VI. RÉGIMEN TRANSITORIO EN TURBO GENERADORES

pfernandezdiez.es

VI.1.- EQUILIBRIO DINÁMICO DE GRUPOS ROTATIVOS

Si se considera un grupo rotativo integrado por una turbina que acciona un generador eléctrico, el acoplamiento entre ambas máquinas puede ser directo, funcionando al mismo número de revoluciones, o indirecto, en el que cada máquina funciona a un número de revoluciones distinto, pudiéndose hacer los siguientes supuestos:

- El centro de gravedad de cada máquina está en el eje de rotación, siendo las reacciones en los apoyos del eje independientes de la velocidad de rotación de los grupos, (equilibrio estático)

- El eje de rotación de los grupos debe ser eje principal de inercia, (equilibrio dinámico), quedando excluidas cualquier tipo de vibraciones perjudiciales

Si el eje de rotación de un grupo pasa por su centro de gravedad y es principal de inercia, las fuerzas centrífugas tienen una resultante nula y un momento nulo, por lo que las reacciones en los apoyos del eje no dependen de la velocidad angular; en estas circunstancias se dice que el grupo está estática y dinámicamente equilibrado.

Acoplamiento directo.- De acuerdo con la Fig VI.1, llamaremos eje (z-z) al eje común de rotación del grupo turbina-alternador. Llamaremos C_m al par de las fuerzas motrices y C_r al par de las fuerzas resistentes que en un instante dado actúan sobre los grupos; el par resultante es:

$C = C_m - C_r$

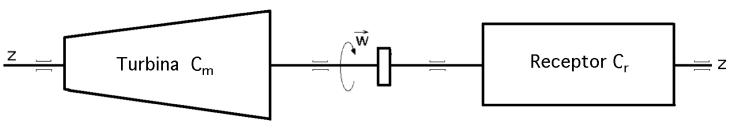

Fig VI.1.- Acoplamiento directo

La energía cinética de un elemento de masa m situado a la distancia r del eje de giro (z-z), en un

grupo estático y dinámicamente equilibrado, en un instante dado es:

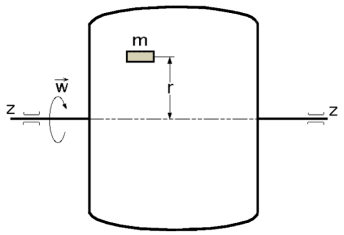

Fig VI.2

$$dE = \frac{m\ u^2}{2} = \frac{m\ r^2 w^2}{2}\ ,\quad \textit{siendo } \bar{w}\ \textit{ la velocidad angular del grupo}$$

La energía cinética total del grupo, en dicho instante es:

$$E = \frac{w^2}{2} \sum m\ r^2 = \frac{I\ w^2}{2}$$

siendo I el momento de inercia respecto al eje de rotación de las masas que integran el grupo.

Si en un intervalo de tiempo, la velocidad angular del grupo pasa del valor $\bar{w}_0$ al $\bar{w}$, la energía cinética del mismo se modifica desde:

$$E_0 = \frac{I\ w_0^2}{2} \quad \xrightarrow{hasta} \quad E = \frac{I\ w^2}{2}$$

experimentando dicho grupo un incremento de energía cinética:

$$E - E_0 = \frac{I\ (w^2 - w_0^2\ )}{2}$$

que tiene que ser igual, por el Teorema de las fuerzas vivas, a la suma de los trabajos desarrollados durante dicho intervalo por las fuerzas exteriores que actúan sobre el rotor, tanto motrices T_m como resistentes T_r , es decir:

$$T_m - T_r = \frac{I\ (w^2 - w_0^2\ )}{2}$$

Para estudiar la variación de la velocidad del grupo en un elemento de tiempo *dt*, en el que se produce un incremento de la velocidad angular *dw*, el trabajo desarrollado por las fuerzas exteriores es:

$$C_{r'} > C_r$$

y si en *dt* el ángulo girado por el grupo es $d\theta$, se tiene: $\begin{cases} dT_m = C_m\ dq \\ dT_r = C_r\ dq \end{cases}$, valores que sustituidos en la ecuación anterior y teniendo en cuenta que $d\theta = w\ dt$, dan como resultado:

$$(C_m - C_r\ )\ d\theta = I\ w\ dw = (C_m - C_r\ )\ w\ dt \quad ;\quad I\ dw = (C_m - C_r\ )\ dt$$

deduciéndose la ecuación del movimiento del grupo, en régimen transitorio, para el acoplamiento directo, en la forma:

$$I\ \frac{dw}{dt} = C_m - C_r$$

Al analizar esta ecuación se pueden presentar los siguientes casos:

- Si el par resultante de las fuerzas motrices es constantemente igual al de las fuerzas resistentes, $C_m = C_r$, se verifica:

$$I \frac{dw}{dt} = C_m - C_r = 0 \quad ; \quad \frac{dw}{dt} = 0 \quad ; \quad w = Cte$$

es decir, la aceleración angular es nula y la velocidad angular $\breve{w}$ constante, (régimen estacionario); el movimiento de rotación es uniforme y existe equilibrio dinámico; a esta velocidad uniforme de rotación se la denomina velocidad de régimen.

b) Si existiendo equilibrio dinámico, $C_m = C_r$, resulta que el par resistente C_r decrece bruscamente hasta un valor $C_{r'} < C_r$, el par motor C_m no se puede modificar simultáneamente y $C_m - C_{r'} > 0$, originándose una aceleración angular creciente que implica una velocidad angular $\breve{w}$ del grupo creciente; al aumentar la velocidad de giro, el grupo tiende a embalarse salvo que el regulador actúe sobre el distribuidor de la turbina influyendo en la admisión del fluido, modificando el par motor.

- Si existiendo equilibrio dinámico, $C_m = C_r$, resulta que el par resistente C_r aumenta bruscamente hasta un valor $C_{r'} > C_r$, el par motor C_m no se puede modificar simultáneamente y $C_m - C_{r'} < 0$, por lo que la aceleración angular será decreciente, y la velocidad angular $\breve{w}$ también; en esta situación el grupo tiende a pararse, salvo que actúe el regulador en el sentido de incrementar la admisión de fluido en la turbina, y modificar así el par motor para mantener su velocidad dentro de los límites prefijados.

Los dispositivos de regulación de estos grupos tienen que cumplir las siguientes condiciones:

- La perturbación no tiene que originar ningún tipo de alteración material en el grupo, lo que caracteriza la seguridad de marcha.

- El movimiento en régimen transitorio debe tener la menor duración posible, lo que caracteriza la estabilidad.

- Es necesario que al final de la perturbación, una vez el regulador haya restablecido la igualdad de los pares motor y resistente para la nueva carga, se vuelva con normalidad a la velocidad de régimen, o si se trata de una velocidad distinta que esté perfectamente determinada y fijada de antemano.

Acoplamiento indirecto.- Para el acoplamiento indirecto, Fig VI.3, se puede definir una relación k entre las velocidades angulares del alternador y de la turbina, en la forma:

$$w_1 \; r_1 = w_2 \; r_2 \quad ; \quad k = \frac{r_1}{r_2} = \frac{w_2}{w_1} = Cte$$

en la que r_1 y r_2 son los radios de la transmisión.

Si en un instante dado el par que el alternador opone al movimiento es C_r en el eje de la turbina se origina el par $C_{r'}$ de valor:

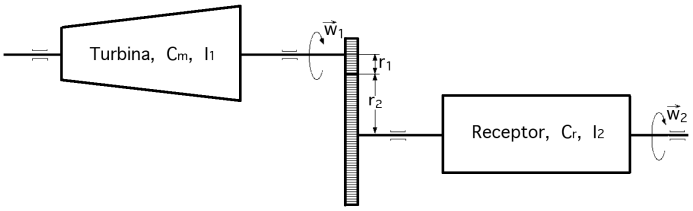

Fig VI.3.- Acoplamiento indirecto

$$C_r\ w_2 = C_{r'}\ w_1\ \ ;\ C_{r'} = \frac{w_2}{w_1}\ C_r = k\ C_r$$

En ese mismo instante, la energía de las masas giratorias a la velocidad w_1 correspondiente a la turbina es:

$$E_m = \frac{I_1\ w_1^2}{2}$$

y la energía correspondiente a las masas que giran a la velocidad w_2 alrededor del eje del alternador es:

$$E_r = \frac{I_2\ w_2^2}{2} = \frac{k_1^2\ I_2\ w_1^2}{2}$$

por lo que la energía total de las masas giratorias del grupo es:

$$E = E_m + E_r = \frac{w_1^2}{2}\ (I_1 + k_1^2\ I_2\ )$$

Si en un determinado intervalo de tiempo la energía del grupo pasa de E_0 a E_1, la variación de energía experimentada tiene que ser igual a la suma de los trabajos desarrollados por las fuerzas exteriores, en la forma:

$$E_1 - E_0 = \frac{w_1^2 - w_0^2}{2}\ (I_1 + k^2 I_2\ ) = T_m - T_r$$

En un instante dado el par motor es C_m y el par resistente es C_r ; si a partir de dicho instante se considera un tiempo dt, el incremento de la velocidad angular dw_1 de la turbina es:

$$(I_1 + k^2\ I_2\ )\ w_1\ dw_1 = dT_m - dT_r$$

y si $d\theta_1$ y $d\theta_2$ son los ángulos elementales girados por el eje de la turbina y del alternador en dt, se tiene:

$$dT_m = C_m\ d\theta_1 = C_m\ w_1\ dt$$
$$dT_r = C_r\ d\theta_2 = C_r\ w_2\ dt = k\ C_r\ w_1\ dt$$

por lo que:

$$(I_1 + k^2 I_2)\ \frac{dw_1}{dt} = C_m - k\, C_r$$

que es la ecuación del movimiento de los grupos para un acoplamiento indirecto.

VI.2.- MOMENTO DE INERCIA DE UN VOLANTE

En las máquinas rotativas el volante actúa en combinación con el regulador de velocidad, acelerando o frenando al grupo, al tiempo que atenúa las oscilaciones de la velocidad del mismo en las denominadas irregularidades accidentales, como son los cambios de régimen, la carga o descarga bruscas, etc. Lo que caracteriza dinámicamente a un volante es su momento de inercia respecto a su eje de rotación, que se puede determinar en función del peso P de la llanta y de su diámetro medio D

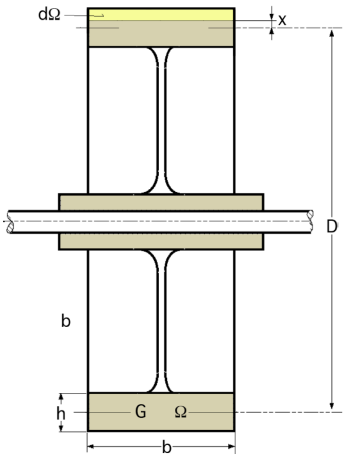

Fig VI.4.- Sección diametral del volante

De acuerdo con la Fig VI.4, si Ω es la sección diametral de la llanta y si se desprecia el momento de inercia del cubo, por ser muy pequeño frente al del resto de la llanta, al considerar el elemento de superficie dΩ situado a la distancia x de un eje paralelo al de giro que pasa por el c.d.g. de dicha sección diametral, el volumen elemental dV de llanta engendrado por dicho elemento superficial dΩ es:

$$dV = 2\,\pi\,(\frac{D}{2} + x)\,d\Omega$$

La masa elemental correspondiente a este elemento de volumen de peso específico γ es:

$$dM = \frac{2\,\pi\,\gamma}{g}\,(\frac{D}{2} + x)\,d\Omega$$

y su momento de inercia elemental respecto al eje de rotación:

$$dI = \frac{2\,\pi\,\gamma}{g}\,(\frac{D}{2} + x)^3\,d\Omega$$

Integrándola para toda la sección diametral Ω de la llanta, se obtiene el momento de inercia buscado:

$$I = \frac{2\,\pi\,\gamma}{g}\int_\Omega (\frac{D}{2} + x)^3\,d\Omega = \frac{2\,\pi\,\gamma}{g}\,\{\frac{\Omega\,D^3}{8} + \frac{3\,D}{2}\int_\Omega x^2\,d\Omega + \frac{3\,D^2}{4}\int_\Omega x\,d\Omega + \int_\Omega x^3\,d\Omega\}$$

en la que por la simetría del volante, son cero las integrales: $\int_\Omega x\,d\Omega = \int_\Omega x^3\,d\Omega = 0$

resultando:

$$I = \frac{\pi\,\gamma\,\Omega\,D^3}{4\,g}\,\{1 + \frac{12}{\Omega\,D^2}\int_\Omega x^2\,d\Omega\} = \left|\begin{array}{c}\text{Radio de giro}\\ \frac{1}{\Omega}\int_\Omega x^2\,d\Omega = r_{giro}^2\end{array}\right| = \frac{\pi\,\gamma\,\Omega\,D^3}{4\,g}\,\{1 + 12\,(\frac{r_{giro}}{D})^2\}$$

Como las dimensiones de la sección diametral de la llanta son siempre muy pequeñas con relación a su diámetro medio, el radio de giro es despreciable respecto a D, y teniendo en cuenta que el peso de la llanta es $P = \pi\ \gamma\ \Omega\ D$, resulta:

$$I = \frac{\pi\ \gamma\ \Omega\ D}{4\,g}\ D^2 = \frac{P\,D^2}{4\,g} = \frac{F}{4\,g} = \frac{P r^2}{g} = M\,r^2$$

en la que $\begin{cases} F = PD^2 \text{ es el factor de inercia del volante} \\ r \text{ es el radio de inercia} \\ M \text{ es la masa del volante} \end{cases}$

Cualquier rotor, (turbina, alternador, volante, etc), viene caracterizado por su factor de inercia. Para cumplir determinadas condiciones de regulación, el factor F debe tener un valor mínimo, que en muchos casos es suficiente sumando el correspondiente a la turbina y al alternador, sin necesidad de volante, mientras que en otros puede que no sea suficiente, por lo que habrá que incluir un volante cuyo $P\,D^2$ complemente el del grupo.

Si para unas condiciones de regulación determinadas se exige un factor de inercia F, con F_{grupo} el factor de inercia del grupo turbina-alternador, si $F_{grupo} < F$, habrá que compensarlos colocando en el eje de dicho grupo un volante cuyo factor de inercia sea la diferencia, $F_{vol} = F - F_{grupo}$, es decir, la expresión $F_{vol} = P\,D^2$ permite determinar el peso de la llanta y el diámetro medio del volante, aunque el valor de D venga restringido de forma que no pueda sobrepasar un límite superior, motivado por las tensiones internas que sufriría la llanta por la acción de la fuerza centrífuga.

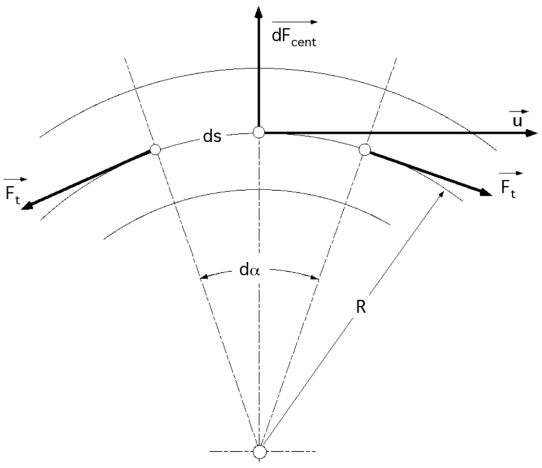

Fig VI.5

Para calcular un volante de factor de inercia F_{vol} hay que determinar, de acuerdo con las características mecánicas del material, la velocidad tangencial máxima admisible $\vec{u}_{máx}$. Para ello consideraremos una fracción de llanta comprendida entre dos secciones que forman un ángulo $d\alpha$.

Ambas secciones Ω están sometidas a dos fuerzas iguales F_t que equilibran la fuerza centrífuga dF_{cent}, Fig VI.5, que es de la forma:

$$dF_{cent} = M\,\frac{u^2}{R} = \frac{\gamma\ \Omega\ ds}{g}\ \frac{u^2}{R} = \left| \ ds = R\,d\alpha\ \right| = \frac{\gamma\ \Omega}{g}\ u^2\ d\alpha$$

El equilibrio de las fuerzas F_t y dF_{cent} exige que:

$$dF_{cent} = 2\,F_t\ sen\ \frac{d\alpha}{2} = F_t\ d\alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{\gamma\ \Omega}{g}\ u^2 d\alpha = F_t\ d\alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{\gamma\ \Omega}{g}\ u^2 = F_t$$

y teniendo en cuenta el coeficiente de tracción del material

$$\sigma_{tracción} = \frac{F_t}{\Omega} = \frac{\gamma\ u_{máx}^2}{g} \quad \Rightarrow \quad u_{máx} = \sqrt{\frac{g\ \sigma_{tracción}}{\gamma}}$$

Para un número n de revoluciones por minuto del grupo, la velocidad tangencial no puede sobrepasar la velocidad límite $\vec{u}_{máx}$, deduciéndose el máximo diámetro medio D a adoptar:

$$u = \frac{\pi\ n\ D}{60} \quad ; \quad u \le u_{máx} \quad ; \quad D_{máx} = \frac{60\ u_{máx}}{\pi\ n} \quad ; \quad D \le D_{máx}$$

Fijado el diámetro D dentro de los límites anteriores y conocido el valor de F, el peso P de la llanta es:

$$P \le \frac{F}{D^2}$$

y la sección diametral Ω de la misma, (Teorema de Guldin):

$$P = \pi\ \lambda\ \Omega\ D \quad ; \quad \Omega = \frac{P}{\pi\ \lambda\ D}$$

VI.3.- FUNCIÓN DEL VOLANTE DURANTE LAS VARIACIONES DE CARGA

En las máquinas rotativas que accionan generadores eléctricos, funcionando con una determinada apertura del distribuidor, o con un ángulo determinado de los álabes como en las Kaplan Bulbo o Straflo, los pares motor C_m y resistente C_r son constantes en cada revolución, por lo que la ecuación del movimiento en los rotores indica que éste será uniforme siempre que $C_m = C_r$ por lo que la aceleración angular $\frac{dw}{dt} = 0$ y la velocidad angular $\breve{w}$ constante, deduciéndose de éllo que la potencia motor es continuamente igual a la potencia resistente, manteniéndose entre ambas un valor constante durante la rotación uniforme del grupo. En las máquinas rotativas no existen irregularidades cíclicas, ya que el movimiento se mantiene uniforme mediante la continua igualdad de pares y potencias, funcionando en combinación con el regulador de velocidad, frenándolas o acelerándolas, por lo que sus oscilaciones de velocidad se atenúan en los cambios de régimen.

Régimen estacionario.- Si se supone un grupo constituido por una turbina y un alternador, que gira a un número de revoluciones n constante, el funcionamiento en régimen estacionario implica en todo instante que la potencia motor es igual a la potencia resistente, $N_m = N_r$. El diagrama representado en la Fig VI.6, tiene de ordenadas las potencias N_m y N_r y de abscisas los tiempos t; la representación de estas potencias viene dada por dos rectas superpuestas paralelas al eje de tiempos.

Cuando la turbina desarrolla la potencia máxima (nominal) $N_m = N_{máx} \Rightarrow N_r = N_{máx}$, el régimen

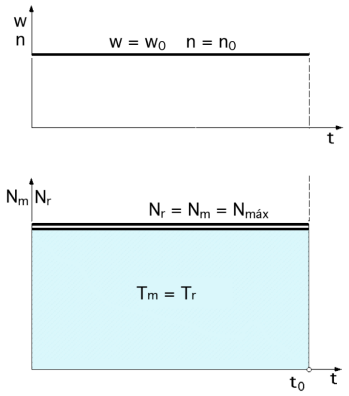

Fig VI.6

de funcionamiento viene representado por una paralela al eje de tiempos, de ordenada $n = n_0$. Si el régimen estacionario se mantiene durante un intervalo de tiempo t_0, la ecuación del movimiento del grupo en el tiempo t comprendido dentro del intervalo t_0 es:

$$T_m - T_r = \frac{I\,(w^2 - w_0^2)}{2}$$

siendo $\breve{w}_0$ la velocidad angular del grupo en el origen de tiempos del régimen estacionario y $\breve{w}$ su velocidad angular al cabo del tiempo t.

Analizando el diagrama inferior se observa que los trabajos motor y resistente así definidos son rectángulos de superficies respectivas $\begin{cases} T_m = N_{máx}\ t \\ T_r = N_r\ t \end{cases}$ que son iguales ya que $N_{máx} = N_r$ y el intervalo de tiempo t considerado es común, por lo que al ser:

$$T_m = T_r \quad \Rightarrow \quad \frac{I\,(w^2 - w_0^2)}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad w = w_0$$

y mientras no varíe el régimen, la velocidad $\breve{w}$ se mantendrá constantemente igual a la inicial $\breve{w}_0$.

Régimen transitorio.- Si se produce una descarga brusca parcial en el grupo, Fig VI.7, la potencia resistente descenderá rápidamente desde el valor, $N_r = N_{máx}$ hasta el valor $N_{r'} < N_r$ es decir:

$$\Delta N = N_r - N_{r'} = N_{máx} - N_{r'}$$

En esta situación, si la potencia desarrollada por la turbina siguiese invariable e igual a la máxima $N_m = N_{máx}$ al aplicar al grupo la ecuación del movimiento de los rotores, en el intervalo comprendido t_0 y t', se tiene:

$$T_m - T_{r'} = \frac{I\,(w'^2 - w_0^2)}{2}$$

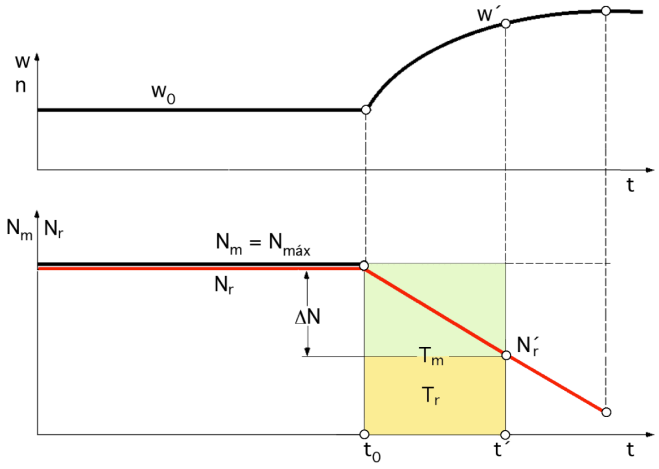

Fig VI.7.- Régimen transitorio; descarga brusca

siendo: $\begin{cases} w' \text{ la velocidad angular en } t' \\ T_{r'} \text{ el trabajo resistente desarrollado por el alternador en el intervalo } t' - t_0 \\ T_m \text{ el trabajo motor desarrollado por la turbina en el intervalo de tiempo anterior} \end{cases}$

Los trabajos motor y resistente se miden por el área de los rectángulos $\begin{cases} T_m = N_{máx}\,(t' - t_0) \\ T_{r'} = N_{r'}\,(t' - t_0) \end{cases}$ y como en esta situación se sabe que $N_{r'} < N_{máx}$ resulta que si se considera una descarga brusca, la potencia motora permanecerá invariable e igual a la máxima $N_{máx}$, lo que implica que el trabajo motor desarrollado en un intervalo cualquiera será siempre mayor que el trabajo resistente desarrollado en el mismo tiempo, y así constante e indefinidamente se verificará que $T_m > T_{r'}$:

$$T_m - T_r = K > 0$$

que dice que cuando se produce una descarga brusca, si la potencia motor permanece invariable e igual a su valor máximo $N_m = N_{máx}$ el valor de K ademas de positivo, es creciente con el tiempo en el intervalo $(t' - t_0)$ y como:

$$T_m - T_{r'} = \frac{I\,(w'^2 - w_0^2)}{2} \quad ; \quad \frac{I\,(w'^2 - w_0^2)}{2} - K > 0$$

al ser el trabajo motor superior al resistente, la velocidad angular $\breve{w}'$ crecerá constantemente, acelerándose el grupo, prácticamente hasta su velocidad de embalamiento.

En efecto, al crecer las resistencias pasivas con la velocidad del grupo, así como originarse por la velocidad creciente otras resistencias propias del modo de funcionamiento de la turbina, tal como sucede, por ejemplo, en las turbinas hidráulicas en las que cuando se alcanza la velocidad de embalamiento, la reacción del agua sobre los álabes la frena porque se opone al sentido de giro apareciendo unos pares que, junto con el par resistente, llegan a equilibrar el par motor, estableciéndose un nuevo régimen de funcionamiento a la velocidad $\breve{w}_{emb}$ de embalamiento que, por otra parte, dada su magnitud, es inadmisible a efectos de seguridad del grupo en cuestión.

Observando la ecuación del movimiento se deduce que para el caso de una descarga brusca, el volante por sí solo no puede evitar ni la aceleración del grupo, ni por lo tanto, su embalamiento, ya que por muy grande que sea su momento de inercia I, no se puede evitar el crecimiento de la velocidad angular $\breve{w}'$ por cuanto la diferencia entre los trabajos motor y resistente desarrollados por el grupo, además de ser positiva, crece en el transcurso del tiempo, y es aquí precisamente donde se hace patente la necesidad de un regulador de velocidad que:

- *Actúe sobre la admisión del fluido motor al producirse la descarga*
- *Reduzca la potencia motor del grupo igualándola a la nueva potencia resistente*

llegándose así, en un período de tiempo prudencial, el de su actuación, a un nuevo estado de equilibrio dinámico, en el que la nueva velocidad del grupo, constante, aunque no sea la primitiva $\breve{w}_0$, será otra que difiera muy poco de ella, y que estará dentro del límite de irregularidad admisible im-

puesto por las características exigidas al funcionamiento y a las condiciones de seguridad del grupo.

Si el grupo está dotado de volante y de regulador de velocidad y se produce una descarga brusca, tal como se indica en la Fig VI.8, desde $N_r = N_{máx}$ hasta $N_{r'} < N_r$, inmediatamente después de la descarga se tienen unas potencias motor y resistente, de la forma $\begin{cases} N_r = N_{máx} \\ N_{r'} < N_{máx} \end{cases}$, por lo que el grupo se acelerará adquiriendo velocidades continuamente crecientes a partir de la $\breve{w}_0$ que tenía en el instante $(t = t_0)$ en que se produjo la descarga brusca.

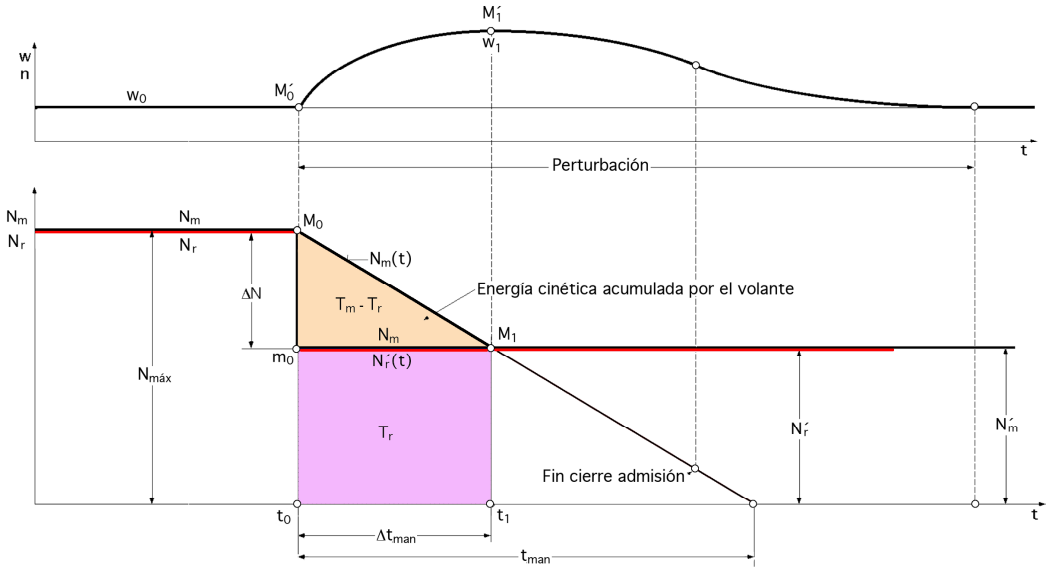

Fig VI.8.- Régimen variable que origina en el grupo una descarga brusca, cuando está dotado de volante y regulador de velocidad

Al alcanzar la velocidad un cierto valor, entrará en funcionamiento el regulador de velocidad, tendiendo a disminuir la potencia del grupo desde $N_{máx}$ hasta el nuevo valor $N_{m'} = N_{r'}$ en que se vuelve a establecer en el grupo un nuevo régimen permanente, cuya velocidad si no es la primitiva $\breve{w}_0$, será otra que diferirá muy poco, haciendo que la oscilación máxima de velocidades esté comprendida dentro de unos límites admisibles.

Si se admite que el regulador actúa sobre la admisión de caudal de forma que éste varíe linealmente con el tiempo, y se considera a su vez que el salto neto H_n y el rendimiento global h permanecen constantes durante la perturbación, como la potencia motriz es de la forma:

$$N_m = \gamma\, q\, H_n \eta$$

resulta que como durante la maniobra de regulación, el caudal q varía linealmente con el tiempo t, también variará linealmente con t la potencia motora N_m.

En consecuencia, en la Fig VI.8 se observa que si t_{man} es el tiempo total de maniobra del regulador, tiempo que se emplea en reducir la admisión del caudal de la turbina desde su valor máximo hasta cero, (cierre completo de la admisión), o lo que es lo mismo, el empleado en reducir la potencia desarrollada por la turbina desde $N_m = N_{máx}$, hasta cero, siendo Δt_{man} el tiempo que dicho regulador

emplea en reducir la potencia $N_m = N_{máx}$, hasta el nuevo valor, $N_m = N_{r'}$, correspondiente al nuevo régimen uniforme originado por la regulación, resulta de acuerdo con la ley lineal admitida que:

$$\frac{\Delta t_{man}}{t_{man}} = \frac{\Delta N}{N_{máx}} = \frac{\alpha\ N_{máx}}{N_{máx}} = \alpha$$

Durante el tiempo:

$$\Delta t_{man} = \alpha\ t_{man} = t_1 - t_0$$

el regulador reduce linealmente la potencia motor desde su valor máximo $N_m = N_{máx}$, hasta el $N_m = N_{r'}$ mientras que la potencia resistente desciende bruscamente desde $N_r = N_{máx}$, hasta $N_{r'}$ que se representa en el diagrama por la vertical (M_0N_0).

Como la potencia motor es $N_{máx} > N_{r'}$, el grupo se acelerará, por lo que el regulador de velocidad comenzará a actuar en el sentido de reducir la potencia motor linealmente con el tiempo, línea (M_0M_1), hasta que al cabo del intervalo:

$$\Delta T = t_1 - t_0 = \alpha\ T$$

la potencia motor habrá quedado reducida al valor $N_{m'} = N_{r'}$ equivalente al de la nueva carga, o potencia resistente $N_{r'}$ punto M_1 del diagrama.

Aplicando al grupo la ecuación del movimiento de los rotores en el intervalo Δt_{man} y teniendo en cuenta que en dicho intervalo la potencia motor varía desde (M_0M_1) y la resistente según (m_0M_1) paralela al eje de tiempos, resulta que:

$$T_m - T_r = \frac{I\,(w^2 - w_0^2\ )}{2}$$

siendo: $\begin{cases} w_1 \text{ la velocidad adquirida por el grupo al cabo del tiempo } \Delta t_{man} \\ T_m \text{ y } T_r \text{ los trabajos motor y resistente desarrollados por el grupo durante el intervalo } \Delta t_{man} \end{cases}$

Los trabajos motor y resistente que actúan sobre el grupo en el intervalo Δt_{man} son:

$$\begin{cases} T_m = \text{superficie del trapecio } (M_0M_1t_1t_0\ ) \\ T_r = \text{superficie del rectángulo } (m_0M_1t_1t_0\ ) \end{cases} \Rightarrow\ T_m - T_r = \text{superficie del triángulo } (M_0M_1m_0\ )$$

Hay que tener en cuenta que aunque el grupo se ha acelerado desde $\breve{w}_0$ hasta $\breve{w}_1$, en que el regulador ha igualado la potencia motor a la nueva carga, la aceleración angular $\frac{dw}{dt}$ disminuye desde el instante inicial t_0 en que es máxima hasta el instante t_1 en que se habrá anulado ya que las diferentes ordenadas del triángulo ($M_0m_0M_1$), Fig VI.8, representan las diferencias que, en cada instante, existen en el grupo entre las potencias motor y resistente en el intervalo, $\Delta t_{man} = t_1 - t_0$.

Si en el instante t el par motor es $C_m(t)$, el par resistente es $C_r(t)$ y la velocidad angular es $\breve{w}$, se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} N_m(t) = C_m(t)\, w \\ N_r(t) = C_r(t)\, w \end{array}\right\} \Rightarrow \quad N_m(t) - N_r(t) = \{C_m(t) - C_r(t)\}\, w$$

De acuerdo con el referido triángulo, las ordenadas disminuyen desde su valor máximo en el instante t_0, hasta cero en el instante t_1, mientras que la velocidad w crece, por lo que la diferencia $C_m(t) - C_r(t)$ tiene que disminuir.

La ecuación del movimiento en los rotores aplicada a los sucesivos instantes comprendidos en el intervalo $\Delta T = t_1 - t_0$, viene dada por:

$$I\,\frac{dw}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$$

en la que al decrecer el segundo miembro desde t_0 hasta anularse en t_1 queda comprobado que la aceleración en el referido intervalo es decreciente, desde un valor inicial máximo en t_0 hasta anularse en t_1.

Como consecuencia de la descarga y de la posterior actuación del regulador, el grupo experimenta una oscilación en la velocidad desde el valor $\breve{w}_0$ en t_0 hasta el instante t_1 en que el regulador habrá igualado la potencia motor a la nueva carga, no siendo posible evitar las oscilaciones del grupo que, por otra parte son necesarias para que funcione el regulador, por lo que será necesario reducir éstas en lo posible, de forma que estén comprendidas dentro de los límites prefijados y exigidos por las condiciones de regulación del rotor; es precisamente aquí donde se pone de manifiesto el papel fundamental que desempeña el volante en un cambio de régimen motivado por una descarga o sobrecarga bruscas.

La ***ecuación del movimiento de los rotores*** en el intervalo Δt_{man} , durante el cual el regulador iguala la potencia motor a la nueva carga existente después de la descarga, es:

$$\frac{I\,(w_1^2 - w_0^2)}{2} = \text{Superficie triángulo}\,(M_0 M_1 m_0) = \frac{(M_0 m_0)\,(M_1 m_0)}{2} = \left|\begin{array}{l} (M_0 m_0) = \Delta N = \alpha\, N_{máx} \\ (M_1 m_0) = \Delta t_{man} = \alpha\, t_{man} \end{array}\right| = \frac{\alpha^2\, t_{man} N_{máx}}{2}$$

Para un grupo hidroeléctrico con regulador de velocidad, la potencia máxima que desarrolla la turbina $N_{máx}$ y el tiempo t_{man} que invierte el regulador en efectuar un cierre completo de la admisión, son datos constantes; asimismo, si en dicho grupo se considera un determinado tipo de descarga, el valor de a será otro dato constante.

Se puede concluir diciendo que en las turbinas hidráulicas que accionan alternadores, el volante desempeña junto con el regulador, la función de disminuir las oscilaciones de velocidad, reduciéndo-

las de forma que queden comprendidas dentro de unos límites prefijados de antemano, de acuerdo con las características de regulación que a los referidos grupos se exijan.

VI.4.- VALOR DEL PD²

El método de cálculo que se propone representa una aproximación para el caso de un transitorio teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

- El cierre o la apertura de la admisión varían linealmente con el tiempo.

- El caudal que entra en la turbina es proporcional a los tiempos de cierre o apertura del distribuidor, suponiendo varía linealmente con el tiempo

- La potencia resistente N_r es independiente de la velocidad del grupo, por lo que la función $N_r(t)$ se representa por una horizontal

- El salto neto H_n y el rendimiento global del grupo se consideran constantes durante la perturbación

- Se desprecia la influencia de las sobrepresiones sobre la variación de la potencia motriz N_m

- El caudal se considera independiente de la velocidad angular del grupo

En la ecuación:

$$\frac{I\,(w_1^2 - w_0^2)}{2} = \frac{\alpha^2 t_{man} N_{máx}}{2}$$

el segundo miembro representa el exceso de trabajo motor respecto el resistente en el intervalo Δt_{man}, en el que el regulador reduce la potencia motora al valor $N_{m'} = N_{r'}$ de la nueva carga.

Se puede poner:

$$\frac{I\,(w_1^2 - w_0^2)}{2} = \frac{I\,(w_1 - w_0)\,(w_1 + w_0)}{2} = \frac{I\,w_0^2}{2}\;\frac{w_1 - w_0}{w_0}\;\frac{w_1 + w_0}{w_0} = \frac{I\,w_0^2}{2}\;\frac{w_1 - w_0}{w_0}\;(\frac{w_1 - w_0}{w_0} + 2)$$

siendo:

$$w_0 = \frac{\pi\, n}{30} \quad ; \quad w_1 = w_0 + \Delta w_0 = \frac{\pi\, n}{30} + \frac{\pi\, \Delta n}{30}$$

y como $(w_1 - w_0)$ es la máxima oscilación que experimenta el grupo durante la perturbación, se puede definir una oscilación relativa

$$k = \frac{w_1 - w_0}{w_0} = \frac{\Delta n}{n}$$

quedando la ecuación del movimiento del grupo y el valor del PD^2:

$$\frac{I\,(w_1^2 - w_0^2)}{2} = \frac{I}{2}\;\frac{\pi^2 n^2}{900}\;k\,(k+2) = \left| I = \frac{P\,D^2}{4\,g} \;\; ; \;\; \pi^2 \approx g \right| = \frac{\alpha^2\, t_{man}\, N_{máx}}{2} = \frac{P\,D^2 n^2}{7200}\;k\,(k+2)$$

$$P\,D^2 = \frac{1800\,\alpha^2\;t_{man}\;N_{máx}}{n^2\;k\,(\frac{k}{2}+1)}\;,\;\; con\; N_{máx}\;\; en\; Kgm/seg$$

En la práctica, el valor de k que se impone al grupo es $0{,}1 < k < 0{,}2$, por lo que si el término $\frac{k}{2}$ se desprecia frente a la unidad, resulta:

$$P\,D^2 = \frac{1800\,\alpha^2\;t_{man}\;N_{máx}}{n^2\;k}$$

en la que se observa la importancia del número de revoluciones n del grupo.

El valor del PD^2 necesario en un grupo hidroeléctrico será tanto menor:

- *Cuanto mayor sea la oscilación relativa k*
- *Cuanto más rápida sea la turbina*
- *Cuanto más rápida sea la actuación del regulador sobre el distribuidor*

Para reducir el PD^2 del grupo es necesario que el tiempo t_{man} de cierre lineal y completo del distribuidor sea lo más pequeño posible; sin embargo, esta reducción de t_{man} provocará la aparición del golpe de ariete, que tenderá a incrementar las oscilaciones relativas k.

Si $PD^2 = 0$, el valor de k sería infinito, situación que no es posible, por cuanto la turbina no sobrepasa la velocidad de embalamiento, que tiene los siguientes valores:

Velocidades de embalamiento:
$$\begin{cases} n_{máx} \le 2\,n\;\;;\;\; k_{máx} \le 1 \;(Turbina\;Francis\;normal) \\ n_{máx} \le 1{,}8\,n\;\;;\;\; k_{máx} \le 0{,}8 \;(Turbina\;Pelton) \\ 2{,}2\,n \le n_{máx} \le 2{,}4\,n\;\;;\;\; 1{,}2 \le k_{máx} \le 1{,}4\;\;(Turbinas\;hélice) \end{cases}$$

Las oscilaciones de velocidad negativas no pueden ser inferiores al 100%, por lo que su valor relativo tampoco podrá ser inferior a $k_{mín} = -1$ correspondiente a la parada del grupo. La oscilación máxima de velocidades originada en los grupos como consecuencia de las variaciones bruscas de carga, tiene que ser lo más pequeña posible; para los grupos destinados a la generación de electricidad, se admiten los valores de k indicados en la Tabla VI.1, que a su vez son sensiblemente los mismos valores que se admite para aquellos grupos formados por turbina y cualquier otro tipo de receptor, directa o indirectamente acoplados.

Tabla VI.1.- Valores de k

	Turb. hidráulicas	*Turbinas de vapor*
$\alpha = 1$	$0{,}13 < k < 0{,}3$	$k = 0{,}06$
$\alpha = 0{,}5$	$0{,}08 < k < 0{,}12$	$k = 0{,}03$
$\alpha = 0{,}25$	$0{,}03 < k < 0{,}05$	$k = 0{,}015$

Las condiciones de regulación exigidas a las turbinas de vapor, son mucho más rigurosas que las correspondientes a los grupos accionados por turbinas hidráulicas, debido a que siendo despreciable el peso específico del vapor, se puede cerrar instantáneamente el distribuidor sin peligro de que

aparezcan sobrepresiones por golpe de ariete, por lo que el tiempo T puede ser muy pequeño; además, la velocidad de rotación en las turbinas de vapor es siempre mayor que en las hidráulicas, y por ello, cuando aparezcan las variaciones de carga, a igualdad de PD^2 se producirán menores oscilaciones de velocidad en las turbinas de vapor.

Para una misma oscilación relativa de velocidades k, será preciso un PD^2 mucho menor en los grupos accionados por vapor que en los hidráulicos; esta es la razón de que en los grupos integrados por turbinas de vapor accionando generadores eléctricos, el PD^2 de los mismos es siempre suficiente, sin necesidad de añadir un volante. En una turbina hidráulica, si el distribuidor se cierra repentinamente se produce un aumento de presión en la tubería, (golpe de ariete), que tiende a aumentar la velocidad del agua que incide sobre el rodete, originándose el efecto contrario al que se intenta producir con el regulador y el volante, por lo que se produce un aumento de k. Para disminuir k hay que aumentar el PD^2 de las masas giratorias, lo cual se consigue multiplicando la expresión del PD^2 por un factor, de la forma:

$$PD^2 = \frac{1800\ \alpha^2\ t_{man}\ N_{máx}}{n^2\ k}\ (1 + \frac{3}{2}\ \frac{\Delta H_{Micheaud}}{H_n})$$

$$\text{siendo:}\ \begin{cases} H_{Micheaud}\ \text{(incremento de presión en la tubería)} = \dfrac{2\ L\ c_{agua}}{g\ t_{man}} \\ H_n\ \text{la altura neta del salto} \end{cases}$$