II.- SALTO NETO, SEMEJANZA Y COLINAS DE RENDIMIENTOS

pfernandezdiez.es

II.1.- CONCEPTO DE SALTO NETO EN TURBINAS HIDRÁULICAS

En las ***turbinas de reacción*** el *salto bruto o altura geométrica H* es la diferencia de niveles entre la cámara de carga y el canal de fuga a la salida del tubo de aspiración, Fig II.2, es decir:

$$H = z_M - z_a$$

El *salto neto* H_n es la energía que por kg de agua se pone a disposición de la turbina.

En Europa se considera la turbina desde la entrada del distribuidor, punto M_0, hasta el nivel del canal de desagüe, punto M_a, por lo que se tiene:

$$H_n = \left(\frac{c_0^2}{2\,g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_a^2}{2\,g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right)$$

En USA se supone que la turbina comienza a la entrada del distribuidor, punto M_0, y termina en la sección de salida del difusor, punto M_3, con lo que la expresión americana del salto neto es:

$$H'_n = \left(\frac{c_0^2}{2\,g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_3^2}{2\,g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right)$$

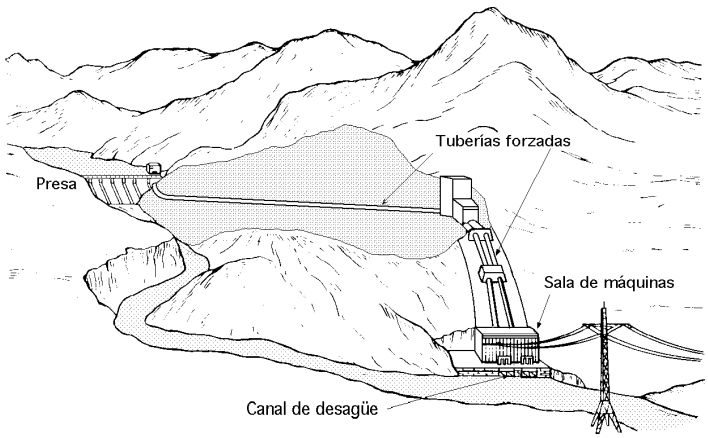
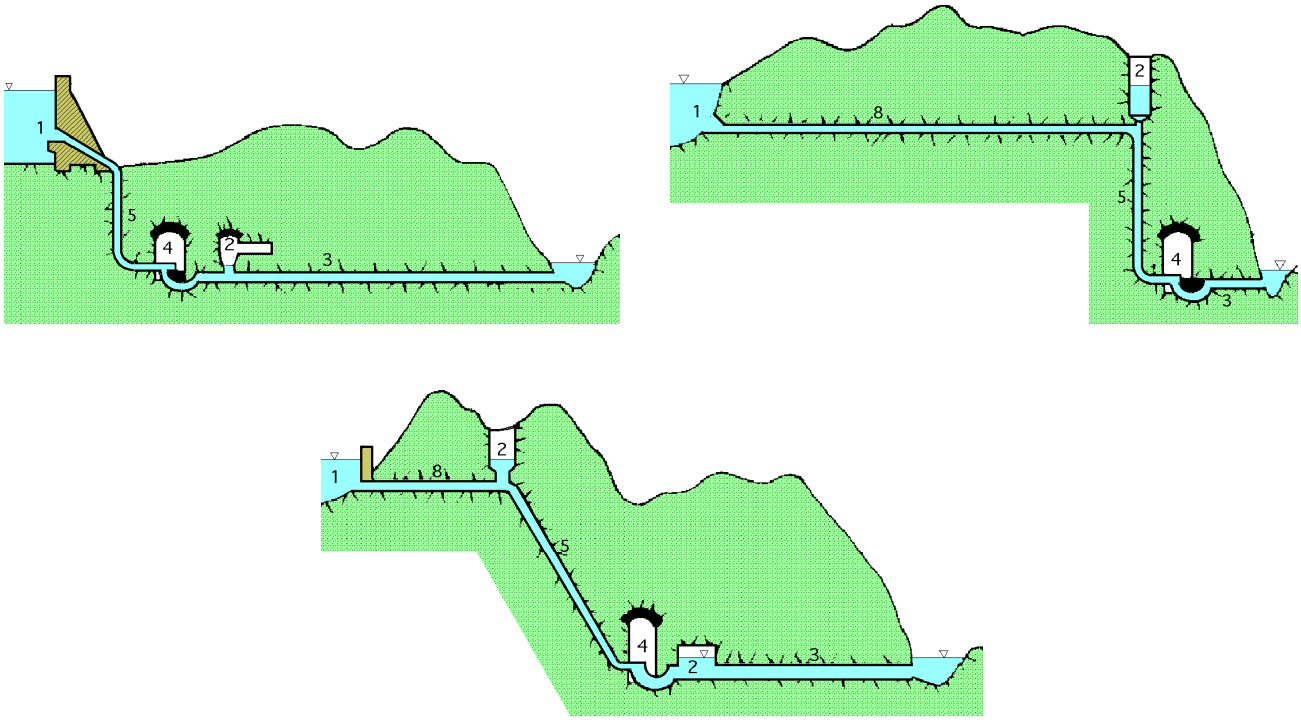
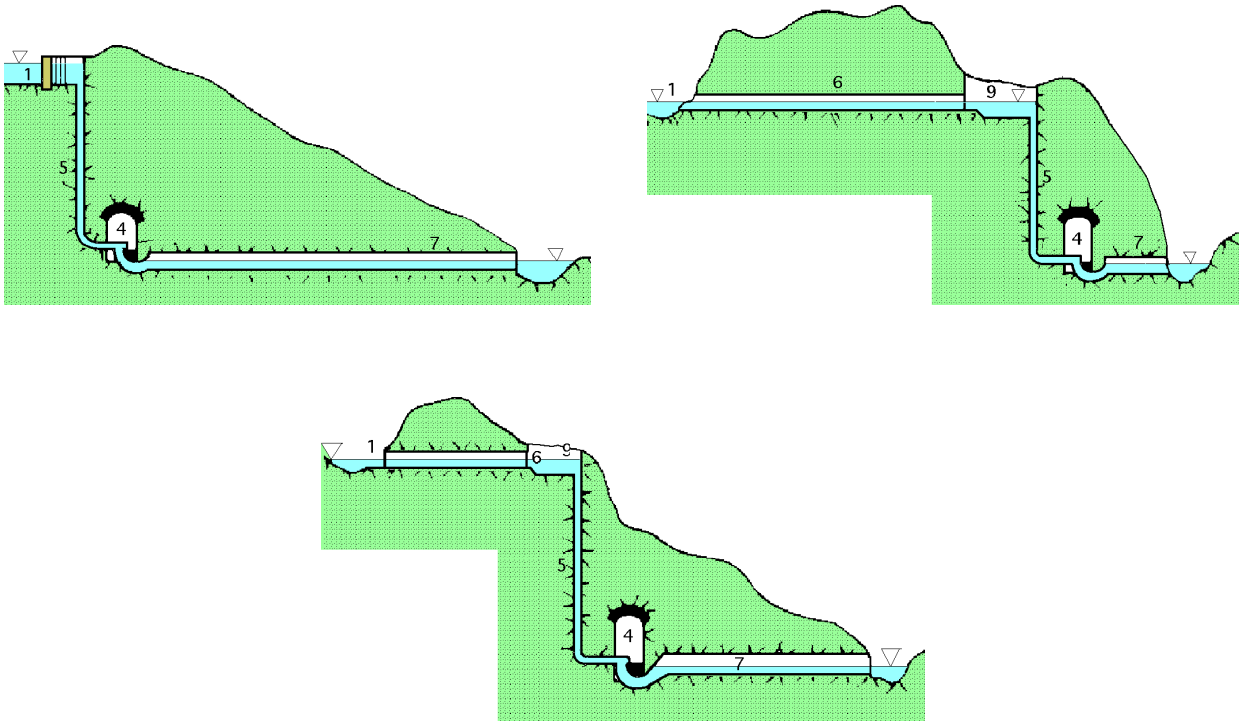


Fig II.I.- Esquema de un salto hidráulico



a) Sistemas de presión (chimeneas de equilibrio)



b) Sistemas de admisión en flujo abierto

1) Estructura de admisión; 2) Tanques de equilibrio (depósito de aire y chimenea de equilibrio));
3) Túnel de presión aguas abajo; 4) Sala de turbinas (central); 5) Conducción forzada;
6) Túnel de flujo abierto de admisión; 7) Túnel de flujo abierto de escape; 8) Túnel de presión de admisión;
9) Embalse de carga

Fig II.2- Sistemas de atenuación del golpe de ariete

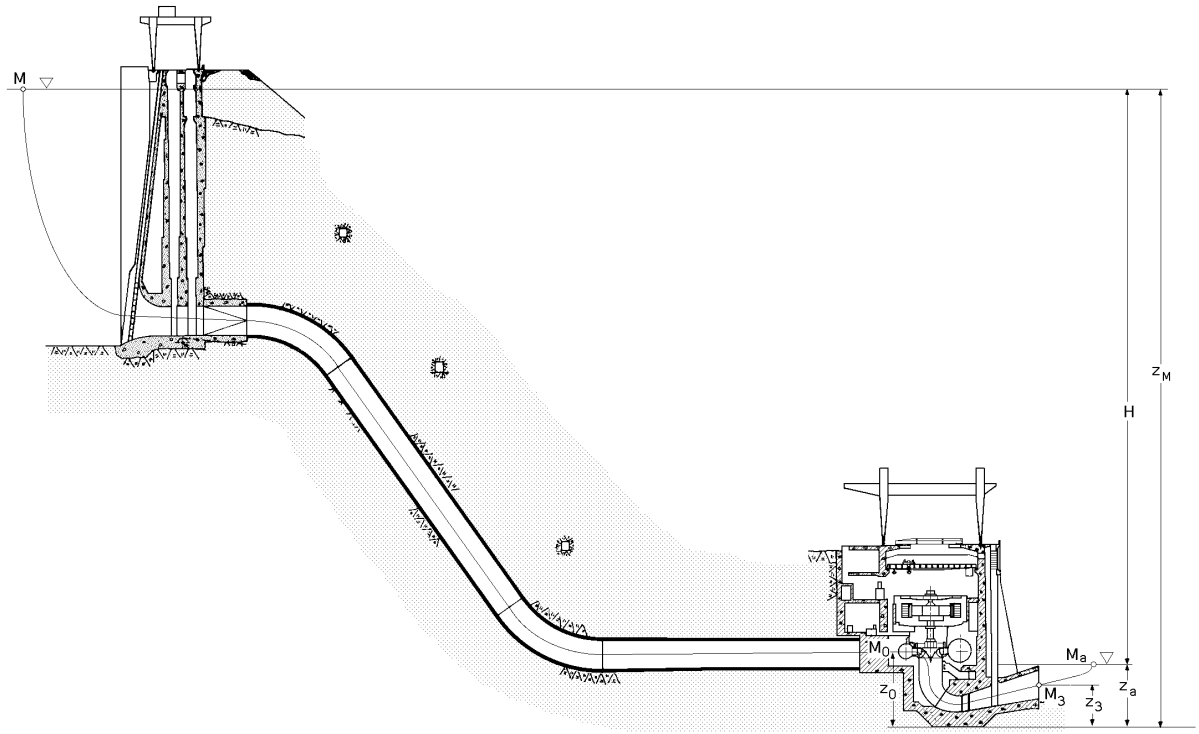


Fig II.3.- Nomenclatura utilizada en saltos con turbinas de reacción

Medida del salto neto en la Turbina de reacción.- De acuerdo con la Fig II.3, y teniendo en cuenta que, $p_a = p_{atm}$, se obtiene:

Salto europeo:

$$H_n = \left(\frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right) = \left| \begin{array}{l} \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_M}{\gamma} + z_M = \frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 + h_t \\ \frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 = \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_M}{\gamma} + z_M - h_t \end{array} \right| = (z_M - z_a) - h_t = H - h_t$$

ya que c_M y c_a son despreciables.

Salto americano:

$$H_n' = \left(\frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right) = \left| \begin{array}{l} \textit{Aplicando Bernoulli entre } M \textit{ y } M_0: \\ \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_M = \frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 + h_t \end{array} \right| =$$

$$= \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_M - h_t - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right) =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \textit{Aplicando Bernoulli entre la salida del difusor } M_3 \textit{ y el canal de desagüe } M_a \\ \frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3 = \frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a + h_s' = \left\{ h_s' \simeq \frac{c_3^2}{2g} \right\} = \frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a + \frac{c_3^2}{2g} \\ \frac{p_3}{\gamma} + z_3 = \frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a \end{array} \right| =$$

$$= \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_M - h_t - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right) = \frac{c_M^2 - c_a^2}{2g} + z_M - z_a - h_t - \frac{c_3^2}{2g}$$

y como c_M y c_a son muy pequeños, resulta finalmente como valor del salto neto USA:

$$H'_n = z_M - z_a - h_t - \frac{c_3^2}{2g} = H - h_t - \frac{c_3^2}{2g}$$

y como el salto neto europeo es $H_n = H - h_t$, el salto neto USA se puede poner también en la forma:

$$H'_n = H_n - \frac{c_3^2}{2g}$$

observándose que el salto neto europeo es superior al salto neto USA.

Medida del salto efectivo en la Turbina de reacción.- El salto efectivo es la energía realmente utilizada por la rueda, para su transformación en trabajo mecánico, de la forma:

Salto efectivo = Salto neto - Pérdidas (distribuidor + rodete + tubo aspiración)

El salto efectivo europeo es:

$$H_{ef} = H_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s) = H - (h_t + h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s) = H - \sum h_i = H_n\ \eta_{hid}$$

que tiene el mismo valor en los sistemas europeo y USA.

Para el caso USA, como: $\frac{c_3^2}{2g} = h'_s$ resulta:

$$H'_{ef} = H'_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s) = H - h_t - \frac{c_3^2}{2g} - (h_d + h'_d + h_r + h_s) = H - (h_t + h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s)$$

observándose que: $H'_{ef} = H_{ef}$

En turbinas de cámara abierta, $H_n = H$, y en turbinas de cámara cerrada, $H_n = H - h_t$

Rendimiento hidráulico.- El rendimiento hidráulico se define en la forma:

$$\eta_{hid} = \frac{N_{ef}}{N_n} = \frac{\textit{Energía real utilizada por el rodete}}{\textit{Energía puesta a disposición de la turbina}} = \frac{N_{ef}}{\gamma\ Q\ H_n} \quad \Rightarrow \quad N_{ef} = \gamma\ Q\ H_n \eta_{hid}$$

y de acuerdo con lo anteriormente expuesto, con arreglo al concepto europeo se tiene:

$$\eta_{hid} = \frac{H_{ef}}{H_n} = \frac{H_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s)}{H_n} = 1 - \frac{h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s}{H_n}$$

$$\left.\begin{array}{l} \textit{En Europa: } \eta_{hid} = \dfrac{H_{ef}}{H_n} \\ \textit{En USA: } \eta'_{hid} = \dfrac{H'_{ef}}{H'_n} = \dfrac{H_{ef}}{H'_n} \end{array}\right\} \ \textit{y como, } H_n > H'_n \quad \Rightarrow \quad \eta'_{hid} > \eta_{hid}$$

Energía utilizada por la turbina: $N_{ef} = \gamma\ Q\ H_{ef} = \gamma\ Q\ H_n\ \eta_{hid}$

Energía puesta a disposición de la turbina: $N_n = \gamma\ Q\ H_n$

$$\eta'_{man} = \frac{\textit{Energía utilizada por el rodete}}{\textit{Energía puesta a disposición de la turbina}} = \frac{N_e}{\gamma\, Q\, H'_n} = \left| H_n = H'_n + \frac{c_3^2}{2g} \right| = \frac{N_e}{\gamma\, Q\, (H_n - \frac{c_3^2}{2g})}$$

y como además: $\eta'_{man} = \dfrac{\textit{Energía utilizada}}{\gamma\, Q\, H_n} \quad \Rightarrow \quad \eta'_{hid} > \eta_{hid}$

II.2.- SEMEJANZA DE TURBINAS HIDRÁULICAS

Para poder aplicar los resultados obtenidos en la Teoría de Modelos a los prototipos de turbinas hidráulicas, y comparar entre sí las del mismo tipo en diferentes circunstancias de funcionamiento, con diferentes tipos de rodetes, etc, es importante exigir una semejanza lo más perfecta posible, que incluya las acciones debidas a la rugosidad de las paredes, la viscosidad del fluido y la gravedad.

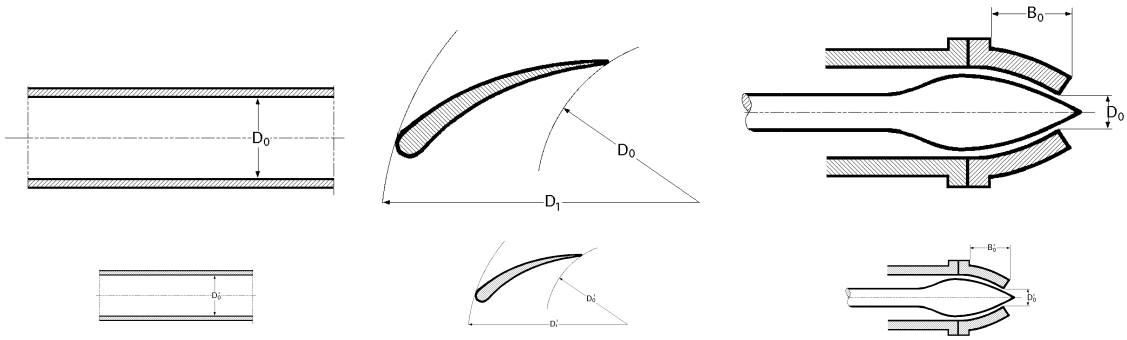


Fig II.4.- Semejanza geométrica

Cuando interviene la rugosidad, dando lugar a fuerzas apreciables de rozamiento, la igualdad de rendimientos entre el modelo y el prototipo, exige que los *coeficientes de rozamiento* en el prototipo y en el modelo sean iguales, lo cual implica el que las rugosidades relativas sean también iguales, o lo que es lo mismo, que las rugosidades absolutas cumplan la condición de semejanza geométrica.

Esto requiere un pulido especial en el modelo, y si no es así, las pérdidas por rozamiento serán relativamente mayores en el modelo que en el prototipo.

Al aplicar la semejanza de Froude se prescinde de la viscosidad; la aplicación simultánea de la semejanza de Froude y Reynolds es de la forma:

$$\left.\begin{aligned} &\textit{Froude: } Fr = \frac{u_1}{u_{1'}} = \sqrt{\lambda} \\ &\textit{Reynolds: } Re = \frac{u_1}{u_{1'}} = \lambda^{-1}\frac{\nu_1}{\nu_{1'}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\nu_1}{\nu_{1'}} = \lambda^{3/2}$$

y como el prototipo es mayor o igual que el modelo $\lambda \geq 1$, resulta que $\nu_1 > \nu_{1'}$, por lo que para una semejanza que considere efectos de gravedad y viscosidad, es necesario que el líquido de funcionamiento del prototipo sea más viscoso que el del modelo.

Como normalmente se trabaja con el mismo líquido, tanto en el prototipo como en el modelo, ello quiere decir que el líquido con el que se ensaya el modelo es más viscoso que lo que exige la ley de semejanza $\nu_1 > \nu_{1'}$, por lo que los resultados obtenidos, en lo que respecta a los rendimientos, serán menores que los reales, es decir, el rendimiento del prototipo será superior al obtenido en el modelo.

RELACIONES DE SEMEJANZA.- Para determinar las relaciones que existen entre las características de dos turbinas del mismo tipo, geométrica y dinámicamente semejantes, en el supuesto de que ambas tengan el mismo rendimiento hidráulico, podemos hacer las siguientes consideraciones:

Para el modelo: Potencia N', nº de rpm n', caudal Q' (m^3/seg), par motor C' (m.kg), salto neto H'_n

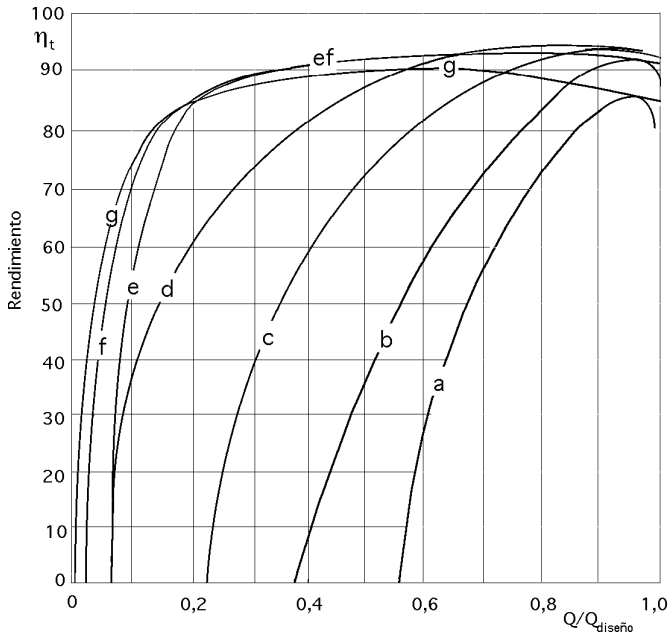
Para el prototipo: N, n, H_n, Q, C

En el estudio hay que suponer las siguientes condiciones:

a) Las dos turbinas tienen la misma admisión, es decir, el mismo ángulo de apertura del distribuidor para las Francis y Kaplan-hélice, y la misma carrera relativa de la aguja para las Pelton

b) El mismo número de unidades para cada turbina, es decir, una sola rueda para las Francis y Kaplan-hélice, y un solo inyector para las Pelton

c) El rendimiento se mantiene prácticamente uniforme en la zona de funcionamiento de las turbinas, Fig II.5



(a) Turbina hélice: n_s= 1050 (curva en gancho) ; (b) Turbina hélice: n_s= 650 ; (c) Turbina Francis: n_s= 500 ; (d) Turbina Francis: n_s= 250 ; (e) Turbina Kaplan: n_s= 230 ; (f) Turbina Kaplan: n_s= 500 ; (g) Turbina Pelton: n_s= 10 a 30 (curva plana)

Fig II.5.- Rendimiento total de diferentes tipos de turbinas

Para los diámetros y longitudes se puede poner: $\frac{D_0}{D_0'} = \frac{D_1}{D_1'} = \frac{B_0}{B_0'} = ... = \frac{D}{D'} = \lambda = \frac{Prototipo}{Modelo}$

y para las secciones de paso del agua: $\frac{\Omega_0}{\Omega_0'} = \frac{\pi\ D_0^2}{\pi\ D_0'^2} = \frac{\pi\ D_1^2}{\pi\ D_1'^2} = \lambda^2$

Como el rendimiento de la turbina en función de los coeficientes óptimos de velocidad, es:

$\eta_{man} = 2\ (\xi_1\ \mu_1\ -\ \xi_2\ \mu_2\ )$

para que sea el mismo en el prototipo y en el modelo, los coeficientes óptimos de velocidad son iguales.

Las *relaciones de semejanza* entre el prototipo y el modelo son:

Número de revoluciones

$$\left.\begin{array}{l} \text{Prototipo: } u_1 = \xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} = \frac{\pi\ D_1\ n}{60} \\ \text{Modelo: } u_1' = \xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n'} = \frac{\pi\ D_1'\ n'}{60} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{n}{n'} = \frac{D_1'}{D_1}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \lambda^{-1}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad n = n'\,\lambda^{-1}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}$$

Caudal.- Llamando μ al coeficiente de contracción que es sensiblemente el mismo para los distribuidores de ambas turbinas y Ω y Ω' las secciones respectivas de los distribuidores, normales a las velocidades absolutas $\vec{c}_1$ y $\vec{c}_{1'}$, se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} Q = \mu\ \Omega\ c_1 = \mu\ \Omega\ \varphi_1\sqrt{2\,g\,H_n} \\ Q' = \mu\ \Omega'\,c_{1'} = \mu\ \Omega'\,\varphi_1\sqrt{2\,g\,H_n'} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{Q}{Q'} = \frac{\Omega}{\Omega'}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \ ;\ Q = Q'\,\lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}$$

Potencia: $\left\{\begin{array}{l} N = \gamma\ Q\ H_n\ \eta \\ N' = \gamma\ Q'\ H_n'\ \eta \end{array}\right. \Rightarrow \quad \frac{N}{N'} = \frac{Q\,H_n}{Q'\,H_n'} = \lambda^2\sqrt{(\frac{H_n}{H_n'})^3} \quad ; \quad N = N'\ \lambda^2\sqrt{(\frac{H_n}{H_n'})^3}$

Par motor: $\left\{\begin{array}{l} C = \frac{N}{w} = \frac{60\,N}{2\,\pi\ n} \\ C' = \frac{N'}{w'} = \frac{60\,N'}{2\,\pi\ n'} \end{array}\right. \Rightarrow \quad \frac{C}{C'} = \frac{N\ n'}{N'\ n} = \lambda^2\sqrt{(\frac{H_n}{H_n'})^3}\ \lambda\ \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \lambda^3\,\frac{H_n}{H_n'} \Rightarrow C = C'\,\lambda^3\,\frac{H_n}{H_n'}$

Si el prototipo está constituido por un número de unidades $\left\{\begin{array}{l} k \text{ inyectores Pelton} \\ Z \text{ rodetes Francis} \end{array}\right.$

$$n = n'\ \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad Q = k\,Q'\,\lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad N = k\,N'\ \lambda^2\sqrt{(\frac{H_n}{H_n'})^3} \quad ; \quad C = k\,C'\,\lambda^3\,\frac{H_n}{H_n'}$$

Hay que hacer notar que los rendimientos hidráulicos no sólo no serán iguales, sino que en el modelo los rendimientos $\left\{\begin{array}{l} \text{volumétrico} \\ \text{orgánico} \end{array}\right.$ son menores, porque las fugas o pérdidas de caudal son relativamente mayores en el modelo, al no poderse reducir los intersticios y porque se ha comprobado experimentalmente que las pérdidas correspondientes son relativamente menores en las máquinas grandes; por todo ello, *el rendimiento de la turbina prototipo es siempre mayor que el de su modelo*.

Unas fórmulas empíricas que permiten calcular el rendimiento óptimo del prototipo η_p conocien-

do el rendimiento óptimo del modelo η_m son:

Para: $\begin{cases} H < 150\ m,\ \ \eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\ \sqrt[5]{\dfrac{d_m}{d_p}} \\ H > 150\ m,\ \ \eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\ \sqrt[5]{\dfrac{d_m}{d_p}}\ \sqrt[20]{\dfrac{H_m}{H_p}} \end{cases}$

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\ \frac{1{,}4 + \dfrac{1}{\sqrt{d_p}}}{1{,}4 + \dfrac{1}{\sqrt{d_m}}} \quad \textit{(Camener)}$$

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\ \frac{0{,}12 + \dfrac{\lambda}{\sqrt{d_{h(p)}}}}{0{,}12 + \dfrac{\lambda}{\sqrt{d_{h(m)}}}} \quad \textit{(Camener)}$$

en las que: $\begin{cases} -\ \lambda \text{ es el coeficiente de rozamiento del agua (Moody)} \\ -\ d_h \text{ es el diámetro hidráulico del canal de paso entre dos álabes (en m.), a la salida de la rueda} \end{cases}$

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\ \sqrt[4]{\frac{d_m}{d_p}}\ \sqrt[10]{\frac{H_m}{H_p}} \quad \textit{(Moody)}$$

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\ (0{,}5 + 0{,}5\ \sqrt{\frac{d_m}{d_p}\frac{H_m}{H_p}}\ ) \quad \textit{(Ackeret)}$$

En general, se puede utilizar, $\eta_p = \eta_m \{ 1 - \dfrac{1}{\lambda^{0,314}} (1 - \dfrac{\eta_m}{\eta_{mec}})\}$, siendo el rendimiento mecánico el mismo en el modelo y en el prototipo

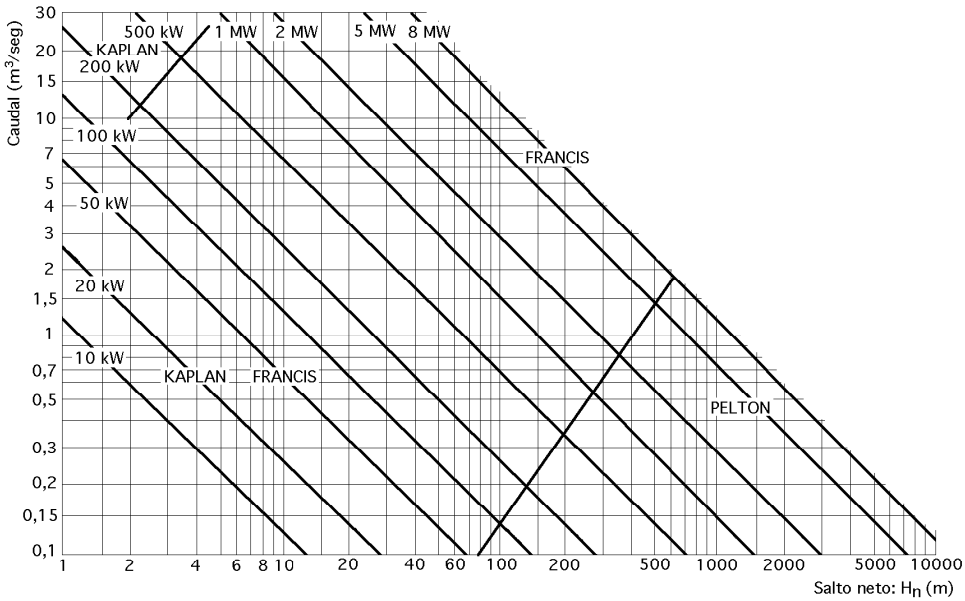


Fig II.6.- Diagrama de aplicación (Q,H_n), para el cálculo de potencias

II.3.- VELOCIDAD ESPECIFICA

Número de revoluciones específico n_s.- El número n_s es el número específico de revoluciones europeo y es el número de revoluciones por minuto a que giraría una turbina para que con un salto de 1 metro, generase una potencia de 1 CV.

Si en las fórmulas de semejanza hacemos: $N' = 1$ CV, $H_{n'} = 1$ metro y $n' = n_s$ se obtiene:

$$\left.\begin{array}{l} n = \dfrac{n_s}{\lambda}\sqrt{H_n} \\ N = \lambda^2 \sqrt{H_n^3} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{n_s^2}{n^2} H_n = \frac{N}{\sqrt{H_n^3}} \;\; ; \;\; n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}}$$

Por la forma en que se ha definido, resulta que todas las turbinas semejantes tienen el mismo número de revoluciones específico, pudiéndose definir también n_s como el número de revoluciones de una turbina de 1 CV de potencia que bajo un salto de 1 m tiene el mismo rendimiento hidráulico que otra turbina semejante de N *(CV)*, bajo un salto de H_n metros, girando a n rpm.

En lugar de comparar las turbinas que difieren a la vez en el salto H_n, potencia N y velocidad n, se comparan entre sí las que dan la misma potencia N = 1 CV, bajo el mismo salto H_n = 1 m, y que sólo difieren en su velocidad n_s; cada una de ellas define una serie de turbinas semejantes de igual rendimiento, cuyas dimensiones se obtienen multiplicando las de la turbina modelo por $\sqrt{2\,g\,H_n}$.

De acuerdo con el valor de n_s las turbinas hidráulicas se pueden clasificar en la siguiente forma:

Pelton con un inyector, $5 < n_s < 30$

Pelton con varios inyectores, $30 < n_s < 50$

Francis lenta, $50 < n_s < 100$; Francis normal, $100 < n_s < 200$; Francis rápida, $200 < n_s < 400$

Francis extrarápida, ruedas-hélice, $400 < n_s < 700$

Kaplan, $500 < n_s < 1000$

Kaplan de 2 palas, $n_s = 1200$

Velocidad específica para el caso de varios rodetes iguales que trabajan bajo un mismo salto, a n rpm.- Si se supone una turbina múltiple formada por Z turbinas o ruedas iguales montadas sobre un mismo eje, Fig II.7, de forma que sea $\left\{\begin{array}{l} N \text{ la potencia total suministrada} \\ H_n \text{ el mismo salto para todas las ruedas} \\ n \text{ (rpm) la velocidad} \end{array}\right.$

El nº de revoluciones específico de una turbina, que diese con un solo rodete la potencia N^* bajo el mismo salto H_n, a n rpm, sería: $n_s = \dfrac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}}$, pero siendo las Z turbinas componentes iguales y N^* la potencia suministrada por cada una de ellas, se tiene:

$$N = Z\,N^* \Rightarrow n_s = \frac{n\sqrt{Z\,N^*}}{H_n^{5/4}} = \sqrt{Z}\;\frac{n\sqrt{N^*}}{H_n^{5/4}} = \sqrt{Z}\;n_s^* \quad \Rightarrow \quad n_s^* = \frac{n_s}{\sqrt{Z}}$$

en la que n_s^* es la velocidad específica de cada una de las turbinas componentes que integran la turbina múltiple.

Número de revoluciones nq.- En USA se ha introducido el concepto de número específico de revoluciones n_q que debería tener un tipo de turbina determinado, para evacuar un caudal Q"= 1 m^3, bajo un salto de H_n"= 1 m, con el máximo rendimiento posible. Su expresión se puede deducir de las relaciones de semejanza de turbinas entre caudales y revoluciones por minuto:

$$\left.\begin{aligned} \frac{Q}{1} &= \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{1}} \\ \frac{n}{n_q} &= \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{1}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{n}{n_q} = H_n^{1/4} \sqrt{\frac{H_n}{Q}} \;\; ; \;\; n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H_n^{3/4}}$$

La forma de caracterizar a las turbinas por su n_q parece bastante racional, por cuanto los datos del problema suelen ser, generalmente, el caudal Q y el salto neto H_n, y no la potencia, como en el caso de n_s. Para calcular n_s es preciso determinar previamente la potencia fijando un rendimiento global que no se conoce, y que varía en cada salto con el caudal y con la velocidad y en cuyo cálculo hay que recurrir a métodos experimentales.

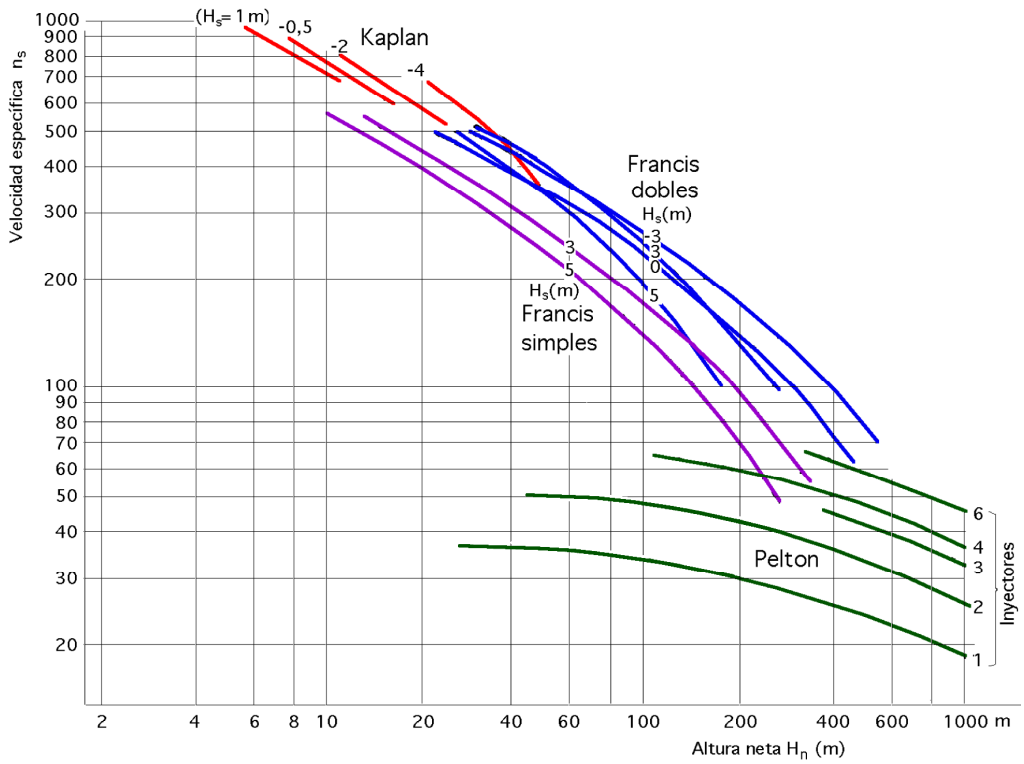


Fig II.7.- Clasificación de turbinas en función de $H_n = f(n_s)$

La ventaja de n_q frente a n_s radica en que no se basa en hechos hipotéticos, sino sobre datos que se pueden determinar exactamente antes de construir la turbina.

La relación entre n_q y n_s es: $n_s = \sqrt{\frac{\gamma\ h}{75}}\ n_q$, y como el líquido es agua, resulta:

$$n_s = 3{,}65\sqrt{\eta}\ n_q$$

que permite calcular el valor de n_q para diversos tipos de turbinas, como se indica en la Tabla II.1.

Tabla II.1.- Valores de n_q para diversos tipos de turbinas

$2 < n_s < 30$	*Pelton de un inyector*	$0{,}6 < n_q < 9$
$30 < n_s < 60$	*Pelton de varios inyectores*	$9 < n_q < 18$
$60 < n_s < 200$	*Francis lenta*	$18 < n_q < 60$
$n_s = 200$	*Francis normal*	$n_q = 60$
$200 < n_s < 450$	*Francis rápida*	$60 < n_q < 140$
$450 < n_s < 500$	*Francis de varios rodetes, y T. hélice*	$140 < n_q < 152$
$500 < n_s < 1350$	*T. hélice y Kaplan*	$152 < n_q < 400$

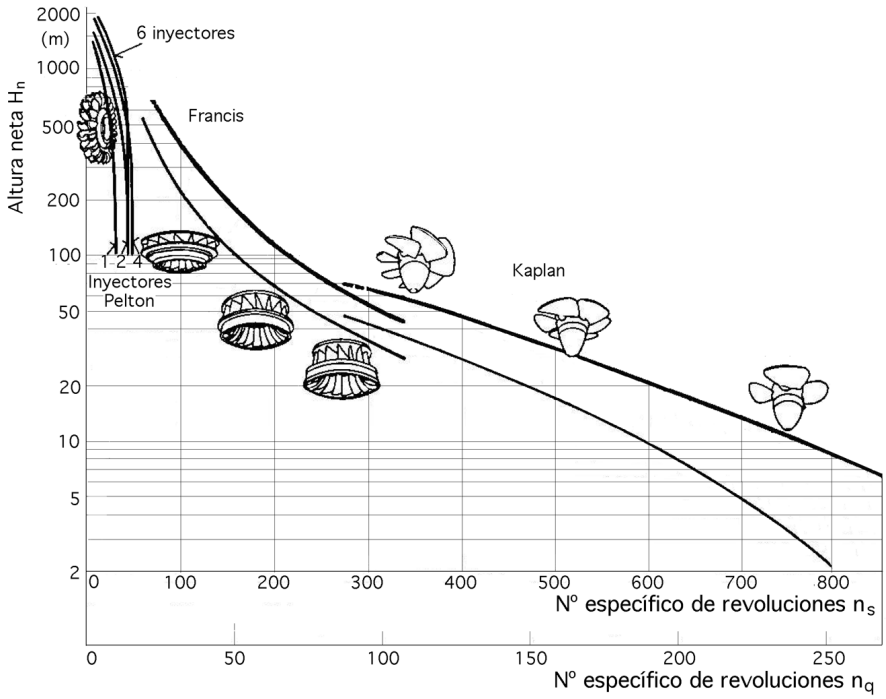


Fig II.8.- Campo de aplicación de los diferentes tipos de turbinas

Variación de las características de una turbina al variar el salto.- Las características de dos turbinas semejantes vienen relacionadas por las expresiones:

$$n = n'\ \frac{1}{\lambda}\ \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\quad ;\quad Q = Q'\ \lambda^2\ \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\quad ;\quad N = N''\ \lambda^2\ \sqrt{(\frac{H_n}{H_n'})^3}\quad ;\quad C = C'\ \lambda^3\ \frac{H_n}{H_n'}$$

Si ahora se estudian las características de una misma turbina funcionando bajo un salto H_n' diferente de H_n basta con hacer $\lambda = 1$, obteniéndose:

$$n = n'\ \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ ;\ Q = Q'\ \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ ;\ N = N''\ \sqrt{(\frac{H_n}{H_n'})^3}\ ;\ C = C'\ \frac{H_n}{H_n'}\ \Rightarrow\ \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \frac{n}{n'} = \frac{Q}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{N}{N''}} = \sqrt{\frac{C}{C'}}$$

En las instalaciones hidráulicas el salto neto puede variar, y en particular en los saltos pequeños inferiores a 50 m; también puede ser variable en los medianos, entre 50 y 300 m, cuando se trata de utilizar el agua de una reserva.

Para que el rendimiento de la turbina permanezca constante al variar el salto, sería necesario variar al mismo tiempo la velocidad del grupo, pero esta velocidad viene siempre impuesta por el alternador, que debe girar a una velocidad sincrónica, y en estas condiciones no se puede modificar la velocidad al mismo tiempo que varía el salto; el regulador mantendrá constante la velocidad, y al variar el salto en uno u otro sentido, el rendimiento disminuirá. Más adelante se verá que las turbinas más apropiadas para saltos variables y velocidad constante son las hélice extrarápidas.

II.4.- CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS TURBINAS

Para llegar a conocer bien las particularidades del funcionamiento de un determinado tipo de turbina, es necesario realizar con ella un gran número de ensayos, que abarquen la totalidad de las condiciones posibles de trabajo, que vienen determinadas por la variabilidad del salto, de la carga (par resistente), de la velocidad, etc.

Para cada valor del *grado de admisión* x, que se obtiene variando la posición de las directrices móviles del distribuidor en las turbinas de reacción, o la carrera de la aguja del inyector en las ruedas Pelton, se realizan, (con ayuda de un freno y a diferentes velocidades), una serie de medidas *procurando mantener constante el valor del salto neto*.

La potencia absorbida (potencia hidráulica) se calcula conocidos el caudal Q y el salto neto H_n.

También se puede determinar el valor del número específico n_s, con lo que se completa la serie de datos a incluir en las diferentes tablas, en las que habrá que señalar también el valor del diámetro D_1 con objeto de poder referir estos resultados a otras ruedas del mismo tipo de diferente D_1 o funcionando bajo otro valor H_n del salto, sin más que aplicar las leyes de semejanza de turbinas.

Características de caudal, par motor y potencia.- Con ayuda de las tablas de valores obtenidas en Laboratorio, se pueden construir las familias de curvas definidas por las siguientes ecuaciones, mediante el ensayo elemental, para un grado de apertura del distribuidor x, determinado:

$$Q = f_1(n, x) \;;\; C = f_2(n, x) \;;\; N = f_3(n, x)$$

en las que se toman los valores de x como parámetros, y los de las velocidades de rotación n como variables independientes.

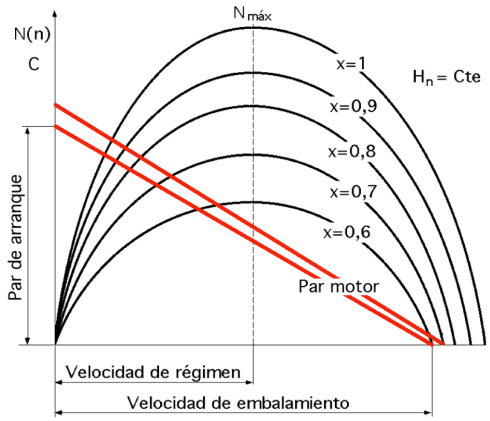


Fig II.9.- Curvas características de potencia

Las curvas de potencia $N(n)$ parten todas de un origen

común, Fig II.9, cuando n = 0 y tienen una forma casi parabólica, con un máximo que se corresponde para cada valor de x con el rendimiento óptimo. Los puntos de corte con el eje de velocidades se corresponden con las velocidades de embalamiento, distintas para cada valor de x, estando en ese momento sometida la turbina, únicamente, al freno impuesto por las resistencias pasivas, tanto mecánicas como hidráulicas.

Las curvas C(n), Fig II.9, aunque poco utilizadas por los constructores de turbinas, son de gran utilidad en el estudio de la regulación y del acoplamiento mecánico de la turbina y el alternador. También son rectas, siendo la ordenada en el origen el par de arranque, y la abscisa de ordenada nula la velocidad de embalamiento. *El par de arranque* de las turbinas hidráulicas es aproximadamente el doble que el de régimen, excepto para las turbinas hélice; esta propiedad es de gran interés, por cuanto permite el arranque en carga cuando el par resistente en el arranque es mayor que el de régimen.

Las curvas Q(n) para diferentes grados de apertura x y salto constante H_n, son rectas, Fig II.10; para las Pelton son rectas horizontales, siendo el gasto del inyector rigurosamente independiente de la velocidad de rotación; para las ruedas Francis, el caudal varía con la velocidad, pero la inclinación de las curvas $Q(n)$ varía con los valores de n_s; a las ruedas hélice, y a las Francis rápidas, corresponden curvas siempre crecientes, lo cual significa que a velocidad constante y salto variable, la capacidad de absorción de la rueda es tanto mayor cuanto menor sea el salto, lo que constituye una gran ventaja para saltos pequeños.

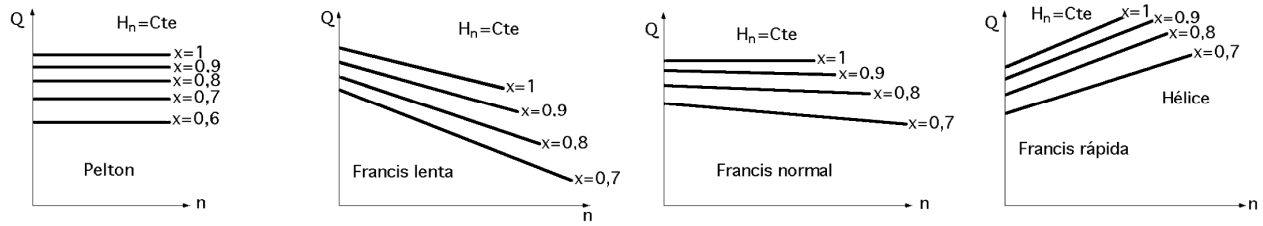


*Fig II.10.- Curvas Q(n) para diversos grados **x** de apertura*

Curvas en colina.- Las curvas en colina, o en concha, se obtienen a partir de una serie de ensayos elementales. Al ser constante el salto neto, el rendimiento será una función simultánea de las variables N y n, o de las Q y n, es decir: $\eta = F_1(N, n)$; $\eta = F_2(Q, n)$

La representación espacial de estas funciones es una superficie que puede representarse en el plano, para cualquiera de los dos casos, cortándola por planos de rendimiento constante, equidistantes, y proyectando las intersecciones obtenidas sobre el plano (N, n) o sobre el plano (Q, n), quedando de esta forma representada la colina de rendimientos, por las curvas de igual rendimiento de la Fig II.11.

Para obtener la representación de las ecuaciones $Q = f_1(n)$ y $N = f_2(n)$ para cada punto dado por

un valor de x y otro de n correspondientes a cada ensayo, se anota el rendimiento calculado y uniendo los puntos de igual rendimiento, se obtiene la representación deseada.

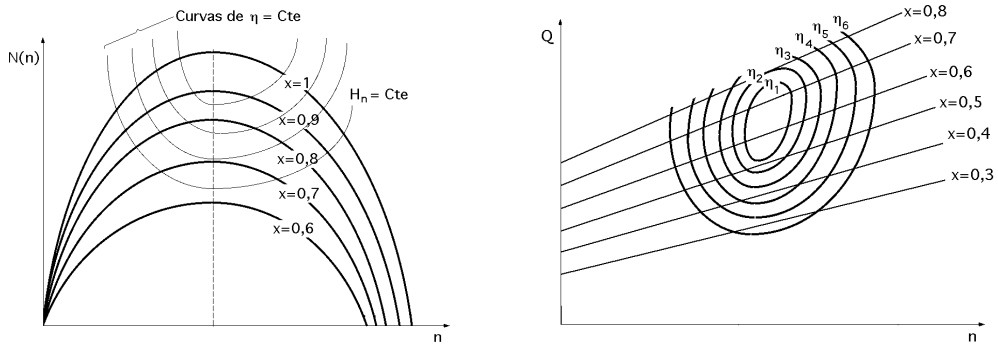


Fig II.11.- Colinas de rendimientos

El vértice de la colina de rendimientos se corresponde con la velocidad de régimen y con la potencia o caudal de diseño siempre que la turbina esté racionalmente construida. La mayor o menor proximidad de las curvas en colina da una idea sobre el campo de aplicación de la turbina ensayada. Cuando estas curvas estén muy próximas, el rendimiento variará mucho al modificar las condiciones de funcionamiento, por lo que será conveniente utilizar la turbina en aquellas zonas en donde las curvas se encuentren muy distanciadas, pues de este modo, el rendimiento variará poco al modificar las condiciones de funcionamiento.

Curvas de rendimientos para H_n y n constantes, en función del caudal y la potencia.- La forma habitual de funcionamiento de las turbinas industriales es suministrar, en cada instante, la potencia que la exige el alternador, manteniendo al mismo tiempo constante la frecuencia y, por lo tanto, el número de revoluciones. Este es el motivo de que sea interesante estudiar las variaciones del rendimiento al variar la potencia o el caudal, manteniendo constantes el salto H_n y la velocidad n.

Estas variaciones están representadas en las Fig II.12, para distintos tipos de turbinas; la curva de rendimientos en función de los caudales se obtiene para cada valor de n_s manteniendo constantes

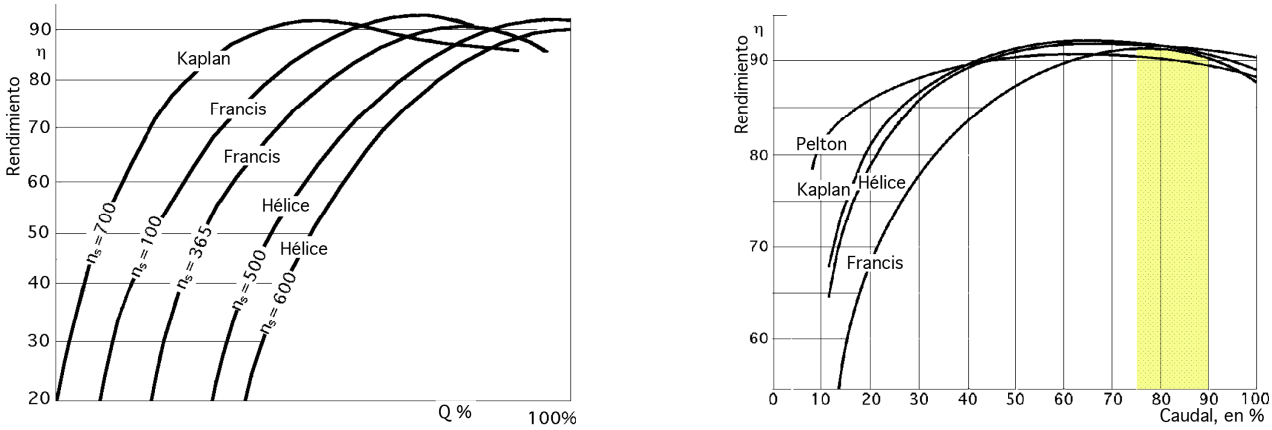


Fig II.12.- Variación del rendimiento con el caudal para distintos tipos de turbinas hidráulicas

en los ensayos los valores de H_n y n, midiendo al freno la potencia útil y calculando el rendimiento por la expresión $\eta = \dfrac{N}{\gamma\ Q\ H_n}$, en la que Q se hace variar modificando la admisión x.

En forma idéntica se podría obtener la curva que relaciona los rendimientos con la potencia.

En la gráfica (η, Q) se observa que el máximo de la curva de rendimientos en función del caudal, se corresponde con valores comprendidos entre el $75 \div 90\%$ del caudal máximo. La experiencia demuestra que lo más racional es proyectar la turbina de manera que el $\eta_{máx}$ se obtenga para el intervalo de la potencia indicada en la Tabla II.2.

En las turbinas Kaplan, el rendimiento máximo se obtiene para unos valores de la carga máxima comprendidos entre el $60 \div 70\%$; del 70% en adelante, el valor del rendimiento disminuye relativamente poco. La potencia y el salto así definidos son la potencia y salto de diseño. Si por razón de una variación brusca de la carga, la velocidad varía en forma sensible, o si permaneciendo ésta constante por la acción de un regulador de velocidad, lo que varía es el caudal, el rendimiento disminuye.

Tabla II.2

Intervalo de potencia máxima	*N° específico de revoluciones*
$75\% < N < 80\%$	$160 < n_s < 200$
$80\% < N < 82\%$	$200 < n_s < 330$
85 %	$n_s = 400$
90 %	$n_s = 500$
100 %	$n_s = 700$

En las turbinas Kaplan este descenso de rendimiento es menos sensible, por cuanto al orientarse las palas de acuerdo con los valores de carga o de gasto, podrán cumplirse las condiciones de rendimiento máximo entre límites bastante amplios alrededor de las características de régimen.

En el caso de turbinas Pelton, $n_s < 45$, el rendimiento viene muy poco influenciado por las variaciones de la carga, sobre todo en el caso de la rueda con dos inyectores, $30 < n_s < 45$, por lo que presentan un gran interés sobre todo cuando las variaciones de carga son muy grandes.

En el caso general de turbinas de reacción, tanto Francis como ruedas Hélice ordinarias, las curvas de rendimientos globales en función de la potencia presentan un máximo para la potencia de diseño, dependiendo las variaciones del rendimiento con la carga, en gran manera, del valor de n_s. Cuanto mayor sea n_s más bajos serán los rendimientos correspondientes a las cargas fraccionarias, por lo que, si la carga de la red es variable, no se puede adoptar una turbina con un n_s cualquiera.

II.5.- CONCEPTO DE TURBINA UNIDAD

Los datos obtenidos en Laboratorio en el ensayo de modelos de turbinas, permiten su utilización para el cálculo de turbinas semejantes. En la práctica suelen emplearse para determinar los

diagramas y parámetros de una turbina semejante, cuyo diámetro de salida del rodete D_2 sea igual a 1 m; a esta turbina se la denomina *turbina unidad*, para distinguirla del modelo del que se han obtenido los datos. Las leyes de semejanza permiten reducir los valores obtenidos experimentalmente en el ensayo de un modelo de turbina a los correspondientes de turbina unidad; estos valores que se designan con los subíndices (11) se denominan valores reducidos o característicos.

Si H_n, Q, N y n son los valores medidos en cada ensayo de la turbina modelo y $H_{n_{11}}$, Q_{11}, N_{11} y n_{11} los correspondientes reducidos, en el supuesto de que se conserven los rendimientos, de las relaciones de semejanza se deduce para $D_{2_{11}} = 1\ metro$ y $H_{n_{11}} = 1\ metro$:

$$\frac{H_n}{H_{n_{11}}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^2 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^2 \quad \Rightarrow \quad H_n = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^2 \quad ; \quad n_{11} = \frac{n\, D_2}{\sqrt{H_n}}$$

$$\frac{Q}{Q_{11}} = \frac{n}{n_{11}} \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^3 = \frac{n}{n_{11}} D_2^3 \quad \Rightarrow \quad Q_{11} = \frac{Q}{D_2^3} \frac{n_{11}}{n} = \frac{Q}{D_2^2 \sqrt{H_n}}$$

$$\frac{N}{N_{11}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^3 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^5 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^3 D_2^5 \quad \Rightarrow \quad N_{11} = \frac{N}{D_2^5} \left(\frac{n_{11}}{n}\right)^3 = \frac{N}{D_2^2 \sqrt{H_n^3}}$$

$$\frac{C}{C_{11}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^5 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^5 \quad \Rightarrow \quad C_{11} = \frac{C}{D_2^5} \left(\frac{n_{11}}{n}\right)^2 = \frac{C}{D_2^3\ H_n}$$

Para obtener los diagramas de ensayo, a partir del modelo de turbina unidad, se procede como sigue: *Se coloca el distribuidor en una posición de abertura fija y se aplica a la turbina un caudal y al eje un freno, hasta conseguir que se mantenga uniforme la velocidad de giro n_{11}, midiéndose el caudal Q_{11} el salto $H_{n(11)}$ y la potencia al freno N_{11}.*

Si se mantiene fijo el distribuidor se puede variar la potencia del freno, modificándose así los valores de n_{11} y Q_{11} y ligeramente $H_{n(11)}$ obteniéndose todos los valores del número de revoluciones n_{11} que se deseen, repitiendo después los ensayos para distintas aperturas del distribuidor.

Curvas características de las turbinas unidad.- Una turbina unidad tiene un diámetro $D_{2(11)} = 1\ m$, y trabaja con un salto $H_{n(11)} = 1\ m$, por lo que la relación de semejanza respecto a otra turbina de diámetro D y altura manométrica H_n, para la que se cumplen las condiciones de semejanza, el valor de la escala es $\lambda = D$. En los ensayos de Laboratorio se suele fijar el salto $H_{n(11)}$ por lo que los diagramas de curvas características más frecuentes son los que relacionan los caudales Q_{11} y las potencias N_{11} con el número de revoluciones n_{11}.

A cada par de valores $(Q_{11},\ n_{11})$ ó $(N_{11},\ n_{11})$ se puede superponer el rendimiento, Fig II.13, de forma que cuando se cumpla que $\eta = \eta_{11}$ se pueden aplicar las ecuaciones de semejanza, por lo que el conjunto de los rendimientos viene dado por superficies de la forma:

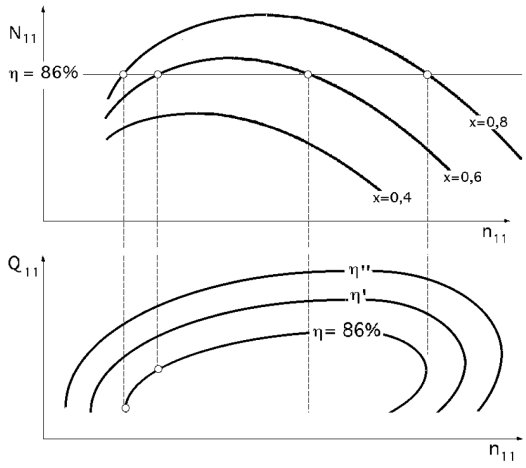


Fig II.13.- Curvas características de la turbina unidad

$$\eta = f(Q_{11}, n_{11}) \quad ó \quad \eta = F(N_{11}, n_{11})$$

Por lo que respecta al diagrama (Q_{11}, n_{11}) se procede de la siguiente forma:

- Sobre el eje Ox se llevan los valores de n_{11}, sobre el Oy los de Q_{11} y sobre el Oz los correspondientes a η

- Las diversas cotas de la superficie proporcionan la colina de rendimientos, siendo las curvas de nivel la intersección de estas superficies con planos η = *Cte*

Las curvas de caudal Q_{11} y velocidad de giro n_{11} verifican la ecuación de semejanza:

$$\frac{n}{n_{11}} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{H_n}{H_{n_{11}}}} = \frac{1}{D}\sqrt{H_n}$$

$$\frac{Q}{Q_{11}} = D^2\sqrt{\frac{H_n}{H_{n_{11}}}} = D^2\sqrt{H_n} = \left| \frac{n}{n_{11}} = \frac{1}{D}\sqrt{H_n} \right| = D^3\frac{n}{n_{11}} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_{11}}{n_{11}} = \frac{Q}{n D^3} = Cte$$

que son familias de rectas.

También es corriente presentar *curvas de igual abertura del distribuidor*; para los diversos valores de esta abertura x, basta unir en los diagramas los puntos correspondientes a cada una de ellas para obtener las curvas de igual admisión, de gran utilidad en la explotación de centrales hidroeléctricas.

Las *curvas de igual potencia* N y velocidad n constante satisfacen la ecuación:

$$\left.\begin{aligned} N_{11} &= \gamma\, Q_{11}\, H_{n_{11}}\eta \\ N &= \gamma\, Q\, H_n\eta \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{N_{11}}{N} = \frac{Q_{11}\, H_{n_{11}}}{Q\, H_n} = \left| H_{n_{11}} = 1 \right| = \frac{Q_{11}}{Q\, H_n} = \left| \begin{array}{c} \frac{n\,D}{n_{11}} = \sqrt{H_n} \\ Q = Q_{11}\, D^3\, \frac{n}{n_{11}} \end{array} \right| = \frac{Q_{11}}{Q_{11}\, D^3\, \frac{n}{n_{11}}\, \frac{n^2 D^2}{n_{11}^2}} = \frac{n_{11}^3}{n^3 D^5}$$

$$\frac{n^3}{n_{11}^3} = \frac{N}{D^5 N_{11}} \quad ; \quad \frac{N_{11}}{n_{11}^3} = \frac{N}{n^3 D^5} = Cte$$

Las *curvas de igual velocidad específica* son de la forma:

$$n_s = n\,\frac{\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = n\,\frac{\sqrt{\frac{\gamma\, Q\, H_n h}{75}}}{H_n^{5/4}} = n\,\frac{\sqrt{\gamma\, Q\, h}}{\sqrt{75}\; H_n^{3/4}} = 3{,}65\, n\,\frac{\sqrt{Q\, h}}{H_n^{3/4}} = \left| \begin{array}{c} Q = Q_{11}\, D^2\sqrt{H_n} \\ n = n_{11}\,\frac{\sqrt{H_n}}{D} \end{array} \right| = n_{11}\sqrt{\frac{\gamma\, Q_{11}}{75}}$$

Conocidas estas curvas se procede del modo siguiente, Fig II.14: *Se calcula la curva n_s = Cte y sobre*

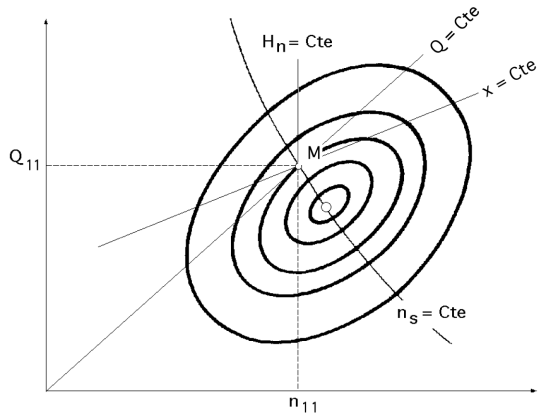


Fig II.14.- C. c. turbina unidad

ella se toma un punto M. Por este punto pasan una recta de Q = Cte y una línea de n = Cte; a cada punto M le corresponderán los valores de H_n y de Q.

El punto de funcionamiento es aquél en que este par de valores verifica la ecuación $Q = \frac{N}{\gamma\, H_n}$, deduciéndose las coordenadas de n_{11} y Q_{11}.

El diámetro $D_2 = \frac{n_{11}\sqrt{H_n}}{n} = \sqrt{\frac{Q}{Q_{11}\sqrt{H_n}}}$, y las demás dimensiones de la turbina se deducen a partir de los de la turbina unidad, multiplicándoles por el factor de semejanza geométrico, $\lambda = D_2$.

Las formas de funcionamiento con salto H_n constante se encuentran a lo largo de la ordenada del punto M en sus puntos de corte con las otras curvas.

Si se quiere conocer el funcionamiento con salto variable, se buscará en las distintas ordenadas de abscisas $n_{11} = n\ \frac{D}{\sqrt{H_n}}$, los correspondientes puntos de corte con las otras curvas.