Rightarrow \quad c_{1m} = c_{2m} = c_1 = 1,81 \text{ m/seg} \\ c_2 = \sqrt{c_{2m}^2 + c_{2n}^2} = \sqrt{1,81^2 + 25,9^2} = 25,96 \text{ m/seg} \\ \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\ g} = \frac{1,81^2 - 25,96^2}{2\ g} = 34,22 \text{ m/seg} \end{array} \right| = 55,6 \text{ m}$$

****

25.- Una bomba radial tiene un diámetro a la entrada de 100 mm. El punto de funcionamiento es, q = 1980 lit/min; H_m = 30 m; n = 1500 rpm. Se ha hecho un ensayo de cavitación aumentando gradualmente la altura de aspiración, a la presión atmosférica de 743 mm de columna de mercurio y el agua a 15ºC. Cuando la cavitación se inicia, el vacuómetro conectado a la entrada de la bomba indica una presión de (-528 mm de columna de mercurio); $p_{v(vapor\ de\ agua)(T=15ºC)}$ = *0,01707 Atm.*

Determinar

a) El coeficiente de cavitación de la bomba

b) La altura de aspiración máxima de la bomba, si bombea el mismo caudal de agua que el del ensayo, en las mismas condiciones de temperatura y presión barométrica; la tubería de aspiración tiene unas pérdidas totales de 1,2 m

c) Suponiendo la misma pérdida de carga y coeficiente de Thoma, hallar la altura de aspiración máxima para una altura manométrica de 49 m.

RESOLUCIÓN

a) Coeficiente de cavitación de la bomba

$$\sigma = \frac{\frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - H_a - \Delta P_{asp}}{H_{man}} = \left| \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2\,g} = \frac{p_{atm}}{\gamma} - H_a - \Delta P_{asp} \right| = \frac{\frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2\,g} - \frac{p_v}{\gamma}}{H_{man}} = \frac{NPSH_r}{H_{man}}$$

$$\frac{p_{atm}}{\gamma} = \frac{(743/760) \times 10330\ kg/m^2}{1000\ kg/m^3} = 10{,}1\ m.c.a. \quad ó \quad \frac{13600}{1000} \times 0{,}743 = 10{,}1\ m.c.a.$$

$$\left.\begin{array}{l} \left.\frac{p_E}{\gamma}\right|_{rel} = \frac{(-528/760) \times 10330\ kg/m^2}{1000\ kg/m^3} = -7{,}17\ m.c.a \\ ó\ \left.\frac{p_E}{\gamma}\right|_{rel} = \frac{13600\ kg/m^3_{Hg}}{1000\ kg/m^3_{H_2O}}(-0{,}528) = -7{,}17\ m.c.a. \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\frac{p_E}{\gamma}\right|_{abs} = 10{,}1 - 7{,}17 = 2{,}93\ m\ (absoluta)$$

$$q = \frac{1{,}98}{60}\frac{m^3}{seg} = 0{,}033\frac{m^3}{seg} = \Omega_E c_E \quad \Rightarrow \quad c_E = \frac{0{,}033 \times 4}{0{,}1^2\pi} = 4{,}2\frac{m}{seg} \quad \Rightarrow \quad \frac{c_E^2}{2\,g} = 0{,}9\ m$$

$$\left.\frac{p_v}{\gamma}\right)_{15ºC} = \frac{0{,}017 \times 10330}{1000} = 0{,}1763\ m$$

$$NPSH_r = \text{Altura bruta disponible} - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2\,g} - \frac{p_v}{\gamma} = 2{,}93 + 0{,}9 - 0{,}1763 = 3{,}654\ m$$

$$\sigma = \frac{\frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2\,g} - \frac{p_v}{\gamma}}{H_{man\ (máx)}} = \frac{2{,}93 + 0{,}9 - 0{,}1763}{30} = 0{,}1228$$

b) Altura de aspiración máxima de la bomba

$$\text{Altura bruta} = 2{,}93 + 0{,}9 = 3{,}83 = \frac{p_{atm}}{\gamma} - H_a - \Delta p_{asp}\text{, por lo que:}$$

$$H_a = \frac{p_{atm}}{\gamma} - \Delta p_{asp} - 3{,}83 = 10{,}1 - 1{,}2 - 3{,}83 = 5{,}07\ m$$

c) Altura de aspiración máxima para una altura manométrica de 49 m.

Por ser la bomba geométricamente semejante a la primera tendrá el mismo coeficiente de Thoma σ, por lo que:

$$H_a^* = 10{,}1 - 0{,}1763 - 1{,}2 - (0{,}1228 \times 49) = 2{,}763\ m$$

Se observa que la altura de aspiración H_a, para una misma bomba, depende de la altura manométrica, disminuyendo al aumentar ésta.

****

26.- Una bomba centrífuga tiene 6 álabes; el diámetro exterior del rodete vale d_2 = 250 mm, y el área efectiva del flujo a la salida, Ω_2 = 165 cm². El ángulo α_1 = 90°. El ángulo que forman los álabes a la salida, curvados hacia atrás, con la dirección de la velocidad periférica a la salida del rodete de β_2 = 30°.

Cuando la bomba funciona a 1450 rpm, el caudal aspirado es de 0,032 m³/seg, siendo el rendimiento volumétrico de la bomba del 88% , por fugas al exterior

En el eje de la bomba se mide un par de 4,75 m.kg.

Mediante un vacuómetro y un manómetro situados respectivamente a la entrada y salida de la bomba, en puntos situados a la misma cota, se miden las presiones relativas de -330 mm de columna de mercurio y 12,2 m de columna de agua..

La presión atmosférica es de 750 mm de columna de mercurio

La temperatura del agua a bombear es de 10°C, p_v = 0,01227 atm.

La tubería de aspiración tiene un diámetro de 150 mm y 6 metros de longitud; lleva instalados una válvula de pie de alcachofa, y un codo, con un coeficiente adimensional de pérdida de carga accidental total ξ = 6,5, siendo el coeficiente de rozamiento λ = 0,027.

La tubería de impulsión tiene un diámetro de 100 mm.

Determinar

a) La altura manométrica y el rendimiento manométrico

b) La curva característica de la bomba

c) La altura de aspiración máxima admisible y el coeficiente de cavitación ¿Es correcta la longitud del tubo de aspiración?

d) El rendimiento mecánico de la bomba y el rendimiento total

---

RESOLUCIÓN

a) Altura manométrica

$$q = \eta_{vol}\, q_1 = 0{,}88 \times 0{,}032 = 0{,}02816 \ \ m^3/seg$$

$$H_{man_z} = \left(\frac{c_S^2}{2g} + \frac{p_S}{\gamma} + z_S\right) - \left(\frac{c_E^2}{2g} + \frac{p_E}{\gamma} + z_E\right) =$$

$$= \left| \begin{array}{lll} \dfrac{c_S^2}{2g} = \dfrac{16\, q^2}{2g\,\pi^2 d_S^4} = \dfrac{16 \times 0{,}02816^2}{2g\,\pi^2 \times 0{,}1^4} = 0{,}656 \text{ m} & ; & \left.\dfrac{p_S}{\gamma}\right|_{rel} = 12{,}2 \text{ m.c.a.} \ ; \ z_S = z_E \\ \dfrac{c_E^2}{2g} = \dfrac{16\, q_1^2}{2g\,\pi^2 d_E} = \dfrac{16 \times 0{,}032^2}{2g\,\pi^2 \times 0{,}15^4} = 0{,}1673 \text{ m} & ; & \left.\dfrac{p_E}{\gamma}\right|_{rel} = -0{,}33 \times 13{,}6 = -4{,}488 \text{ m.c.a.} \end{array} \right| =$$

$$= (12{,}2 + 0{,}6558) - (-4{,}488 + 0{,}1673) = 17{,}17 \text{ m}$$

$$\frac{p_{atm}}{\gamma} = 0{,}750 \text{ m.c.Hg} \times \frac{13600 \text{ kg/m}^3}{1000 \text{ kg/m}^3} = 10{,}2 \text{ m.c.a.}$$

$$\frac{p_v}{\gamma} = 0{,}01227 \times 10{,}33 = 0{,}127 \text{ m.c.a.}$$

$$\Delta P_{asp} = \frac{\lambda\, c_E^2\, L}{2g\, d} + \xi\, \frac{c_E^2}{2g} = \frac{c_E^2}{2g}\left(\frac{\lambda L}{d} + \xi\right) = 0{,}1673\left(\frac{0{,}027 \times 6}{0{,}15} + 6{,}5\right) = 1{,}268 \text{ m}$$

$$NPSH_r = \text{Altura bruta disponible} - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2g} - \frac{p_v}{\gamma} = \left| \left.\frac{p_E}{\gamma}\right|_{abs} = 5{,}712 \text{ m.c.a.} \right| = 5{,}712 + 0{,}1673 - 0{,}127 = 5{,}75 \text{ m.c.a.}$$

$$H_{t(máx)} = \frac{u_2 c_{2n}}{g} = \left| \begin{array}{l} u_2 = d_2 \dfrac{\pi n}{60} = \dfrac{0{,}25\, p \times 1450}{60} = 18{,}98 \text{ m/seg} \\ c_{2n} = u_2 - c_{2m} \cot g\, \beta_2 = \left\{ c_{2m} = \dfrac{q_1}{\Omega_2} = \dfrac{0{,}032 \text{ m}^3/\text{seg}}{0{,}0165 \text{ m}^2} \right\} = 18{,}98 - 1{,}94 \cot g\, 30^\circ = 15{,}62 \ \dfrac{m}{seg} \end{array} \right| = 30{,}25 \text{ m}$$

Rendimiento manométrico real de la bomba

$$\eta_{man_z} = \frac{H_{man_z}}{\mu\, H_{t(máx)}} = \left| \text{Para } z = 6 \Rightarrow \mu = 0,714 \right| = \frac{17,17}{0,714 \times 30,25} = 0,795 = 79,5\%$$

b) Curva característica de la bomba a 1450 rpm

$$H_m = A - B\,q - C\,q^2 = \left| \begin{array}{l} A = \dfrac{u_2^2}{g} = \dfrac{18,98^2}{g} = 36,75 \\ B = \dfrac{u_2\ \cot g\ \beta_2}{k_2 g\ \Omega_2} = \dfrac{18,98\ \cot g\ 30^o}{0,0165 g} = 203,5 \end{array} \right| = 36,75 - 203,5\,q - C\,q^2$$

El valor de C se obtiene en el punto de funcionamiento: $q = 0,02816\ m^3/seg$; $H_m = 17,17$ m

$17,17 = 36,75 - (203,5 \times 0,028) - C\,(0,028)^2 \Rightarrow C = 17700$

$H_m = 36,75 - 203,5\,q - 17700\ q^2$

c) Altura de aspiración máxima de la bomba (proporcionada por el $NPSH_r$ máximo)

$$H_{a\,(máx)} = \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - \Delta P_{asp} - NPSH_r = 10,2 - 0,127 - 1,268 - 5,75 = 3,055 \text{ m}$$

$$\text{Coeficiente de Thoma: } \sigma = \frac{NPSH_r}{H_{man}} = \frac{5,75}{17.17} = 0,335$$

¿Es correcta la longitud del tubo de aspiración?: Puede ser correcta ya que la aspiración tiene como mucho 6 m (sólo se menciona la longitud y no la altura) y la máxima altura de aspiración que admite la bomba proporcionada por el $NPSH_{r(máx)}$ es 3,055 m. Si la tubería de aspiración tuviese esos 6 m de altura sería imposible bombear.

d) Rendimiento mecánico de la bomba

$$N = C\,w = C\,\frac{\pi\, n}{30} = 4,75 \times \frac{1450\ \pi}{30} = 721,25\ \frac{Kgm}{seg}$$

$$\eta_{mec} = \frac{\gamma\, q_1 H_t}{N} = \left| H_{t_{6\ álabes}} = \mu\, H_{t(máx)} = 0,714 \times 30,25 = 21,6 \text{ m} \right| = \frac{1000 \times 0,032 \times 21,6}{721,25} = 0,9582 = 95,82\%$$

El rendimiento total es: $0,9582 \times 0,7949 \times 0,88 = 67\%$, que concuerda con el hallado anteriormente

****

27.- Una bomba centrífuga de flujo axial de un solo rodete de eje vertical bombea 7,5 m^3/min de agua fría, girando a 1000 rpm, trabajando con un η_{man}= 82% y un η_{mec}= 97%. Se desprecian las pérdidas intersticiales, y las de rozamiento de disco se incluyen en las pérdidas mecánicas. Las pérdidas en el rodete se suponen iguales a la mitad de todas las pérdidas interiores. El diámetro exterior del rodete es de 500 mm, y el ancho del rodete a la salida de 40 mm. El ángulo $\beta_2 = 40^o$, y el coeficiente de obstrucción de los álabes a la salida vale 0,9. La entrada en los álabes es radial. La velocidad del flujo se mantiene constante a su paso por los álabes. Las tuberías de aspiración e impulsión tienen el mismo diámetro.

Calcular:

a) Altura teórica de la bomba

b) Altura dinámica proporcionada por el rodete

c) Altura de presión teórica proporcionada por el rodete

d) Diferencia de alturas piezométricas reales entre la entrada y salida del rodete

e) Potencia útil de la bomba, Potencia interna de la bomba y Potencia de accionamiento

f) Altura de presión útil que da la bomba

g) Par de accionamiento

h) Si las pérdidas en la tubería son de 8 m hallar la altura geodésica que podrá vencer la bomba

---

RESOLUCIÓN

a) Altura teórica de la bomba

$$H_{t(máx)} = \frac{u_2\ c_{2n}}{g} = \left| \begin{array}{l} u_2 = \dfrac{\pi\ d_2\ n}{60} = \dfrac{0,5\ \pi\ 1000}{60} = 26,18\ \text{m/seg} \\ c_{2m} = \dfrac{q}{\pi\ d_2 b_2\ k_2} = \dfrac{7,5/60}{\pi\ x\ 0,5\ x\ 0,04\ x\ 0,9} = 2,21\ \text{m/seg} \\ c_{2n} = u_2 - c_{2m}\ \text{cotg}\ \beta_{2_\infty} = 26,18 - 2,21\ \text{cotg}\ 40^o = 23,55\ \text{m/seg} \end{array} \right| = 62,85\ \text{m}$$

b) Altura dinámica proporcionada por el rodete

Como: $c_{1m} = c_{2m} \Rightarrow H_{din} = \dfrac{c_2^2 - c_1^2}{2\ g} = \dfrac{c_{2n}^2}{2\ g} = \dfrac{23,55^2}{2\ g} = 28,27\ \text{m}$

c) Altura de presión teórica proporcionada por el rodete (al ser teórica no hay pérdidas en el rodete, $h_r = 0$)

$$H_{presión} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = H_t - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2\ g} - h_r = 62,85 - 28,27 - 0 = 34,58\ \text{m}$$

d) Diferencia de alturas piezométricas reales entre la entrada y salida del rodete

La altura manométrica es: $H_m = \eta_{man} H_{t(máx)} = 0,82\ x\ 62,85 = 51,54\ \text{m}$

Pérdidas internas : $\Delta i = H_t - H_{man} = 62,85 - 51,54 = 11,31\ \text{m}$

Pérdidas rodete, según el enunciado : $h_r = \dfrac{11,31}{2}\ \text{m} = 5,655\ \text{m}$

$$\left(\frac{c_2^2}{2\ g} + \frac{p_2}{\gamma} + r_2\right) - \left(\frac{c_1^2}{2\ g} + \frac{p_1}{\gamma} + r_1\right) = H_t - h_r$$

La diferencia de alturas piezométricas es:

$$\frac{p_2}{\gamma} + r_2 - \left(\frac{p_1}{\gamma} + r_1\right) = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\ g} + H_t - h_r = -\frac{c_{2n}^2}{2\ g} + H_t - h_r = -28,27 + 62,85 - 5,655 = 28,93\ \text{m}$$

e) Potencia de la bomba:

$$N_u = \gamma\ q\ H_m = 1000\ x\ \frac{7,5}{60}\ x\ 51,54 = 6442\ \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}} = 63,16\ \text{kW}$$

Potencia interna de la bomba ó potencia hidráulica:

$$N_h = \frac{N_u}{\eta_v\ \eta_{man}} = \frac{63,16}{0,82}\ \text{kW} = 77,016\ \text{kW}$$

Potencia de accionamiento:

$$N = \frac{N_h}{\eta_{mec}} = \frac{77,026}{0,97}\ \text{kW} = 79,41\ \text{kW}$$

Altura de presión útil que da la bomba : $H_{man} = 51,54\ \text{m}$

g) Par motor:

$$C = \frac{N}{w} = \frac{30N}{\pi n} = \frac{30\ x\ 79,41\ x\ 102}{\pi\ x\ 1000}\ \text{m.kg} = 77,34\ \text{m.kg} = 758,8\ \text{m.N}$$

h) El desnivel geodésico que podrá vencer la bomba para $\Delta e = 8$ m es:

$H = H_{man} - \Delta e = 51,54 - 8 = 43,54\ \text{m}$

****

28.- Las dimensiones de una bomba centrífuga radial de agua, instalada en carga con el eje de la bomba a 1 m del nivel de agua en el depósito de aspiración son las siguientes:

Rodete: $d_1 = 90$ mm; $b_1 = 60$ mm; $d_2 = 240$ mm; $b_2 = 22$ mm

Corona de álabes directrices: $d_3 = 245$ mm ; $b_3 = b_2$; $d_4 = 360$ mm; $b_4 = b_3 = b_2$

Voluta: diámetro de salida = diámetro de salida de la bomba = $d_s = 180$ mm; ancho $b = cte = b_2$; $\beta_2 = 9^o45'$.

El punto de funcionamiento de la bomba es: $Q = 1800$ lit / minuto; $H_{man} = 70$ m ; $n = 2.850$ rpm

Pérdidas volumétricas despreciables; $\eta_h = 0,85$

Entrada en los álabes sin circulación

Pérdidas en la corona directriz = 35%

Rendimiento en la aspiración de la bomba hasta la entrada en los álabes 70%
Pérdidas en los álabes del rodete = 0,07 H_{man}.

Determinar
a) El triángulo de velocidades a la salida, si se desprecia el espesor de los álabes
b) Desviación de la corriente relativa a la salida del álabe
c) Factor de disminución de trabajo y nº de álabes
d) Ecuación de la espiral logarítmica de los álabes de la corona directriz
e) Incremento de altura de presión logrado en la corona directriz y rendimiento de la misma
f) Presión absoluta a la entrada de los álabes
g) Presión a la salida del rodete
h) Incremento de presión logrado en la voluta y pérdida en la misma

---

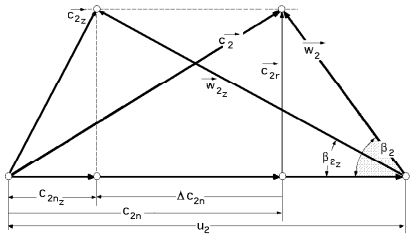
RESOLUCIÓN

a) Triangulo a la salida

$$u_2 = \frac{d_2}{2}\frac{\pi\, n}{30} = \frac{0,24}{2}\frac{\pi\, 2850}{30} = 35,81 \text{ m/ seg}$$

$$H_{t(máx)_z} = \frac{u_2\, c_{2n_z}}{g} \;\Rightarrow\; c_{2n_z} = \frac{g\, H_{t(máx)_z}}{u_2} = \left| H_{t(máx)_z} = \frac{H_{man_z}}{\eta_{man_z}} = \frac{70}{0,85} = 82,35 \text{ m} \right| = \frac{82,35\, g}{35,81} = 22,56 \text{ m/ seg}$$

$$c_{2m} = \frac{q}{\pi\, b_2\, d_2\, k_2} = \left| q = \frac{1,8}{60} = 0,03 \text{ m}^3/\text{seg} \; ; \; k = 1 \text{ (No obstrucción)} \right| = \frac{0,03}{\pi \times 0,22 \times 0,24} = 1,809 \; \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$



De los triángulos de velocidades de la figura se obtiene:

$$c_{2_z} = \sqrt{c_{2n_z}^2 + c_{2m}^2} = \sqrt{22,56^2 + 1,809^2} = 22,63 \text{ m/ seg}$$

$$c_{2_z} \operatorname{sen} \alpha_{2_z} = c_{2m} \;\Rightarrow\; \operatorname{sen} \alpha_{2_z} = \frac{c_{2m}}{c_{2_z}} = \frac{1,809}{22,63} = 0,07994 \;\Rightarrow\; \alpha_{2_z} = 4,58^\circ$$

$$w_{2_z} \operatorname{sen} \beta_{2_z} = c_{2m} \;\Rightarrow\; \operatorname{sen} \beta_{2_z} = \frac{c_{2m}}{w_{2_z}} \;\; ; \;\; \cos \beta_{2_z} = \frac{u_2 - c_{2n_z}}{w_{2_z}}$$

Ángulo β_{2z} de salida del agua:

$$\operatorname{tg} \beta_{2_z} = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2n_z}} = \frac{1,809}{35,81 - 22,56} = 0,1365 \;\Rightarrow\; \beta_{2_z} = 7,77^\circ \text{ (ángulo de salida del agua)}$$

Para un número infinito de álabes, el ángulo a la salida del álabe es: $\beta_2 = 9º45´$

Resolviendo el triángulo con estos datos se obtiene:

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2n}} = \frac{1,809}{35,81 - c_{2n}} = \operatorname{tg} 9º45' = 0,1718 \;\Rightarrow\; c_{2n} = 25,28 \; \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$\left.\begin{array}{l} c_2 \operatorname{sen} \alpha_2 = c_{2_z} \operatorname{sen} \alpha_{2_z} = c_{2m} = 1,809 \text{ m/ seg} \\ c_2 \cos \alpha_2 = c_{2n} = 25,28 \text{ m/ seg} \\ c_{2n_z} = 22,56 \text{ m/ seg} \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; \left\{\begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha_2 = \dfrac{1,809}{25,28} = 0,07155 \;\; ; \;\; \alpha_2 = 4,09^\circ \\ \operatorname{tg} \alpha_{2z} = \dfrac{1,809}{22,56} = 0,0802 \;\; ; \;\; a_{2z} = 4,58^\circ \end{array}\right.$$

$$c_2 = \frac{c_{2m}}{\operatorname{sen} \alpha_2} = \frac{1,809}{\operatorname{sen} 4,09^\circ} = 25,34 \text{ m/seg}$$

b) Ángulo de desviación $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_{2z} = 9,75 - 7,77 = 1,98^\circ$

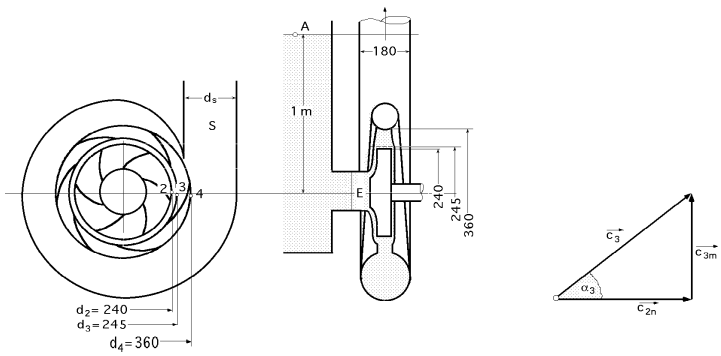
c) Coeficiente de influencia del nº de álabes, $\mu = \dfrac{H_{t(máx)_z}}{H_{t(máx)}} = \dfrac{\dfrac{u_2\, c_{2n_z}}{g}}{\dfrac{u_2\, c_{2n}}{g}} = \dfrac{c_{2n_z}}{c_{2n}} = \dfrac{22,56}{25,28} = 0,8924 \;\Rightarrow\; z = 20$

d) Ecuación de la espiral logarítmica de los álabes directrices.- La ecuación de estos álabes directrices realizados en forma de espiral logarítmica es:

$$r = \exp \frac{q\,\theta}{\Gamma} = \left| \begin{array}{l} q = 2\,\pi\,r\,b\,c_m = Cte \\ \Gamma = 2\,\pi\,r\,b\,c_n = Cte \end{array} \right| = \exp \frac{c_m \theta}{c_n} = \exp\,(\theta\ tg\ \alpha_3)$$

El ángulo de salida α_{2z} es el de entrada α_3 en los álabes directrices

$$r = r_2 \exp(tg\ \alpha_{2_z}\,\theta^\circ) = 120\ \exp(tg\ 4{,}58^\circ\,\theta^\circ) = 120\ e^{0{,}08\ \theta^\circ}$$



e) Incremento de la altura de presión de la corona directriz..- Como el ángulo de salida α_{2z} es el de entrada a_3 en los álabes directrices, resulta que: $c_{2nz} = c_{3n}$. La altura de presión que teóricamente se puede obtener en la corona directriz es:

$$H_{p\ máxima(corona\ directriz)} = \frac{c_3^2 - c_4^2}{2\,g}$$

$$c_3 = \sqrt{c_{3n}^2 + c_{3m}^2} = \left| \begin{array}{l} c_{3m} = \dfrac{q}{\pi\,b_3\,d_3} = \dfrac{0{,}03}{\pi\,0{,}022 \times 0{,}245} = 1{,}772\ \dfrac{m}{seg} \quad \text{ó} \quad c_{3m} = c_{2m}\,\dfrac{d_2}{d_1} = 1{,}809\,\dfrac{240}{245} = 1{,}772\ m/seg \\ c_{3n} = c_{2n_z} = 22{,}56\ m/seg \end{array} \right| =$$

$$= \sqrt{22{,}56^2 + 1{,}772^2} = 22{,}63\ m/seg \quad \Rightarrow \quad \frac{c_3^2}{2\,g} = 26{,}13\ m.c.a.$$

En el difusor se cumple la ecuación de continuidad, por lo que:

$$q = c_{3m}\ \pi\,d_3 b_3 = c_{4m}\ \pi\,d_4 b_4 = \left| \frac{c_m}{c_n} = \frac{c_{3m}}{c_{3n}} = \frac{c_{4m}}{c_{4n}} = tg\,\alpha = Cte \right| = c_{3n}\ tg\,\alpha\ \pi\,d_3 b_3 = c_{4n}\ tg\,\alpha\ \pi\,d_4 b_4$$

Como: $b_3 = b_4$, se tiene: $c_{3n}\,d_3 = c_{4n}\,d_4$

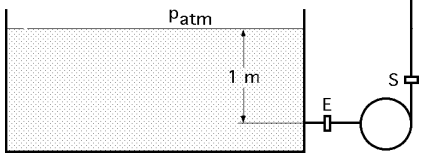
$$c_4 = \sqrt{c_{4n}^2 + c_{4m}^2} = \left| \begin{array}{l} c_{4m} = \dfrac{q}{\pi\ b_4 d_4} = \dfrac{0{,}03}{\pi\ 0{,}022\ \times\ 0{,}36} = 1{,}21\ \dfrac{m}{seg} \\ c_{4n} = c_{3n}\,\dfrac{d_3}{d_4} = 22{,}56\ \dfrac{0{,}245}{0{,}36} = 15{,}35\ \dfrac{m}{seg} \end{array} \right| = \sqrt{15{,}35^2 + 1{,}21^2} = 15{,}4\ \frac{m}{seg}$$

$$H_{p\,máx\,(corona\ directriz)} = \frac{c_3^2 - c_4^2}{2\,g} = \frac{22{,}63^2 - 15{,}4^2}{2\,g} = 14{,}03\ m$$

La altura de presión real en la corona directriz es:

$$H_{p\,real\,(corona\ directriz)} = 14{,}03 \times 0{,}65 = 9{,}11\ m$$

$$\text{Rendimiento de la corona directriz} = \frac{9{,}11}{14{,}03} = 0{,}65 = 65\% \quad \text{ó} \quad 100 - 35 = 65\%$$



f) Presión absoluta a la entrada de los álabes del rodete.- El Bernoulli entre el nivel del agua en el depósito de aspiración y la entrada en el rodete, sin pérdidas, es:

$$p_E = p_{atm} + \gamma\,H_a \quad ; \quad \frac{p_E}{\gamma} = \frac{p_{atm}}{\gamma} + H_a \quad \Rightarrow \quad \frac{p_E}{\gamma} = 10{,}33\ mca + 1 = 11{,}33\ mca$$

Como el rendimiento en la aspiración de la bomba hasta la entrada del agua en los álabes es el 70%, se tiene:

$$H_1 = 0{,}7 \times 11{,}33 = 7{,}931 \text{ m} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2\,g} + z_1 \ , \text{ siendo } z_1 = 0$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = 7{,}931 - \frac{c_1^2}{2\,g} = \left| c_1 = c_{1m} = c_{2m}\frac{d_2\,b_2}{d_1\,b_1} = 1{,}809\,\frac{0{,}24 \times 0{,}022}{0{,}09 \times 0{,}06} = 1{,}769\ \frac{m}{seg} \right| = 7{,}771 \text{ m.c.a. (Pres. absoluta)}$$

g) Presión a la salida del rodete.- Aplicando la ecuación de Bernoulli entre la entrada y salida del rodete, se obtiene

$$H_t = \frac{H_{man}}{\eta_{man}} = \left(\frac{c_2^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) - \left(\frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) + h_r =$$

$$= \left(\frac{22{,}63^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0{,}12\right) - \left(\frac{1{,}769^2}{2\,g} + 7{,}771 + 0{,}045\right) + 0{,}07\,H_{man} = 18{,}27 + \frac{p_2}{\gamma} + 0{,}07\,H_{man}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = H_{man}\left(\frac{1}{\eta_{man}} - 0{,}07\right) - 18{,}27 = 70\left(\frac{1}{0{,}85} - 0{,}07\right) - 18{,}27 = 59{,}18 \text{ m.c.a. (Presión absoluta)}$$

h) Incremento de presión en la voluta y pérdida en la misma.

La altura de presión teórica en la voluta es: $\dfrac{c_4^2 - c_S^2}{2\,g}$

La altura de presión recuperada en la voluta es: $\dfrac{c_4^2 - c_S^2}{2\,g} - \dfrac{H_{p(voluta)}}{2\,g}$

Suponiendo que las tuberías de aspiración e impulsión de la bomba tienen el mismo diámetro ($c_S = c_E$) y que los ejes de las tuberías (o las bridas de entrada y salida) están situados a la misma cota, se tiene que:

$$H_{man} = \frac{p_S - p_E}{\gamma} = \frac{H_{p(rodete)} + H_{p(corona\ directriz)} + H_{p(voluta)}}{\gamma}$$

$$\frac{H_{p(voluta)}}{\gamma} = H_{man} - \frac{H_{p(rodete)} + H_{p(corona\ directriz)}}{\gamma} = H_{man} - \frac{(p_2 - p_1) + H_{p(corona\ directriz)}}{\gamma} =$$

$$= 70 - (59{,}18 - 7{,}771 + 9{,}11) = 9{,}48 \text{ m}$$

$$\frac{c_S^2}{2g} = \frac{(q/\Omega_4)^2}{2g} = \frac{q^2}{2g\,(\pi\,d_S^2/4)^2} = \frac{0{,}03^2}{2g\,(0{,}18^2\,\pi/4)^2} = 0{,}07091 \text{ m}$$

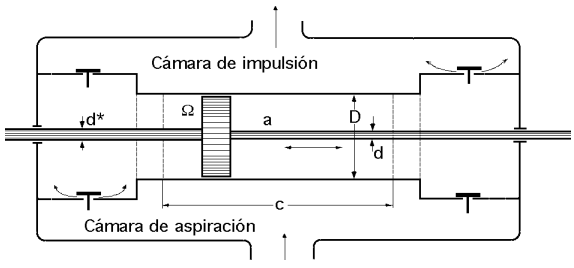
La altura de presión teórica generada en la voluta es:

$$\frac{c_4^2 - c_S^2}{2\,g} = \frac{15{,}4^2}{2\,g} - 0{,}07091 = 12{,}03 \text{ m}$$

Las pérdidas en la voluta son: 12,03 - 9,48 = 2,55 m

****

29.- En la bomba de émbolo de doble efecto que se presenta, el eje a la izquierda tiene 9 cm de diámetro y el de la derecha 6 cm. La carrera es de 0,9 m y el diámetro del pistón es de 50 cm. La bomba funciona a 70 rpm. La de impulsión en la cara izquierda del émbolo es de 2,1 kg/cm² y de 2,15 kg/cm² en la cara derecha. La presión en la aspiración sobre cada una de las caras d el émbolo es de -0,3 kg/cm². Con estos datos determinar la potencia hidráulica y la potencia del motor.



RESOLUCIÓN

- Superficies útiles del émbolo:

$$\begin{cases} \text{Cara izquierda: } \Omega_{izd} = \dfrac{\pi}{4}\left(D^2 - d_{eje\ izq}^2\right) = \dfrac{\pi}{4}\left(50^2 - 9^2\right) = 1900 \text{ cm}^2 \\ \text{Cara derecha: } \Omega_{der} = \dfrac{\pi}{4}\left(D^2 - d_{eje\ der}^2\right) = \dfrac{\pi}{4}\left(50^2 - 6^2\right) = 1935 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

- Potencias indicadas (hidráulicas)

Parte izquierda: $N_{h(izd)} = F_{izd}\, v = \left| \begin{array}{l} F_{izd} = \Omega_{izd}\,(p_{izd} - p_{asp}) = 1900\,\{2,1 - (-0,3)\} = 4560 \text{ kg} \\ v = \dfrac{c\,n}{60} = \dfrac{0,9 \times 70}{60} = 1,05\ \dfrac{m}{seg} \text{ (en un sentido)} \end{array} \right| = 63,84 \text{ CV}$

Parte derecha: $N_{h(der)} = F_{der}\, v = \left| \begin{array}{l} F_{der} = \Omega_{der}\,(p_{der} - p_{asp}) = 1935 \times \{2,15 - (-0,3)\} = 4741 \text{ kg} \\ v = \dfrac{c\,n}{60} = \dfrac{0,9 \times 70}{60} = 1,05\ \dfrac{m}{seg} \text{ (en un sentido)} \end{array} \right| = 66,4 \text{ CV}$

- Potencia hidráulica creada por la bomba: $N_{izd} + N_{der} = 63,84 + 66,37 = 130,21$ CV

- El rendimiento mecánico se obtiene mediante la Tabla VI.1, función de la relación:

$$\frac{N_h}{v_{\text{media émbolo}}} = \left| v_{\text{media émbolo}} = \frac{2\,c\,n}{60} = 2,1 \text{ m/seg} \right| = \frac{130,21}{2,1} = 62 \xrightarrow{\text{Tabla X.1}} \eta_{mec} = 0,82$$

Potencia del motor:

$$N = \frac{N_h}{\eta_{mec}} = \frac{130,21}{0,82} = 158,8 \text{ CV}$$

De otra forma:

Caudales aspirados: $\begin{cases} q_{1(izd)} = \dfrac{\pi\,c\,n}{240}\,(D^2 - d_{izd}^2) = \dfrac{\pi \times 0,9 \times 70}{240}\,(0,5^2 - 0,09^2) = 0,1995\ \dfrac{m^3}{seg} \\ q_{1(der)} = \dfrac{\pi\,c\,n}{240}\,(D^2 - d_{der}^2) = \dfrac{\pi \times 0,9 \times 70}{240}\,(0,5^2 - 0,06^2) = 0,2032\ \dfrac{m^3}{seg} \end{cases}$

$$N_{h(izd)} = q_{1(izd)}\,\Delta p_{izq} = 0,1995\,\{2,1 - (-0,3)\} \times 10^4 = 4788\ \frac{Kgm}{seg}$$

$$N_{h(der)} = q_{1(der)}\,\Delta p_{der} = 0,2032\,\{2,15 - (-0,3)\} \times 10^4 = 4978\ \frac{Kgm}{seg}$$

****