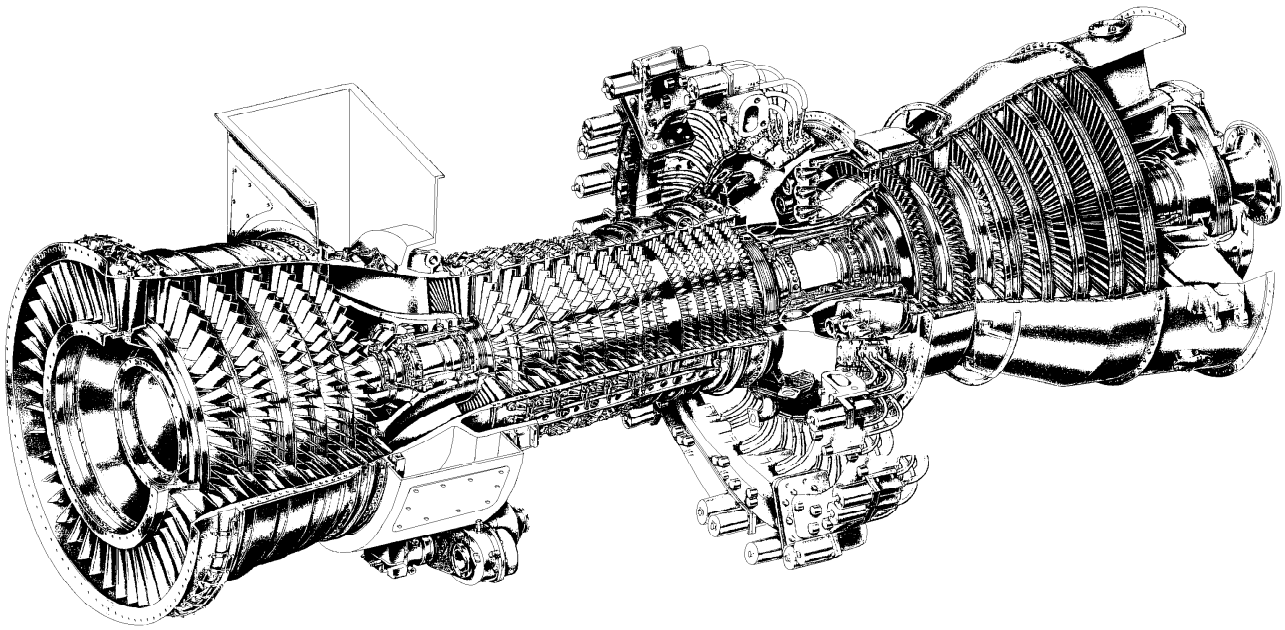
PROBLEMAS

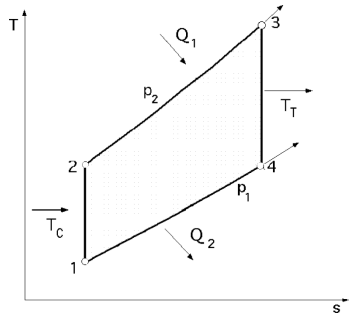
DE

TURBINAS DE GAS



Pedro Fernández Díez

pfernandezdiez.es



1)En una TG, que funciona según el ciclo abierto sencillo de Brayton entra aire a la presión de p_1 = 1 atm y temperatura absoluta T_1 = 300ºK. La relación de compresión es $\varepsilon = p_2/p_1 = 8$, y la temperatura máxima del ciclo, T_3 = 900ºK ; γ = 1,4 ; R = 29,27 Kgm/(kgºK)

Determinar:

a) Los parámetros del aire en los puntos característicos del ciclo

b) El rendimiento del ciclo

RESOLUCIÓN

a) Parámetros del aire en los puntos característicos del ciclo

Punto (1): $p_1 = 1$ atm ; $T_1 = 300ºK$; $v_1 = \dfrac{R_{aire}\, T_1}{p_1} = \dfrac{29{,}27\ (Kgm/kgºK) \times 300ºK}{10^4\ (kg/m^2)} = 0{,}878\ \dfrac{m^3}{kg}$

Punto (2): $\begin{cases} p_2 = \varepsilon\ p_1 = 8\ atm \ ; \ T_2 = T_1 \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 300 \times 8^{\frac{0,4}{1,4}} = 543{,}4ºK \\ \Delta = \dfrac{T_2}{T_1} = 1{,}81 \ ; \ v_2 = \dfrac{v_1}{e^{\frac{1}{\gamma}}} = \dfrac{0{,}878\ (kg/m^3)}{8^{\frac{1}{1,4}}} = 0{,}1988\ \dfrac{m^3}{kg} \end{cases}$

Punto (3): $p_3 = p_2 = 8$ atm ; $T_3 = 900ºK$; $v_3 = \dfrac{R\, T_3}{p_3} = \dfrac{29{,}27\ (Kgm/kgºK) \times 900ºK}{8.10^4\ (kg/m^2)} = 0{,}329\ \dfrac{m^3}{kg}$

Punto (4): $T_4 = \dfrac{T_3}{e^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \dfrac{900ºK}{8^{\frac{1,4-1}{1,4}}} = 496{,}8ºK$; $v_4 = \dfrac{R\, T_4}{p_4} = \dfrac{29{,}27\ (Kgm/kgºK) \times 496{,}8ºK}{1.10^4\ (kg/m^2)} = 1{,}454\ \dfrac{m^3}{kg}$

b) Rendimiento del ciclo: $\eta_{ciclo} = 1 - \dfrac{1}{\Delta} = 1 - \dfrac{1}{1{,}8113} = 0{,}4479 = 44{,}79\%$

****

2) Determinar el rendimiento de una turbina de gas de una sola etapa, en las siguientes situaciones:

a) Sin regeneración

b) Con regeneración al 100%

Datos:

El aire a la entrada del compresor tiene una temperatura T_1 = 25ºC y una presión p_1 = 1,033 kg/cm². La relación de presiones es: p_2/p_1= 3,5

El gas a la entrada de la turbina tiene una temperatura T_3 = 923ºK, mientras que la presión a la salida de la turbina es p_4 = 1,033 kg/cm².

Nota: Se considerará un coeficiente adiabático γ = 1,40.

RESOLUCIÓN

$\Delta = \dfrac{T_2}{T_1} = \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = 3{,}5^{(1,4-1)/1,4} = 1{,}43$; $\Phi = \dfrac{T_3}{T_1} = \dfrac{923°K}{298°K} = 3{,}09$

a) Rendimiento de la turbina de gas de una sola etapa sin regeneración : $\eta_{ciclo} = 1 - \dfrac{1}{1{,}4303} = 0{,}3008 = 30{,}08\%$

b) Rendimiento de la turbina de gas de una sola etapa con regeneración al 100%:

$\eta_{ciclo} = 1 - \dfrac{\Delta}{\Phi} = 1 - \dfrac{1{,}4303}{3{,}09} = 0{,}5382 = 53{,}82\%$

****

3) Una turbina de gas, en funcionamiento normal tiene una relación de temperaturas $\Phi = 3$, una relación de compresión $\Delta = 1,64$ y unos rendimientos $\eta_C = \eta_T = 0,85$

a) Se produce una caída de presión de un 1% en la cámara de combustión, y se desea saber cómo implica esta variación al rendimiento de la instalación y cuál es el valor de la variación del rendimiento de la turbina

b) Si en la misma instalación de TG se produce una variación relativa de un 1% en el rendimiento de la turbina y en el rendimiento del compresor, hallar la variación del rendimiento global de la instalación

c) Si en esta TG la temperatura del aire a la entrada del compresor es T_1 =25ºC, y se produce una caída en la misma que pasa a ser de 5ºC, se desea conocer la variación de la temperatura a la entrada de la turbina en ºC, si se mantiene el rendimiento

---

RESOLUCIÓN

$$\delta = \frac{T_C}{T_T} = \frac{\Delta}{\Phi}\ \frac{1}{\eta_C\ \eta_T} = \frac{1,64}{3}\ \frac{1}{0,85 \times 0,85} = 0,756$$

a) Variación en el rendimiento de la instalación

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{1}{1-\delta}\frac{\Delta}{\Delta - 1}\ \frac{\gamma - 1}{\gamma}\ \frac{\Delta p_2}{p_2} = \frac{1}{1- 0,756}\ \frac{1,64}{1,64 - 1}\ \frac{1,4 - 1}{1,4}\ \frac{\Delta p_2}{p_2} = 3\ \frac{\Delta p_2}{p_2}$$

Variación del rendimiento de la turbina: $\dfrac{\Delta\eta_T}{\eta_T} = \dfrac{\Delta}{\Delta - 1}\ \dfrac{\gamma - 1}{\gamma}\ \dfrac{\Delta p_2}{p_2} = \dfrac{1,64}{1,64 - 1}\ \dfrac{1,4 - 1}{1,4}\ \dfrac{\Delta p_2}{p_2} = 0,732\ \dfrac{\Delta p_2}{p_2}$

b) Si en la instalación de TG se produce una variación relativa de un 1% en el rendimiento de la turbina y en el rendimiento del compresor, la variación del rendimiento global de la instalación es:

$$\eta_{ciclo} = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \frac{\eta_T\ \eta_C\ \Phi - \Delta}{(\Phi - 1)\eta_C - (\Delta - 1)} = \frac{1,64 - 1}{1,64}\ \frac{(3 \times 0,85 \times 0,85) - 1,64}{(3 - 1) \times 0,85 - (1,64-1)} = 0,1942$$

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{1}{1-\delta}\ \frac{\Delta\eta_T}{\eta_T} + (1 - \eta)\ \frac{\delta}{1-\delta}\ \frac{\Delta\eta_C}{\eta_C} = \frac{1}{1 - 0,756}\ \frac{\Delta\eta_T}{\eta_T} + (1 - 0,1942)\ \frac{0,756}{1 - 0,756}\ \frac{\Delta\eta_C}{\eta_C} =$$

$$= 4,098\ \frac{\Delta\eta_T}{\eta_T} + 2,4966\ \frac{\Delta\eta_C}{\eta_C} = 6,6\ \frac{\Delta\eta_T}{\eta_T}$$

c) Temperatura a la entrada de la turbina en funcionamiento normal : $T_3 = \Phi\ T_1 = 3 \times 298ºK = 894ºK$

Variación de la temperatura a la entrada de la turbina : $\Delta T_3 = \Delta T_1\ \dfrac{T_3}{T_1 - \Delta T_1} = (25 - 5)\ \dfrac{894}{298 - 20} = 64,3ºC$

****

4) En una turbina de gas simple se produce una caída de entalpía = 27,8 Kcal/kg; se sabe que la velocidad inicial es inapreciable, que la velocidad periférica u= 198 m/seg; α_1= 20º, β_2= 30º, φ = 0,95, ψ = 0,95.

Determinar: a) El trabajo y la potencia para 1 kg/seg

b) El rendimiento de la turbina

RESOLUCIÓN

$c_{1t} = 91,48\ \sqrt{\Delta i_{ad}} = 91,48\ \sqrt{27,8\ Kcal/kg} = 482,33\ m/seg$; $c_1 = \varphi\ c_{1t} = 0,95 \times 482,33 = 458,2\ m/seg$

$c_{1n} = 458,2\ \cos 20º = 430,6\ m/seg$; $c_{1m} = 458,2\ \text{sen}\ 20º = 156,7\ m/seg$

$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2 - 2\ c_1\ u_1 \cos\alpha_1} = \sqrt{458,2^2 + 198^2 - (2 \times 458,2 \times 198 \times \cos 20º)} = 280,83\ m/seg$

$\text{sen}\ \beta_1 = \dfrac{c_{1m}}{w_1} = \dfrac{156,7}{280,33} = 0,558 \quad \Rightarrow \quad \beta_1 = 33,92º$

a) Trabajo efectuado por 1 kg de gas : $T = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\ g} - \dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2\ g} =$

$$= \left| \begin{array}{l} c_1 = 458,2\ m/seg \ ; \quad w_1 = 280,83\ m/seg \ ; \quad w_2 = \psi\ w_1 = 0,95 \times 280,83 = 266,8\ m/seg \\ c_2 = \sqrt{w_2^2 + u^2 - 2\ u\ w_2\ \cos\beta_2} = \sqrt{266,8^2 + 198^2 - (2 \times 266,8 \times 198\ \cos 30º)} = 137,43\ m/seg \end{array} \right| =$$

$$= \frac{458{,}2^2 - 137{,}43^2 - 280{,}83^2 + 266{,}8^2}{2\,g} = 9356\ \frac{Kgm}{kg}$$

o también:

$$T = \frac{u}{g}\,(1 + \psi\ \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1})\,(c_1\cos\alpha_1 - u) = \frac{198}{9{,}8}\,(1 + 0{,}95\ \frac{\cos 30^\circ}{\cos 33{,}92^\circ})\,(458{,}2\cos 20^\circ - 198) = 9357\ \frac{Kgm}{kg}$$

Potencia para 1 kg/seg: $N = 9357\ \frac{Kgm}{kg} \times 1\ \frac{kg}{seg} = 9357\ \frac{Kgm}{seg} = 91{,}7\ kW$

$$\eta_{Turbina} = \frac{T_u}{\Delta i_{ad\ teór}} = \frac{9357\ Kgm/kg}{27{,}8\ (Kcal/kg) \times 427\ (Kgm/Kcal)} = 0{,}7882 \quad \Rightarrow \quad 78{,}82\%$$

****

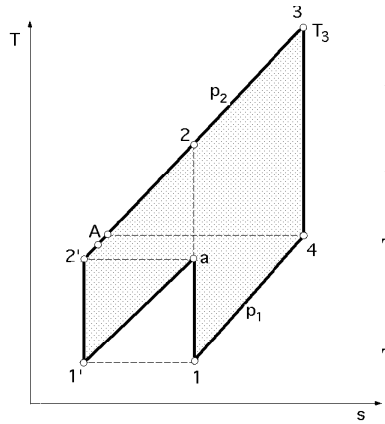
5) En una instalación de turbina de gas funcionando con un sistema de compresión escalonada, y regeneración, el aire a la entrada del primer escalonamiento viene caracterizado por, p_1 = 1 Atm y T_1 = 290ºK, mientras que la temperatura a la entrada de la turbina es: T_3 = 973ºK La relación de compresión es 5; el coeficiente de regeneración es 0,7; el calor específico del aire es c_p= 0,24 Kcal/kgºK, el coeficiente adiabático γ *= 1,4.*

Determinar:

a) El rendimiento suponiendo $\eta_C = \eta_T = 1$

b) El rendimiento suponiendo $\eta_C = \eta_T = 0{,}85$

RESOLUCIÓN



Presión intermedia de la compresión: $p_x = \sqrt{p_1\ p_2} = \sqrt{1 \times 5} = 2{,}236$ atm

Valor de: $\Delta = (\frac{p_2}{p_1})^{(\gamma-1)/\gamma} = (\frac{5}{1})^{(1{,}4\ -\ 1)/1{,}4} = 1{,}5838$

Valor de: $\Delta^* = (\frac{p_x}{p_1})^{(\gamma-1)/\gamma} = (\frac{2{,}236}{1})^{(1{,}4\ -\ 1)/1{,}4} = 1{,}2584$

Temperatura de salida del aire en la primera compresión:

$T_a = T_1\,(\frac{p_x}{p_1})^{(\gamma-1)/\gamma} = 290 \times (\frac{2{,}236}{1})^{(1{,}4\ -\ 1)/1{,}4} = 365ºK = T_2$

Trabajo de compresión para los dos estados:

$T_C = 2\,c_p\,T_1\,(\Delta^* - 1) = 2 \times 0{,}24\ \frac{Kcal}{kg\,ºK} \times 290ºK \times (1{,}2584 - 1) = 35{,}96\ \frac{Kcal}{kg}$

Trabajo de expansión en la turbina: $T_T = c_p\,T_3\ (1 - \frac{1}{\Delta}) = 0{,}24\ \frac{Kcal}{kgºK} \times 973ºK \times (1 - \frac{1}{1{,}5838}) = 86{,}07\ \frac{Kcal}{kg}$

Temperatura de los gases a la salida de la turbina: $T_4 = T_3\ (\frac{1}{5})^{(\gamma-1)/\gamma} = 973ºK\ (\frac{1}{5})^{(1{,}4-1)/1{,}4} = 614{,}33ºK$

Temperatura del aire a la salida del regenerador:

$T_A = T_2 + \sigma\ (T_4 - T_2) = 365ºK + 0{,}7\ (614{,}33 - 365)ºK = 539{,}5ºK$

Calor aplicado: $Q_1 = c_p\,(T_3 - T_A) = 0{,}24\ \frac{Kcal}{kgºK} \times (973 - 539{,}5)ºK = 104{,}04\ \frac{Kcal}{kg}$

a) Rendimiento con, $\eta_C = \eta_T = 1 \quad \Rightarrow \quad \eta_{ciclo} = \frac{T_u}{Q_1} = \frac{T_T - T_C}{Q_1} = \frac{86{,}07 - 35{,}96}{104{,}04} = 0{,}482 = 48{,}2\%$

o también: $\eta = \dfrac{\Phi\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T - \frac{2\,(\sqrt{\Delta} - 1)}{\eta_C}}{\sigma\ \Phi\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T - (1 - \sigma)\,(1 - \Phi + \frac{\sqrt{\Delta} - 1}{\eta_C})} = \left| \Delta = 1{,}5838\ ;\ \Phi = \frac{T_3}{T_1} = \frac{973}{290} = 3{,}355 \right| =$

$$= \frac{3,335 \times \frac{1,5838 - 1}{1,5838} - 2\,(\sqrt{1,5838} - 1)}{0,7 \times 3,335 \times \frac{1,5838 - 1}{1,5838} - (1 - 0,7)\,(1 - 3,335 + \sqrt{1,5838} - 1)} = 0,482 = 48,2\%$$

b) Rendimiento con: $\eta_C = \eta_T = 0,85$

Trabajo de compresión (2 etapas): $T_{C'} = \frac{35,96}{0,85}\ \frac{Kcal}{kg} = 42,3\ \frac{Kcal}{kg} = 18065\ \frac{Kgm}{kg}$

Trabajo de expansión en la turbina: $T_T = 86,07\ \frac{Kcal}{kg} \times 0,85 = 73,16\ \frac{Kcal}{kg} = 31240\ \frac{Kgm}{kg}$

$$\eta = \frac{\Phi\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T - \frac{2\,(\sqrt{\Delta} - 1)}{\eta_C}}{\sigma\ \Phi\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T - (1 - \sigma)\,(1 - \Phi + \frac{\sqrt{\Delta} - 1}{\eta_C})} = \left| \Delta = 1,5838\ ;\ \Phi = 3,355\ ;\ \eta_T = \eta_C = 0,85 \right| =$$

$$= \frac{3,335 \times \frac{1,5838 - 1}{1,5838} \times 0,85 - \frac{2\,(\sqrt{1,5838} - 1)}{0,85}}{0,7 \times 3,335 \times \frac{1,5838 - 1}{1,5838} \times 0,85 - (1 - 0,7)\,(1 - 3,335 + \frac{\sqrt{1,5838} - 1}{0,85})} = 0,3258 = 32,58\%$$

****

6) Una turbina de gas de media presión, funciona entre 1 y 9 Atm, con dos etapas de compresión y otras dos etapas de expansión, y temperaturas extremas de 350°K y 1050°K. El coeficiente de regeneración es 0,7. El valor del calor específico del aire es: $c_{p(aire)} = 0,24\ Kcal/kg°K$ *;* $\gamma = 1,31$ *;* $R = 29,27\ Kgm/kg°K$

Determinar:

a) El rendimiento de la turbina

b) La potencia en CV para un consumo de 10 Tm/hora de aire

c) El nº de revoluciones por minuto y el volumen de la cámara de combustión, si por cada 50 litros de aire aspirados se renueva la carga en la cámara de combustión y da una revolución .

d) La potencia al freno del compresor, para un rendimiento mecánico del 0,85

RESOLUCIÓN

a) Rendimiento térmico de esta turbina

$$Q_1 = c_p\ T_1\ \{\Phi - \sqrt{\Delta} - \sigma\,(\frac{\Phi}{\sqrt{\Delta}} - \sqrt{\Delta}) + (\Phi - \frac{\Phi}{\sqrt{\Delta}})\} = \left| \begin{array}{l} \Delta = 9^{(1,31 - 1)/1,31} = 1,6819\ ;\ \Delta^* = \sqrt{1,6819} = 1,297 \\ \Phi = T_3 / T_1 = 1050/350 = 3 \end{array} \right| =$$

$$= 0,24\ \frac{Kcal}{kg°K} \times 350°K \times \{3 - \sqrt{1,6819} - 0,7\,(\frac{3}{\sqrt{1,6819}} - \sqrt{1,6819}) + (3 - \frac{3}{\sqrt{1,6819}})\} = 141,7\ \frac{Kcal}{kg}$$

$$T_T = 2\,c_p\ \Phi\ T_1\,(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}) = 2 \times 0,24\ \frac{Kcal}{kg°K} \times 3 \times 350°K \times (1 - \frac{1}{1,297}) = 115,38\ \frac{Kcal}{kg} = 49267,2\ \frac{Kgm}{kg}$$

$$T_C = 2\,c_p T_1\,(\sqrt{\Delta} - 1) = 2 \times 0,24\ \frac{Kcal}{kg°K} \times 350°K \times (\sqrt{1,6819} - 1) = 49,89\ \frac{Kcal}{kg} = 21303\ \frac{Kgm}{kg}$$

$$T_u = T_T - T_C = (49267,2 - 21303)\ \frac{Kgm}{kg} = 27964,2\ \frac{Kgm}{kg}\ \text{ ó }\ (65,49\ \frac{Kcal}{kg})$$

$$\eta = \frac{T_u}{Q_1} = \frac{65,49}{141,7} = 0,4621 = 46,21\%$$

b) Potencia en CV para un consumo de 10 Tm/hora de aire:

$$N = T_u\,G = 27964,2\ \frac{Kgm}{kg} \times \frac{10000}{3600}\ \frac{kg}{seg} = 77678\ \frac{Kgm}{seg} = 761\ kW = 1035,7\ CV$$

c) Nº de ciclos por minuto para 50 litros de aire aspirado por revolución.

En cada revolución se puede suponer que en la cámara de combustión se renueva la carga de aire-combustible, por lo que se puede calcular, inicialmente, el nº de kg de aire necesarios para cada revolución, y de ahí el nº de revoluciones, en la forma:

$$v_1 = \frac{R\,T_1}{p_1} = \frac{29{,}27\ (\text{Kgm/kgºK}) \times 350\text{ºK}}{10^4\ (\text{kg/m}^2)} = 1{,}02445\ \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\text{luego,} \left\{ \begin{array}{c} 1{,}02445\ \text{m}^3 \rightarrow 1\ \text{kg} \\ 0{,}05\ \frac{\text{m}^3}{\text{revol}} \rightarrow x\ (\frac{\text{kg}}{\text{rev}}) \end{array} \right\} \Rightarrow \quad x = \frac{0{,}05\ \frac{\text{m}^3}{\text{revol}} \times 1\ \text{kg}}{1{,}02445\ \text{m}^3} = 0{,}0488\ \frac{\text{kg}}{\text{revol}}$$

Trabajo por revolución: $27964{,}2\ \frac{\text{Kgm}}{\text{kg}} \times 0{,}0488\ \frac{\text{kg}}{\text{revol.}} = 1364{,}65\ \frac{\text{Kgm}}{\text{revol.}}$

Nº de revoluciones por minuto $n = \frac{77678\ (\text{Kgm/seg})}{1364{,}65\ (\text{Kgm/revol.})} = 56{,}92\ \frac{\text{revol.}}{\text{seg}} = 3415\ \frac{\text{revol.}}{\text{min}}$

Volumen de la cámara de combustión

$$T_A = T_2 + \sigma\ (T_4 - T_2) = \left| \begin{array}{l} T_4 = T_3 / \Delta^* = 1050/1{,}297 = 809{,}56\text{ºK} \\ T_2 = T_1\ \Delta^* = 350 \times 1{,}297 = 453{,}95\text{ºK} \end{array} \right| = 453{,}95 + 0{,}7\ (809{,}56 - 453{,}95) = 702{,}9\text{ºK}$$

$$v_A = \frac{R\,T_A}{p_A} = \frac{29{,}27\ (\text{Kgm/kgºK}) \times 702{,}9\text{ºK}}{9 \times 10^4\ (\text{kg/m}^2)} = 0{,}2286\ \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\text{luego,} \left\{ \begin{array}{c} 0{,}2286\ \text{m}^3 \rightarrow 1\ \text{kg} \\ V_{\text{cámara comb.}}\ (\frac{\text{m}^3}{\text{revol}}) \rightarrow 0{,}0488\ (\frac{\text{kg}}{\text{rev}}) \end{array} \right\} \Rightarrow \quad V_{\text{cámara comb.}} = \frac{0{,}2286\ \text{m}^3 \times 0{,}0488\ \text{kg/rev}}{1\ \text{kg}} = 0{,}01115\ \frac{\text{m}^3}{\text{revol}}$$

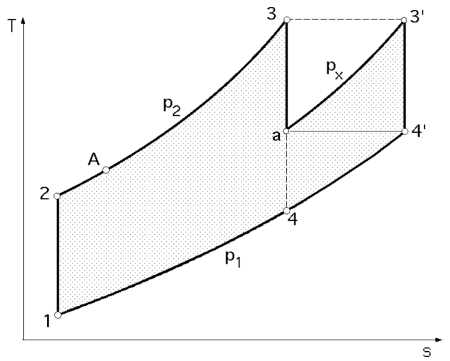
d) Potencia al freno del compresor, para un rendimiento mecánico del 0,85

$$T_C = 49{,}89\ \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}} \times 427\ \frac{\text{Kgm}}{\text{Kcal}} = 21303\ \frac{\text{Kgm}}{\text{kg}} \quad \Rightarrow \quad N_C = 21303\ \frac{\text{Kgm}}{\text{kg}} \times \frac{10000}{3600}\ \frac{\text{kg}}{\text{seg}} = 59175\ \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}} = 789\ \text{CV}$$

Potencia al freno del compresor $N_{\text{Freno}} = \frac{N_C}{\eta_{\text{mec}}} = \frac{789\ \text{CV}}{0{,}85} = 928{,}1\ \text{CV}$

****

7) Determinar el rendimiento de una turbina de gas que funciona con un gas perfecto con regeneración y expansión fraccionada. El aire a la entrada del compresor está caracterizado por: p_1 =1 atm, T_1 = 290ºK, $T_3 = T_5$ = 973ºK. La relación de compresión p_2/p_0 = 5 . El coeficiente de regeneración es 0,7, el $c_{p\ aire}$= 0,24 Kcal/kgºK, y γ = 1,4.



RESOLUCIÓN

Presión del punto (a) en la turbina: $p_x = \sqrt{p_1\ p_2} = \sqrt{1 \times 5} = 2{,}236$ atm

Valor de $\Delta = (\frac{p_2}{p_1})^{(\gamma-1)/\gamma} = 5^{(1{,}4-1)/1{,}4} = 1{,}5838 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad T_2 = \Delta\ T_1 = 1{,}5838 \times 290\text{ºK} = 459{,}3\text{ºK}$$

Temperatura del punto (a): $T_a = T_{4'} = \frac{T_3}{\sqrt{\Delta}} = \frac{973\text{ºK}}{\sqrt{1{,}5838}} = 773{,}14\text{ºK}$

Temperatura T_A de entrada del aire en la cámara de combustión:

$T_A = T_2 + \sigma\ (T_{4'} - T_2) = 459{,}3\text{ºK} + 0{,}7\ (773 - 459{,}3)\text{ºK} = 678{,}9\text{ºK}$

Calor aplicado: $Q_1 = c_p\,(T_3 - T_A + T_{3'} - T_a) = 0{,}24\ \frac{Kcal}{kg^oK}\ (973 - 678{,}9 + 973 - 773)^oK = 118{,}58\ \frac{Kcal}{kg}$

Trabajo turbina: $T_T = 2\,c_p\ T_3\ (1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}) = 2 \times 0{,}24\ \frac{Kcal}{kg^oK} \times 973^oK\ (1 - \frac{1}{\sqrt{1{,}5838}}) = 95{,}93\ \frac{Kcal}{kg}$

$$\eta_{ciclo} = \frac{2\,\Phi\,(\sqrt{\Delta} - 1) - \sqrt{\Delta}(\Delta - 1)}{\sqrt{\Delta}\,(2\Phi - \Delta) - \sigma\,(\Phi - \Delta\,\sqrt{\Delta}) - \Phi} =$$

$$= \frac{2 \times 3{,}36\,(\sqrt{1{,}5838} - 1) - \sqrt{1{,}5838}\,(1{,}5838 - 1)}{\sqrt{1{,}5838}\,(2 \times 3{,}36 - 1{,}5838) - 0{,}7\,(3{,}36 - 1{,}5838\,\sqrt{1{,}5838}) - 3{,}36} = 0{,}467 = 46{,}7\%$$

****

8) Una turbina de gas funciona según el ciclo abierto simple de Brayton con las siguientes características:
$T_3 = 700^oC$; $T_1 = 15^oC$; $\varepsilon = 9$; $\eta_T = 0{,}88$; $\eta_C = 0{,}86$; $c_p = 1{,}062\ kJ/kg^oC$; $\gamma = 1{,}37$
a) Estudiar la variación del trabajo útil del ciclo:
aa) Cuando disminuye un 1% el rendimiento de la turbina, sin variar el rendimiento del compresor.
ab) Cuando disminuye un 1% el rendimiento del compresor, sin variar el rendimiento de la turbina
b) Variación relativa del rendimiento global de la instalación

---

RESOLUCIÓN

$T_u = T_T - T_C =$

$$= \left| \begin{array}{l} T_T = c_p \Phi\ T_1 \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T = \left(\begin{array}{l} \Phi = \frac{T_3}{T_1} = \frac{973^oK}{288^oK} = 3{,}378 \\ \Delta = (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = 9^{\frac{1{,}37 - 1}{1{,}37}} = 1{,}81 \end{array} \right) = 1{,}062\ \frac{kJ}{kg^oK}\ 3{,}378 \times 288\ \frac{1{,}81 - 1}{1{,}81}\ 0{,}88 = 406{,}9\ \frac{kJ}{kg} \\ T_C = c_p T_1\ \frac{\Delta - 1}{\eta_C} = 1{,}062 \times 288\ \frac{1{,}81 - 1}{0{,}86} = 288{,}1\ \frac{kJ}{kg} \end{array} \right| = 118{,}8\ \frac{kJ}{kg}$$

aa) Variación del trabajo útil del ciclo cuando disminuye un 1% el rendimiento de la turbina, sin variar el rendimiento del compresor

$\eta_T^* = 0{,}99 \times 0{,}88 = 0{,}8712$

$$\left. \begin{array}{l} \eta_T = \frac{T_T}{T_{teór}} \\ \eta_T^* = \frac{T_T^*}{T_{teór}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\eta_T}{\eta_T^*} = \frac{T_T}{T_T^*}\ ;\ T_T^* = T_T\ \frac{\eta_T^*}{\eta_T} = T_T\ \frac{0{,}99\ \eta_T}{\eta_T} = 0{,}99\ T_T = 0{,}99 \times 406{,}9 = 402{,}83\ \frac{kJ}{kg}$$

$T_u^* = T_T^* - T_C = 402{,}83 - 288{,}1 = 114{,}73$ kJ/kg

El trabajo útil del ciclo ha disminuido en: $\frac{\Delta T_u}{T_u} = \frac{T_u - T_u^*}{T_u} = \frac{118{,}8 - 114{,}73}{118{,}8} = 0{,}0342 = 3{,}42\%$

El trabajo de la turbina ha disminuido en: $\frac{\Delta T_T}{T_T} = \frac{T_T - T_T^*}{T_T} = \frac{406{,}9 - 402{,}83}{406{,}9} = 0{,}01 = 1\%$

ab) Variación del trabajo útil del ciclo cuando disminuye un 1% el rendimiento del compresor, sin variar el rendimiento de la turbina

$T_C^* = \frac{T_C}{0{,}99} = \frac{288{,}1}{0{,}99} = 291$ kJ/kg

y el trabajo útil se reduce a: $T_u' = T_T - T_C^* = 406{,}9 - 291 = 115{,}9$ kJ/kg

lo que supone una disminución del trabajo útil: $\frac{\Delta T_u}{T_u} = \frac{T_u - T_u'}{T_u} = \frac{118{,}8 - 115{,}9}{118{,}8} = 0{,}0244 = 2{,}44\%$

De otra forma: En general, cuando varían el rendimiento del compresor y de la turbina se tiene:

$$\frac{\Delta T_u}{T_u} = \frac{1}{1-\delta}\frac{\Delta\eta_T}{\eta_T} + \frac{\delta}{1-\delta}\frac{\Delta\eta_C}{\eta_C}$$

$$\delta = \frac{T_C}{T_T} = \frac{\Delta}{\Phi}\frac{1}{\eta_C\,\eta_T} = \frac{288,1}{406,9} = 0,7080$$

Si sólo varía el rendimiento de la turbina: $\frac{\Delta T_u}{T_u} = \frac{\Delta T_T}{T_T} = \frac{1}{1-\delta}\frac{\Delta\eta_T}{\eta_T} = \frac{1}{1-0,708}\frac{1}{100} = 0,03425 = 3,42\%$

Si sólo varía el rendimiento del compresor: $\frac{\Delta T_u}{T_u} = \frac{\Delta T_C}{T_C} = \frac{\delta}{1-\delta}\frac{\Delta\eta_C}{\eta_C} = \frac{0,708}{1-0,708}\frac{1}{100} = 0,0244 = 2,44\%$

Los rendimientos varían en la misma magnitud que los trabajos

Si varían los dos al mismo tiempo: $\frac{\Delta T_u}{T_u} = 3,42\% + 2,42\% = 5,84\%$

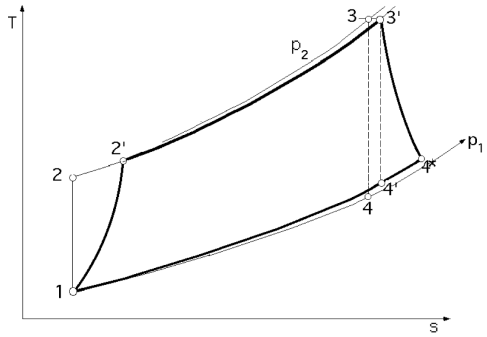
b) Una variación relativa de un 1% en el rendimiento de la turbina y en el rendimiento del compresor, originan una variación del rendimiento global de la instalación de la forma:

$$\eta_{ciclo} = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\frac{\Phi\,\eta_T\,\eta_C - \Delta}{(\Phi - 1)\,\eta_C - (\Delta - 1)} = \frac{1,81 - 1}{1,81}\frac{(3,378 \times 0,88 \times 0,81) - 1,81}{(3,378 - 1)\,0,81 - (1,81 - 1)} = 0,2395 = 23,95\%$$

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{1}{1-\delta}\frac{\Delta\eta_T}{\eta_T} + (1-\eta)\frac{\delta}{1-\delta}\frac{\Delta\eta_C}{\eta_C} = \frac{1}{1-0,708}\frac{1}{100} + (1-0,2395)\frac{0,708}{1-0,708}\frac{1}{100} = 0,0527 = 5,27\%$$

****

9) Una Turbina de gas funciona en ciclo abierto regenerativo. Entran 10 kg/seg de aire en el compresor axial, cuya relación de compresión es 8, a la presión de 1 bar y 0ºC; de allí pasa el aire a la cámara de combustión, donde se eleva su temperatura hasta 750ºC, habiendo atravesado previamente el regenerador, y experimentando desde la salida del compresor a la entrada en la turbina una pérdida de presión de 1/4 bar. En el flujo de gases de escape de la turbina hay también una pérdida de presión de 1/10 bar hasta su salida a la atmósfera a través del regenerador.



El rendimiento interno del compresor es 85% y el mecánico 98%.
El rendimiento interno de la turbina es 88% y el mecánico 98%.
c_p = 1,065 kJ/kgºC ; c_v = 0,779 kJ/kgºC ; γ = 1,367

Calcular:

a) El trabajo de compresión y la potencia de accionamiento del mismo
b) La temperatura real del aire a la salida del compresor
c) El trabajo de la turbina y su potencia

RESOLUCIÓN

a) Trabajo de compresión : $T_C = c_p T_1 \frac{\Delta - 1}{\eta_C} = \left| \Delta = (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 8^{\frac{1,367-1}{1,367}} = 1,748 \right| = 1,065 \times 273 \frac{1,748 - 1}{0,85} = 255,85 \frac{kJ}{kg}$

Potencia de accionamiento del compresor, $N_C = \frac{G_a T_C}{\eta_{mec}} = \frac{10\ (kg/seg) \times 255,85\ (kJ/kg)}{0,98} = 2610,7\ kW$

b) Temperatura real del aire a la salida del compresor:

$$T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_c} = \left| \begin{array}{c} \Delta = \frac{T_2}{T_1} = 1,748 \\ T_2 = 1,748 \times 273 = 477,2ºK \end{array} \right| = 273 + \frac{477,2 - 273}{0,85} = 513,24ºK = 240,24ºC$$

c) Relación de expansión de los gases en la turbina: $\left\{ \begin{array}{l} p_{3'} = p_2 - \Delta p_2 = 8 - 0,25 = 7,75\ bars \\ p_{4'} = p_1 + Dp_1 = 1 + 0,1 = 1,1\ bars \end{array} \right. \Rightarrow \frac{p_{3'}}{p_{4'}} = 7,045$

Trabajo y potencia de la turbina:

$$T_T = c_p \Phi\ T_1 \frac{\Delta^* - 1}{\Delta^*}\ \eta_T = \left| \Delta^* = \left(\frac{p_{3'}}{p_{4'}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 7{,}045^{\frac{1{,}367-1}{1{,}367}} = 1{,}689 \right| = 1{,}065\ (750 + 273)\ \frac{1{,}689 - 1}{1{,}689}\ 0{,}88 = 391{,}1\ \frac{kJ}{kg}$$

$$N_T = G\ T_T\ \eta_{mec} = 10\ (kg/seg) \times 391{,}1 \times 0{,}98\ (kJ/kg) = 3832{,}8\ kW$$

****

10) De una turbina de gas de ciclo simple se conocen los datos siguientes:

Rendimiento del compresor, 0,87 ; Rendimiento de la turbina, 0,92 ; Rendimiento de la cámara de combustión, 0,98 ; Rendimiento mecánico del eje "compresor-turbina" 0,96

Pérdida de presión en la cámara de combustión 2%

Temperatura de entrada a la turbina 900ºC ; Temperatura ambiente 15ºC

Presión ambiente 1 atm ; $\gamma = 1{,}4$; $c_{p(aire)} = 1\ kJ/kgºC$

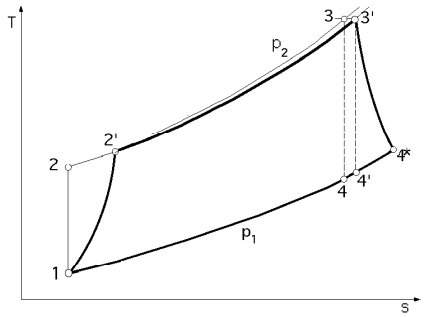
Potencia calorífica del combustible $P_i = 42.000\ kJ/kg$

Determinar:

a) Practicabilidad del ciclo y rendimiento en condiciones de potencia máxima

b) Gasto másico si la potencia al freno es $N = 10\ MW$ y dosado correspondiente

c) ¿Puede ser regenerativo este ciclo?



RESOLUCIÓN

Constantes termodinámicas en los diversos puntos del diagrama:

Punto (1): $\begin{cases} p_1 = 1bar\ ;\ T_1 = 273 + 15 = 288ºK \\ \text{Si se supone el origen de entalpías } 0ºC,\ i_0 = 0 \\ \quad i_1 = 1\ (kJ/kgºC) \times 15ºC = 15\ (kJ/kg) \end{cases}$

La relación de compresión se calcula en condiciones de máxima potencia.

$$\Delta = \sqrt{\Phi\ \eta_C\ \eta_T} = \left| \Phi = \frac{900 + 273}{15 + 273} = 4{,}07 \right| = \sqrt{4{,}07 \times 0{,}92 \times 0{,}87} = 1{,}805 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

Punto (2): $\begin{cases} p_2 = 1{,}805^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} \times 1 = 7{,}9\ bars\ ; \quad T_2 = \Delta\ T_1 = 1{,}805 \times 288ºK = 520ºK = 247ºC \\ i_2 = c_p\ T_2 = 1\ kJ/kgºC \times 247ºC = 247\ kJ/kg \end{cases}$

Punto (2'): $\eta_C = \dfrac{i_2 - i_1}{i_{2'} - i_1} \quad \Rightarrow \quad i_{2'} = i_1 + \dfrac{i_2 - i_1}{\eta_C} = 15 + \dfrac{247 - 15}{0{,}87} = 281{,}6\ \dfrac{kJ}{kg} \quad \Rightarrow \quad T_{2'} = 281{,}6ºC = 554{,}6ºK$

Existe una pérdida de presión en la cámara de combustión, de forma que:

Punto (3'): $\begin{cases} p_{3'} = 0{,}98\ p_2 = 0{,}98 \times 7{,}9\ bars = 7{,}74\ bars \\ i_{3'} = c_p\ T_{3'} = 1\ kJ/kgºC \times 900ºC = 900\ kJ/kg \end{cases}$

Punto (4'): $\begin{cases} p_{4'} = 1\ bars\ ; \quad T_{4'} = \dfrac{T_{3'}}{\varepsilon^{(\gamma-1)/\gamma}} = \dfrac{900 + 273}{7{,}74^{(1{,}4-1)/1{,}4}} = 653{,}4ºK = 380{,}4ºC \\ i_{4'} = c_p\ T_{4'} = 1\ kJ/kgºC \times 380{,}4ºC = 380{,}4\ kJ/kg \end{cases}$

Punto (4*): $i_{4*} = i_{3'} + (i_{3'} - i_{4'})\ \eta_T = 900 - (900 - 380{,}4)\ 0{,}92 = 422\ kJ/kg \quad \Rightarrow \quad T_{4*} = 422ºC$

$$T_u = T_T - T_C = \left| \begin{matrix} T_T = i_{3'} - i_{4*} = 900 - 422 = 478\ kJ/kg \\ T_C = i_{2'} - i_1 = 281{,}6 - 15 = 266{,}6\ kJ/kg \end{matrix} \right| = 478 - 266{,}6 = 211{,}4\ kJ/kg$$

a) Practicabilidad del ciclo : $\delta = \dfrac{T_C}{T_T} = \dfrac{266{,}6}{478} = 0{,}5577$ (Sí es factible)

b) Rendimiento del ciclo : $\eta_{ciclo} = \dfrac{T_u}{Q_1} = \left\{ Q_1 = i_{3'} - i_{2'} = 900 - 281{,}6 = 618{,}4\ (kJ/kg_{aire}) \right\} = \dfrac{211{,}4}{618{,}4} = 34{,}18\%$

Rendimiento indicado del ciclo de turbina de gas real : $\eta_{ind} = \eta_{ciclo}\ \eta_{c.comb.} = 0{,}3418 \times 0{,}98 = 33{,}5\%$

c) Gasto másico si N = 10 MW : $G = G_{comb} + G_{aire} = G_c + G_a$

$$G = \frac{N}{T} = \left\{ T = T_u \eta_{mec} = 211,4 \times 0,96 = 202,94 \ \frac{kJ}{kg} \right\} = \frac{10000 \ kW}{202,94 \ \frac{kJ}{kg}} = 49,27 \ \frac{kg \ (aire + combustible)}{seg}$$

Gasto de combustible, si Pi_{comb} es la potencia calorífica inferior del combustible:

El calor aplicado: $Q_1 = i_{3'} G - i_{2'} G_{aire} = G_{comb} \ Pi_{comb} \ \eta_{c.comb}$, se puede poner en función del dosado $F = \frac{G_{comb}}{G_{aire}}$:

$$Q_1 = i_{3'} \ (G_{aire} + G_{comb}) - i_{2'} \ G_{aire} = G_{comb} \ Pi_{comb} \ \eta_{c.comb}$$

$$Q_1 = i_{3'} \ G_{aire} \ (1+ F) - i_{2'} \ G_{aire} = G_{aire} \ F \ Pi_{comb} \ \eta_{c.comb} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{i_{3'} - i_{2'}}{Pi_{comb} \ \eta_{c.comb} - i_{3'}} = \frac{900 - 281,6}{(42000 \times 0,98) - 900} = 0,01536$$

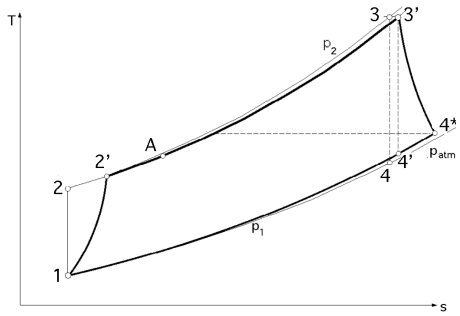
$$G_{aire} = \frac{G}{1 + F} = \frac{49,27}{1 + 0,01536} = 48,525 \ \frac{kg}{seg}$$

$G_{comb} = G - G_{aire} = 49,27 - 48,525 = 0,745$ kg/seg

e)¿Puede ser regenerativo este ciclo? Como: ($T_{4'} = 422ºC > T_{2'} = 281,6ºC$ $\Rightarrow$ El ciclo puede ser regenerativo

****

11) De una turbina de gas industrial de 5150 kW se conocen los datos siguientes: Es de ciclo regenerativo; temperatura de admisión 15ºC ; presión de admisión 1 atm; temperatura de entrada a la turbina 955ºC; relación de compresión del compresor 8,3 / 1



$\eta_C = 0,85$; $c_p = 1$ kJ / kgºC ; $\gamma = 1,4$

Pérdida de presión al atravesar el fluido el regenerador: 2,5%

Pérdida de presión en la cámara de combustión: 3%

Pérdida de presión en el escape: 2,5%

Rendimiento turbina: 0,88; coeficiente regenerador $\sigma = 0,96$

Rendimiento cámara combustión: 0,96

Rendimiento mecánico de la instalación: 0,98

Potencia calorífica inferior del combustible: 42000 kJ / kg

Determinar el ciclo, estimando los parámetros no conocidos, y calcular el rendimiento, y el gasto de aire.

RESOLUCIÓN

Constantes termodinámicas en los diversos puntos del diagrama:

Punto (1): $\begin{cases} p_1 = 1 bar \ ; \quad T_1 = 273 + 15 = 288ºK \\ \text{Si se supone en el origen de entalpías } 0ºC ; \ i_0 = 0 \ \Rightarrow \ i_1 = 1 \ \frac{kJ}{kgºC} \times 15ºC = 15 \ \frac{kJ}{kg} \end{cases}$

Punto (2): $\begin{cases} T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = 288 \left(\frac{8,3}{1}\right)^{\frac{1,4 - 1}{1,4}} = 527,2ºK = 254,2ºC \\ i_2 = c_p \ T_2 = 1 \ \frac{kJ}{kgºC} \times 254,2ºC = 254,2 \ \frac{kJ}{kg} \end{cases}$

Punto (2') : $i_{2'} = i_1 + \frac{i_2 - i_1}{h_C} = 15 + \frac{254,2 - 15}{0,85} = 296,4 \ \frac{kJ}{kg} \quad \Rightarrow \quad T_{2'} = 296,4ºC$

Existe una pérdida de presión en la cámara de combustión del 3%, y otra pérdida de presión en el regenerador, 2,5%, en total un 5,5%

Punto (3'): $\begin{cases} p_{3'} = p_2 - (0,025 + 0,03) \ p_2 = 8,3 - (0,025 + 0,03) \times 8,3 = 7,84 \text{ bars} \\ i_{3'} = c_p \ T_{3'} = 1 \ \frac{kJ}{kgºC} \times 955ºC = 955 \ \frac{kJ}{kg} \end{cases}$

La presión en el punto 4* se calcula teniendo en cuenta que es igual a la presión atmosférica incrementada en la pérdida de carga en el escape, 2,5%

Punto (4'): $\begin{cases} p_{4'} = 1 + 0{,}025 = 1{,}025 \text{ bar} \quad ; \quad i_{4'} = c_p\ T_{4'} = 1 \text{ kJ/kgºC} \times 413{,}6\text{nºC} = 413{,}6 \text{ kJ/kg} \\ T_{4'} = \dfrac{T_{3'}}{e^{(\gamma - 1)/\gamma}} = \dfrac{955 + 273}{(7{,}84/1{,}025)^{(1{,}4 - 1)/1{,}4}} = 686{,}6ºK = 413{,}6ºC \end{cases}$

Punto (4*): $i_{4*} = i_{3'} + \eta_T\ (i_{3'} - i_{4'}) = 955 - 0{,}88\ (955 - 413{,}6) = 478{,}5 \text{ (kJ/kg)} \quad \Rightarrow \quad T_{4*} = 478{,}5ºC$

Punto (A): $\begin{cases} T_A = T_{2'} + \sigma\ (T_{4*} - T_{2'}) = 296{,}4 + 0{,}96\ (478{,}5 - 296{,}4)ºC = 471{,}28ºC \\ i_A = c_p\ T_A = 1\ \dfrac{kJ}{kgºC} \times 471{,}28ºC = 471{,}28\ \dfrac{kJ}{kg} \end{cases}$

El dosado F se puede determinar a partir del rendimiento de la cámara de combustión, en la forma:

$$\frac{Q_1}{G_{aire}} = i_{3'}\ (1 + F) - i_A = F\ Pi_{comb}\ \eta_{c.comb} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{i_{3'} - i_A}{Pi_{comb}\ \eta_{c.comb} - i_{3'}} = \frac{955 - 471{,}2}{(42000 \times 0{,}96) - 955} = 0{,}0123$$

Por cada kg de aire que pasa por el compresor, por la turbina pasan (1 + F), por lo que:

$$T_u = (1 + F)\ (i_{3'} - i_{4*}) - (i_{2'} - i_1) = (1 + 0{,}0123)\ (955 - 478{,}5) - (296{,}4 - 15) = 200{,}96\ \frac{kJ}{kg\ aire}$$

Para una potencia de 5150 kW se tiene:

$$N = G_{aire}\ T_u\ \eta_{mec} \quad \Rightarrow \quad 5150 \text{ kW} = G_{aire} \times 200{,}96\ \frac{kJ}{kg_{aire}} \times 0{,}98 = 196{,}94\ G_{aire}\ \frac{kJ}{kg_{aire}}$$

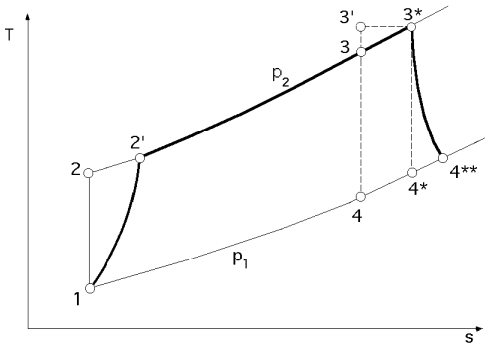
$$G_{aire} = \frac{5150 \text{ kJ/seg}}{196{,}94 \text{ kJ/kg}_{aire}} = 26{,}15\ \frac{kg_{aire}}{seg}$$

$$G_{gas} = G_{aire} + G_{comb} = G_{aire}\ (1 + F) = 26{,}15\ \frac{kg_{aire}}{seg}\ (1 + 0{,}0123) = 26{,}47\ \frac{kg}{seg}$$

Gasto de combustible: $G_{comb} = F\ G_{aire} = 0{,}0123 \times 26{,}15 = 0{,}3216$ kg/seg

Rendimiento de la instalación, $\eta = \dfrac{N}{Q_1} = \dfrac{N}{G_{comb}\ Pi_{comb}} = \dfrac{5150 \text{ kW}}{0{,}3216 \text{ (kg/seg)} \times 42000 \text{ (kJ/kg)}} = 0{,}3824 = 38{,}24\%$

****



12) Una turbina de gas trabaja con una temperatura de entrada de 288ºK, y una relación de compresión 6; los rendimientos del compresor y de la turbina son, respectivamente 0,87 y 0,9. Si se corto-circuita un 5% del caudal a la salida del compresor para refrigerar los primeros álabes de la turbina, (y no se vuelve a mezclar con los gases de combustión en la turbina), manteniéndose la presión en la cámara de combustión, la temperatura de entrada a la turbina pasa de 1000ºK a 1250ºK.

Determinar los incrementos de rendimiento y trabajo específico para $\gamma = 1{,}4$; $c_p = 1$ kJ/kgºK

RESOLUCIÓN

Para un ciclo abierto de turbina de gas, sin refrigeración de los álabes, se tiene:

$$\Phi = \frac{T_3}{T_1} = \frac{1000}{288} = 3{,}47 \quad ; \quad \Delta = 6^{(\gamma - 1)/\gamma} = 6^{0{,}4/1{,}4} = 1{,}67$$

$$T_C = i_{2'} - i_1 = c_p T_1\ \frac{\Delta - 1}{\eta_C} \quad ; \quad T_T = i_3 - i_{4'} = c_p\ \Phi\ T_1\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T$$

$$T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_C} = \left| T_2 = 1{,}67 \times 288ºK = 481ºK \right| = 288 + \frac{481 - 288}{0{,}87} = 509{,}8ºK$$

El trabajo útil de la turbina de gas de una sola etapa sin regeneración es

$$T_u = c_p T_1\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \{\Phi\ \eta_T - \frac{\Delta}{\eta_C}\} = 1\ \frac{kJ}{kgºK}\ 288ºK\ \frac{1{,}67 - 1}{1{,}67}\ \{(3{,}47 \times 0{,}9) - \frac{1{,}67}{0{,}87}\} = 139\ \frac{kJ}{kg}$$

$$\eta_{ciclo} = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \frac{\eta_T\ \eta_C\ \Phi\ -\ \Delta}{(\Phi - 1)\ \eta_C\ -\ (\Delta - 1)} = \frac{1{,}67 - 1}{1{,}67}\ \frac{(0{,}9 \times 0{,}87 \times 3{,}47)\ -\ 1{,}67}{(3{,}47 - 1) \times 0{,}87\ -\ (1{,}67 - 1)} = 0{,}284 = 28{,}4\%$$

Al refrigerar los álabes, manteniendo el gasto de combustible y la presión de la cámara de combustión, la temperatura de entrada de los gases en la turbina aumenta, pasando de T_3 a T_{3*}, como indica el enunciado, mientras que el gasto de gases en la turbina es ($G^*_{gases} = 0,95\ G_{aire} + G_{comb} = 0,95\ G_{aire}$) ya que no se tiene en cuenta en este caso el combustible, siendo el gasto del compresor $G_{aire} = 1$

El trabajo útil T_{u*} y el rendimiento del ciclo son:

$$\left.\begin{array}{l} T^*_T = G^*_{gases}\ c_p\ \Phi^*\ T_1\ \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T \\ T_C = 1.\ c_p\ T_1\ \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C} \quad \text{(no varía)} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad T^*_u = T^*_T - T_C = c_p\ T_1\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ (G^*_{gases}\ \Phi^*\ \eta_T - \frac{\Delta}{\eta_C}) =$$

$$= \left| \Phi^* = \frac{T_{3*}}{T_1} = \frac{1250}{288} = 4,34 \right| = 1\ \frac{kJ}{kg°K}\ 288°K\ \frac{1,67 - 1}{1,67}\ \{(0,95 \times 4,34 \times 0,9) - \frac{1,67}{0,87}\} = 207\ \frac{kJ}{kg}$$

$$Q_{1*} = i_{3*} - i_{2'} = G^*\ (i_{3*} - i_{2'}) = 0,95\ (i_{3*} - i_{2'}) = 0,95 \times (977 - 236,8)\ \frac{kJ}{kg} = 703,2\ \frac{kJ}{kg}$$

$$\eta^*_{ciclo} = \frac{207}{703,2} = 0,2943 = 29,43\%$$

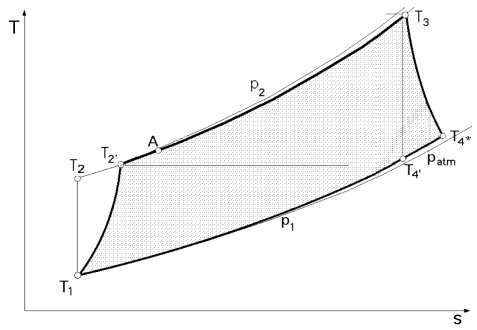
% aumento de trabajo útil: $\Delta T_u = \dfrac{207 - 139}{139} \times 100 = 48,9\%$

% aumento del rendimiento: $\Delta\eta_{ciclo} = \dfrac{0,2943 - 0,284}{0,284} = 0,0362 = 3,62\%$

NOTA.- Si se conociese el dosado F el valor de Q_{1*} sería:

$$Q^*_1 = (0,95\ G_{aire} + G_{comb})\ i_{3*} - 0,95\ G_{aire}\ i_{2'} = G_{comb}\ Pc_i\ \eta_{c.c.} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q^*_1}{G_{aire}} = (0,95 + F)\ i_{3*} - 0,95\ i_{2'} = F\ Pc_i\ \eta_{c.c.}$$

****



13) Una turbina de gas trabaja con un ciclo abierto regenerativo. En el compresor axial entran 20 kg/seg de aire y la relación de compresión es de 8/1. El aire pasa a través del regenerador y de la cámara de combustión alcanzando finalmente una temperatura de 760ºC, con una pérdida de presión en el recalentador de 0,20 bar y en la cámara de combustión de 0,15 bar. En el escape de la turbina existe asimismo una pérdida de presión de 0,18 bar, hasta la salida a la atmósfera, debido al regenerador.

Sabiendo que el rendimiento interno del compresor es 0,83, el de la turbina 0,88, el mecánico del compresor y turbina 0,94, el del cambiador de calor 0,96 y el rendimiento de la cámara de combustión 0,96, calcular:

a. La potencia que desarrolla la instalación.

b. El rendimiento de la instalación.

Otros datos: Las condiciones ambientales son: 15ºC y 1 bar ; Potencia calorífica del combustible: P_i = 40.000 kJ/kg; No se desprecia la masa del combustible frente a la del aire.

Se supondrá gas perfecto con: c_p = 1 kJ/kg°K ; γ = 1, 39

RESOLUCIÓN

Constantes termodinámicas en los diversos puntos del diagrama:

Punto (1): $\left\{\begin{array}{l} p_1 = 1\text{bar} \ ; \ T_1 = 273 + 15 = 288ºK \\ \text{Si se supone el origen de entalpías } 0ºC,\ i_0 = 0 \ \Rightarrow \ i_1 = 1\ kJ/kgºC \times 15ºC = 15\ kJ/kg \end{array}\right.$

Punto (2): $\left\{\begin{array}{l} T_2 = T_1\ (\dfrac{p_2}{p_1})^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = 288\ (\dfrac{8,3}{1})^{\frac{1,39 - 1}{1,39}} = 516,15ºK = 243,15ºC \\ i_2 = c_p\ T_2 = 1\ \dfrac{kJ}{kgºC} \times 243,15ºC = 243,15\ \dfrac{kJ}{kg} \end{array}\right.$

Punto (2'): $\begin{cases} i_{2'} = i_1 + \dfrac{i_2 - i_1}{\eta_C} = 15 + \dfrac{243{,}15 - 15}{0{,}83} = 290\ \dfrac{kJ}{kg} \quad \Rightarrow \quad T_{2'} = 290ºC \\ p_{2'} = 8\ atm \end{cases}$

Existe una pérdida de presión en el regenerador de 0,2 bars:

Punto (A): $\begin{cases} p_A = p_2 - 0{,}2 = 8 - 0{,}2 = 7{,}8\ bars \\ T_A = T_{2'} + \sigma\ (T_{4^*} - T_{2'}) \end{cases}$

Punto (3): $\begin{cases} T_3 = 760ºC \quad \Rightarrow \quad i_3 = 760\ kJ/kg \\ p_3 = p_2 - p_{reg} - p_{cám.comb} = 8 - 0{,}2 - 0{,}15 = 7{,}65\ bars \end{cases}$

La presión en el punto 4´ se calcula teniendo en cuenta que es igual a la presión atmosférica incrementada en la pérdida de carga en el escape 0,18 atm

Punto (4'): $\begin{cases} p_{4'} = 1 + 0{,}18 = 1{,}18\ bar \\ T_{4'} = \dfrac{T_{3'}}{e^{(\gamma - 1)/\gamma}} = \dfrac{760 + 273}{(7{,}65/1{,}18)^{(1{,}39 - 1)/1{,}39}} = 611{,}4ºK = 338{,}4ºC \\ i_{4'} = c_p\ T_{4'} = 1\ kJ/kgºC \times 338{,}4ºC = 338{,}4\ kJ/kg \end{cases}$

Punto (4*) : $i_{4^*} = i_{3'} - (i_{3'} - i_4)\ \eta_T = 760 - (760 - 338{,}4)\ 0{,}88 = 389\ kJ/kg \quad \Rightarrow \quad T_{4^*} = 389ºC$

Punto (A): $T_A = T_{2'} + \sigma\ (T_{4^*} - T_{2'}) = 290 + (389 - 290)\ 0{,}96 = 385ºC \quad \Rightarrow \quad i_A = 385\ kJ/kg$

$$\frac{Q_1}{G_{aire}} = i_{3'}\ (1 + F) - i_A = F\ Pi_{comb}\ \eta_{c.comb} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{i_{3'} - i_A}{Pi_{comb}\ \eta_{c.comb} - i_{3'}} = \frac{760 - 385}{(40000 \times 0{,}96) - 760} = 0{,}00996$$

a) Potencia que desarrolla la instalación.

$$N = (G_{gases}\ T_T\ \eta_{mecT} - G_{aire}\ \frac{T_C}{\eta_{mecC}}) = G_{aire}\ \{(1 + F)\ T_T\ \eta_{mecT} - \frac{T_C}{\eta_{mecC}}\} =$$

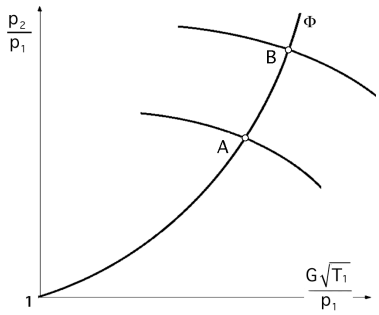
$$= G\ \{(1 + F)\ (i_3 - i_{4'})\ \eta_{mecT} - 1\ \frac{(i_{2'} - i_1)}{\eta_{mecC}}\} = 20\ \frac{kg}{seg}\ \{(1 + 0{,}00996)\ (760 - 389)\ 0{,}94 - \frac{290 - 15}{0{,}94}\} = 1193\ kW$$

$$T = \frac{N}{G} = \frac{1193\ kW}{20\ (kg/seg)} = 59{,}65\ \frac{kJ}{kg}$$

b. Rendimiento de la instalación, $\eta_{inst} = \dfrac{T}{Q_1} = \dfrac{T}{(1 + F)\ i_3 - i_A} = \dfrac{59{,}65\ (kJ/kg)}{\{(1 + 0{,}00996) \times 760 - 385\}\ (kJ/kg)} \times 100 = 15{,}6\%$

****

14) Una turbina de gas de un solo eje, de ciclo simple, se utiliza como fuente de aire a presión (máquina soplante), de tal forma que sólo una parte del gasto G_C que suministra el compresor circula por la turbina; las condiciones ambientales son: 1 bar y 288ºK $\gamma = 1{,}4$.



En el punto de diseño A se sabe que : $\dfrac{G_C\sqrt{T_1}}{p_1} = 22{,}8$

$\dfrac{p_2}{p_1} = 4$; $\Phi = \dfrac{T_3}{T_1} = 3{,}3$; $\eta_C = 0{,}8$; $\eta_T = 0{,}85$

Se pretende regular la turbina de forma que $\Phi = Cte$ *y modificar el gasto de aire a presión,* $G_{presión} = G_C - G_T$ *que suministra la instalación, pasando a otro punto de funcionamiento B. El gasto adimensional de la turbina debe seguir una ley de variación de la forma:*

$$\frac{G_{T_B}\sqrt{T_3}}{p_{3_B}} = \frac{k}{e_B^{1/\gamma}}\ , \quad siendo : \varepsilon_B = \frac{p_{3_B}}{p_1}\ la\ nueva\ relación\ de\ compresión$$

En estas condiciones y suponiendo que η_C *y* h_T *son independientes de la relación de compresión y del régimen de giro, determinar el nuevo punto de funcionamiento de la instalación cuando* $G_C - G_T$ *se reduce a los 3/4 de su valor nominal.*

RESOLUCIÓN

El compresor suministra un gasto G_C, parte del cual circula por la turbina G_T y otra parte (G_C - G_T) se utiliza como aire comprimido. En una instalación de este tipo, la potencia generada en la turbina es igual a la consumida en el compresor.

Funcionamiento normal, punto A: Teniendo en cuenta el enunciado:

$$\frac{G_C\sqrt{T_1}}{p_1} = 22{,}8 \quad ; \quad G_C = 22{,}8\ \frac{p_1}{\sqrt{T_1}} = 22{,}8\ \frac{1}{\sqrt{288}} = 1{,}34\ \frac{kg}{seg}$$

Igualando potencias:

$$G_T\ T_T = G_C\ T_C \quad \Rightarrow \quad G_T\ c_p\ \Phi\ T_1\ \eta_T\ \frac{\Delta - 1}{\Delta} = G_C\ c_p T_1\ \frac{\Delta - 1}{\eta_C}$$

$$G_T\ \Phi\ \eta_T\ \frac{1}{\Delta} = G_C \frac{1}{\eta_C}$$

$$G_T = G_C\ \frac{\Delta}{\Phi\ \eta_T\ \eta_C} = \left| \Delta = 4^{(1{,}4\ -\ 1)/1{,}4} = 1{,}48\ ;\ \Phi = \frac{T_3}{T_1} = 3{,}3 \right| = 1{,}34\ \frac{kg}{seg}\ \frac{1{,}48}{3{,}3 \times 0{,}85 \times 0{,}80} = 0{,}89\ \frac{kg}{seg}$$

El aire que no se envía a la cámara de combustión $G_{presión}$, es: $G_C - G_T = 1{,}34 - 0{,}89 = 0{,}45\ \frac{kg_{aire\ comprimido}}{seg}$

***Nuevo punto de funcionamiento B*:** Para encontrar el nuevo punto de funcionamiento cuando (G_C- G_T) se reduce a los (3/4) de su valor nominal, punto B, se tiene:

$$G_{C_B} - G_{T_B} = \frac{3}{4} \times 0{,}45 = 0{,}337\ \frac{kg}{seg} \quad ; \quad G_{C_B} = G_{T_B} + 0{,}337$$

La igualdad de potencias y la constancia del gasto adimensional en la turbina se plantean en la forma:

$$G_{T_B} = G_{C_B}\ \frac{\Delta_B}{\Phi\ \eta_T \eta_C} = (G_{T_B} + 0{,}337)\ \frac{\Delta_B}{\Phi\ \eta_T \eta_C} \quad \Rightarrow \quad G_{T_B} = \frac{0{,}337\ \Delta_B}{\Phi\ \eta_T\ \eta_C - \Delta_B}$$

en la que: Φ, η_C , η_T y T_3 son constantes. Las variables son: G_{TB} , p_{3B} , ó Δ_B , ó $\varepsilon_B = p_{2B}/p_1 = p_{3B}/p_1$

Otra forma de calcular G_{TB} es como indica el enunciado:

$$G_{T_B} = k\ \varepsilon_B^{-1/\gamma}\ \frac{p_{3_B}}{\sqrt{T_3}} = \left| p_{3_B} = p_{2_B} = \varepsilon_B\ p_1 \right| = k\ \varepsilon_B^{(\gamma - 1)/\gamma}\ \frac{p_1}{\sqrt{T_3}} = k\ \Delta_B\ \frac{p_1}{\sqrt{T_3}} =$$

$$= \left| \frac{G_T\sqrt{T_3}}{p_3} = \frac{0{,}89\ \sqrt{950}}{4} = 6{,}86 = \frac{k}{e^{1/\gamma}} = \frac{k}{4^{1/1{,}4}} \quad \Rightarrow \quad k = 18{,}47 \right| = \frac{18{,}47\ D_B}{\sqrt{950{,}4}} = 0{,}6\ D_B$$

Igualándolas se obtiene:

$$G_{T_B} = \frac{0{,}337\ \Delta_B}{\Phi\ \eta_T\ \eta_C - \Delta_B} = 0{,}6\ \Delta_B \quad \Rightarrow \quad \Delta_B = \Phi\ \eta_T\ \eta_C - \frac{0{,}337}{0{,}6} = 3{,}3 \times 0{,}8 \times 0{,}85 - 0{,}5617 = 1{,}68 > 1{,}48$$

Relación de compresión en B: $\varepsilon_B = \Delta_B^{\gamma/(\gamma - 1)} = 1{,}68^{1{,}4/0{,}4} = 6{,}166 > 4$

$$G_{T_B} = k\ \Delta_B\ \frac{p_1}{\sqrt{T_3}} = 18{,}47 \times 1{,}68\ \frac{1}{\sqrt{950{,}4}} = 1{,}007\ \frac{kg}{seg}$$

$G_{C_B} = G_{T_B} + 0{,}337 = 1{,}007 + 0{,}337 = 1{,}34$ kg/seg (Igual al inicial)

$$\frac{G_{C_B}\sqrt{T_1}}{p_1} = \frac{1{,}344\ \sqrt{288}}{1} = 22{,}8 \quad \text{(el mismo)}$$

El sistema de regulación es tal que el gasto que suministra el compresor permanece constante, absorbiendo más o menos gasto la turbina.

Lo que se modifica en los dos casos es la relación de compresión, ya que la inicial es $\varepsilon = 4$, y la final es $\varepsilon = 6{,}166$.

****

15) Una turbina de gas funciona con octano (C_8H_{18}), de potencia calorífica inferior P = 44,43 MJ/kg, que se introduce en la cámara de combustión adiabática a la temperatura de 25ºC.
COMPRESOR: Relación de compresión: 4,13 ; temperatura del aire a la entrada: 298ºK; temperatura del aire a la salida: 470ºK
TURBINA: Temperatura de los gases de combustión a la entrada de la turbina: 1000ºK; temperatura de salida de los gases a la atmósfera: 750ºK
Determinar
a) La eficiencia isentrópica del compresor
b) El número de moles de aire aportados a la combustión por mol de fuel quemado, y porcentaje de aire$_{exceso}$
c) Trabajo útil por kg de fuel
d) Eficiencia de la planta si se desprecian las pérdidas mecánicas
e) Eficiencia térmica del ciclo Brayton de aire standard
Datos del aire: Pasa por el compresor como gas perfecto $\gamma = 1,4$; $c_p = 1,01$ kJ/kgºK

Masa molar: 29 kg$_{aire}$/Kmol$_{aire}$; Composición: 21% de O_2 y 79% de N_2

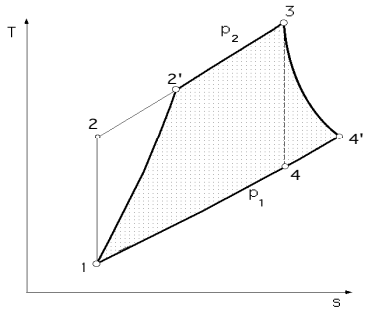
Las entalpías de los gases que pasan por la turbina en (MJ/Kmol$_{comb}$) son:

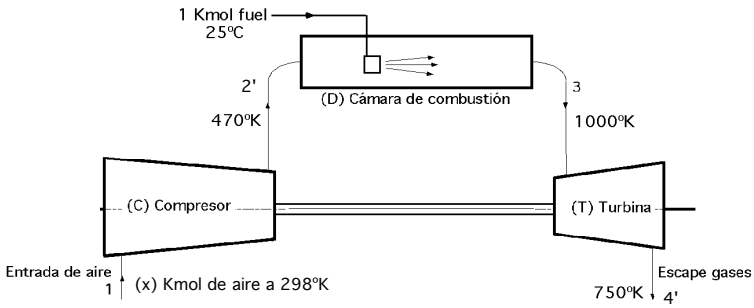
Temperatura (ºK)	*Oxígeno (O_2)*	*Nitrógeno (N_2)*	*Anh. carbónico (CO_2)*	*Vapor de agua (H_2O)*
1000	*31,37*	*30,14*	*42,78*	*35,9*
750	*22,83*	*22,17*	*29,65*	*26*
298	*8,66*	*8,66*	*9,37*	*9,9*

RESOLUCIÓN

a) Eficiencia isentrópica del compresor

$$\eta_C = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1} = \left| \Delta = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 4,13^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,5 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 298ºK \times 1,5 = 447ºK \right| = \frac{447 - 298}{470 - 298} = 0,866$$





Número de moles de aire aportados a la combustión, por mol de fuel quemado, en combustión perfecta

$C_8\ H_{18} + 12,5\ O_2 = 8\ CO_2 + 9\ H_2O \quad \Rightarrow \quad (96 + 18)\ C_8\ H_{18} + (12,5 \times 32)\ O_2 = 8\ (12 + 32) CO_2 + 9\ (2 + 16)\ H_2O$

Número de kg de aire aportados a la combustión, y de gases residuales, por kg de fuel quemado

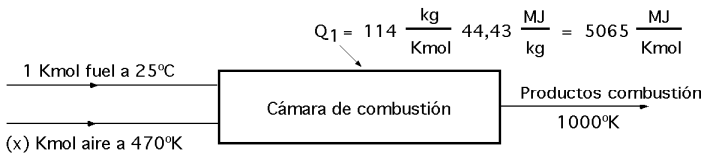
$114\ (\text{Combustible}) + 400\ (O_2) = 352\ (CO_2) + 162\ (H_2O) \quad \Rightarrow \quad 1\ \text{kg Comb.} + 3,5\ \text{kg}\ O_2 = 3,09\ \text{kg}\ CO_2 + 1,42\ \text{kg}\ H_2O$

b) Número de moles de aire aportados a la combustión, por mol de fuel quemado, y porcentaje de exceso de aire

Hay que suponer que existe un exceso de aire, o lo que es lo mismo, un exceso de O_2

Si se trabaja con ***(x)*** Kmol de aire por 1 Kmol de combustible (fuel), los Kmol de los gases de combustión son:

$$\text{Gases de combustión:} \begin{cases} \text{Exceso de } O_2 = (0,21\ x) - 12,5 \ \text{Kmol} \ ; \ N_2 = 0,79\ x \ \text{Kmol} \\ CO_2 = 8\ \text{Kmol} \ ; \ H_2O = 9\ \text{Kmol} \end{cases}$$



La diferencia de entalpías antes y después de la cámara de combustión es igual al calor aplicado.

Calor aplicado, $Q_1 = 114\ \frac{kg_{comb}}{Kmol_{comb}}\ 44{,}43\ \frac{MJ}{kg_{comb}} = 5065\ \frac{MJ}{Kmol_{comb}}$

Entalpías antes de la combustión:

- Variación de la entalpía del aire: $(x)\ \frac{Kmol_{aire}}{Kmol_{comb}}\ (i_{2'} - i_1)\ \frac{kJ}{kg_{aire}} = 1{,}01\ (x)\ (470 - 298)\ \frac{Kmol_{aire}}{Kmol_{comb}}\ \frac{kJ}{kg_{aire}} =$

$$= 172\ (x)\ \frac{Kmol_{aire}}{Kmol_{comb}}\ \frac{kJ}{kg_{aire}} = 172\ (x)\ \frac{Kmol_{aire}}{Kmol_{comb}}\ \frac{kJ}{kg_{aire}} \times 29\ \frac{kg_{aire}}{Kmol_{aire}} = 4988\ (x)\ \frac{kJ}{Kmol_{comb}} = 4{,}988\ (x)\ \frac{MJ}{Kmol_{comb}}$$

- Variación de la entalpía del combustible: 0, por lo que la entalpía antes de la combustión es: 4,988 (x) (MJ/Kmol)

Entalpías después de la cámara de combustión, a la entrada de la turbina:

$$\begin{cases} \text{Exceso de } O_2 \Rightarrow i_3 - i_1 = (31{,}37 - 8{,}66)\ (MJ/Kmol_{comb})\ (0{,}21\ x - 12{,}5) = 4{,}77\ x - 283{,}9\ (MJ/Kmol_{comb}) \\ N_2 \Rightarrow i_3 - i_1 = (30{,}14 - 8{,}66)\ (MJ/Kmol_{comb})\ 0{,}79\ x = 16{,}96\ x\ (MJ/Kmol_{comb}) \\ CO_2 \Rightarrow i_3 - i_1 = 8\ (42{,}78 - 9{,}37)\ (MJ/Kmol_{comb}) = 267{,}3\ (MJ/Kmol_{comb}) \\ \text{Vapor de agua } (H_2O) \Rightarrow i_3 - i_1 = 9\ (35{,}9 - 9{,}9)\ (MJ/Kmol_{comb}) = 234\ (MJ/Kmol_{comb}) \end{cases}$$

por lo que la entalpía total después de la combustión es: $21{,}73\ x + 217{,}4\ (MJ/Kmol_{comb})$

Balance energético en la CAMARA DE COMBUSTIÓN:

$$(21{,}73\ x + 217{,}4) - (4{,}988\ x) = 5065\ \frac{MJ}{Kmol_{comb}} \quad \Rightarrow \quad x = 289{,}54\ \frac{Kmol_{aire}}{1\ Kmol_{comb}}$$

Porcentaje de exceso de aire

$$\text{Aire estequiométrico} = \frac{12{,}5}{0{,}21} = 59{,}5\ \frac{Kmol_{aire}}{Kmol_{comb}} \quad \Rightarrow \quad \text{Exceso de aire} = \frac{289{,}54 - 59{,}2}{59{,}2} \times 100 = 389{,}1\%$$

$$\text{Productos de combustión:} \begin{cases} \text{Exceso } O_2 = (0{,}21 \times 289{,}54) - 12{,}5 = 48{,}3\ Kmol \\ N_2 = 0{,}79 \times 289{,}54 = 228{,}74\ Kmol \\ CO_2 = 8\ Kmol\ ;\ H_2O = 9\ Kmol \end{cases}$$

c) Trabajo útil por kg de combustible

TURBINA.- La caída de entalpía en la turbina es la suma de las caídas de entalpía de cada componente de los gases de combustión

$$\text{Caída de entalpía en la turbina:} \begin{cases} \text{Exceso de } O_2 \Rightarrow 48{,}3\ (31{,}37 - 22{,}83) = \ldots. 412{,}5\ (MJ/Kmol_{comb}) \\ N_2 \Rightarrow 228{,}74\ (30{,}14 - 22{,}57) = \ldots\ldots\ldots\ldots 1731{,}6\ (MJ/Kmol_{comb}) \\ CO_2 \Rightarrow 8\ (42{,}78 - 29{,}65) = \ldots\ldots\ldots\ldots 105\ (MJ/Kmol_{comb}) \\ \text{Vapor de agua} \Rightarrow 9\ (35{,}9 - 26) = \ldots\ldots\ldots\ldots 89{,}1\ (MJ/Kmol_{comb}) \\ \text{TOTAL} = 2338{,}2\ (MJ/Kmol_{comb}) \end{cases}$$

$$\text{Por 1 kg de combustible se tiene:}\ \frac{2338{,}2\ MJ/Kmol_{comb}}{114\ kg_{comb}/Kmol_{comb}} = 20{,}51\ \frac{MJ}{kg_{comb}}$$

COMPRESOR.- El trabajo aplicado al compresor por 1kg de combustible es:

$$T_C = \frac{289{,}54\ \frac{Kmol_{aire}}{Kmol_{comb}}\ 29\ \frac{kg_{aire}}{Kmol_{aire}}\ 1{,}01\ \frac{kJ}{kg_{aire}\ ºK}\ (470 - 298)ºK}{114\ \frac{kg_{comb}}{Kmol_{comb}}} = 12795{,}3\ \frac{kJ}{kg_{comb}} = 12{,}79\ \frac{MJ}{kg_{comb}}$$

$$\text{Trabajo útil por 1 kg de fuel:}\ T_u = 20{,}51 - 12{,}79 = 7{,}72\ \frac{MJ}{kg_{comb}}$$

d) Eficiencia de la instalación si se desprecian las pérdidas mecánicas, $\eta_u = \frac{7{,}72}{44{,}43} = 0{,}1737 = 17{,}37\%$

e) Eficiencia térmica del ciclo Brayton de aire standard, $\eta_{Brayton} = 1 - \frac{1}{\Delta} = 1 - \frac{1}{1{,}5} = 33{,}3\%$

****

16) Se tiene una instalación de ciclo combinado de turbina de gas y turbina de vapor, en la que los gases procedentes de la combustión en la turbina de gas precalientan el agua, vaporizan y sobrecalientan el vapor de agua hasta la temperatura de 300ºC, siendo los datos de la instalación los siguientes:

Aire: $c_p = 1{,}04\ kJ/kg^oK$; $\gamma = 1{,}4$

Agua: $c_p = 4{,}18\ kJ/kg^oK$; $v = 0{,}001\ m^3/kg$

Turbina de gas:

Gasto: 50 kg/seg ; Entrada en el compresor: 20ºC y 1 atm ; Entrada en la turbina: $T_3 = 850ºC$

Temperatura de salida del intercambiador de calor: 120ºC ; Relación de compresión: 7

Rendimientos: $\eta_{cámara\ combustión} = 1$; $\eta_{mec.\ compresor} = \eta_{mec.\ turbina\ gas} = 0{,}95$; $\eta_C = 0{,}8$; $\eta_{T\ gas} = 0{,}85$

Turbina de vapor:

Rendimiento del generador de vapor: 1

Temperatura de salida del intercambiador: 300ºC

Presión de entrada a la turbina de vapor (AP) : 80 atm

Temperatura de entrada a las turbinas de vapor (1) y (2) : 550ºC

Presión de entrada a la turbina de vapor (BP): 20 atm

Presión en el condensador: 50 mbars

Rendimientos: $\eta_{mec.\ bombeo} = 0{,}85$; $\eta_{mec.\ turbina\ vapor} = 0{,}98$; $\eta_T = 0{,}8$

El sobrecalentamiento del vapor de agua a la presión de 80 atm entre 300ºC y 550ºC, así como el recalentamiento a 20 atm hasta los 550ºC, se realizan en el hogar de la instalación de vapor de agua

Determinar:

1. *El trabajo útil de la turbina de gas y el rendimiento global de la turbina de gas.*
2. *El trabajo útil de la turbina de vapor*
3. *El rendimiento de la instalación.*

Para resolver el problema se supondrá que las pérdidas de carga en tuberías, cámara de combustión y caldera son despreciables.

RESOLUCIÓN

Trabajo de la turbina de gas:

$$T_{T_{gas}} = c_p\ T_3\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_{T_{gas}} = \left| \begin{array}{l} \Delta = 7^{\frac{1{,}4 - 1}{1{,}4}} = 1{,}7436 \\ T_{4'} = T_3 - \eta_{T_{gas}} (T_3 - T_4) = T_3\ \eta_{T_{gas}} \frac{\Delta - 1}{\Delta} = (850 + 273)ºK \times 0{,}85\ \frac{1{,}7436 - 1}{1{,}7436} = 715{,}85ºK \end{array} \right| =$$

$$= 1{,}04\ \frac{kJ}{kg\,ºK} \times 1123ºK \times \frac{1{,}7436 - 1}{1{,}7436} \times 0{,}85 = 423{,}4\ \frac{kJ}{kg}$$

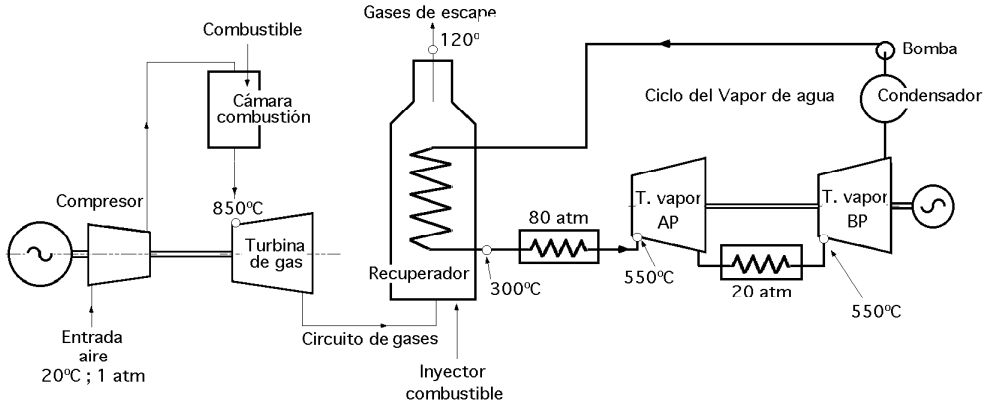
Trabajo del compresor: $T_C = c_p T_1 \frac{\Delta - 1}{\eta_C} = 1{,}04\ \frac{kJ}{kg\,ºK} \times 293ºK\ \frac{1{,}7436 - 1}{0{,}8} = 283{,}25\ \frac{kJ}{kg}$

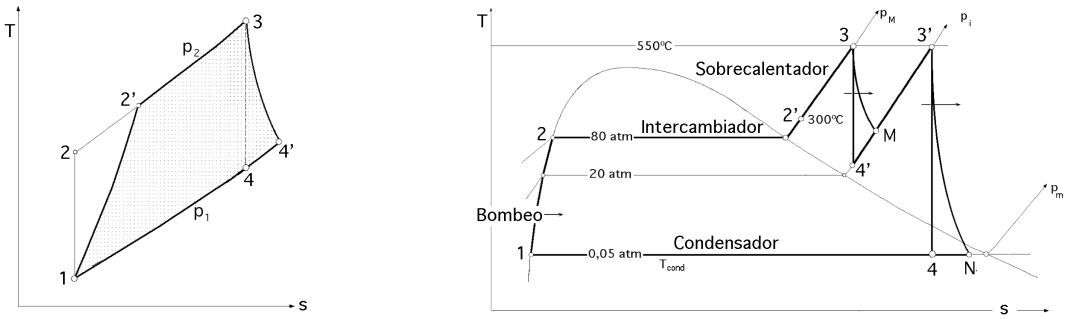
1. Trabajo útil de la instalación de turbina de gas y calor aplicado:

$$T_{u_{gas}} = \eta_{mec_T} T_{T_{gas}} - \frac{T_C}{\eta_{mec_C}} = 0{,}95 \times 423{,}4\ \frac{kJ}{kg} - \frac{283{,}25\ kJ/kg}{0{,}95} = 104{,}07\ \frac{kJ}{kg}$$

$$Q_1 = c_p\ (T_3 - T_{2'}) = \left| \begin{array}{l} T_2 = \Delta\ T_1 = 1{,}7436 \times 293 = 510{,}9ºK \\ T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_C} = 293 + \frac{510{,}9 - 293}{0{,}8} = \\ T_{2'} = 565{,}34ºK = 292{,}34ºC \end{array} \right| = 1{,}04\ \frac{kJ}{kg\,ºK}\ (850 - 292{,}34)ºK = 580\ \frac{kJ}{kg}$$

2.- Rendimiento global de la turbina de gas, $\eta = \frac{T_u}{Q_1} = \frac{104{,}07}{580} = 17{,}9\%$





3. Trabajo útil de la turbina de vapor:

En Tablas de vapor de agua se encuentra:
$$\begin{cases} 80\ atm \Rightarrow T_3 = 550ºC \ ; \ i_3 = 3250\ kJ/kg \ ; \ s_3 = 6{,}877\ kJ/kgºK \\ 20\ atm \Rightarrow \begin{cases} i_{4'} = 3095\ kJ/kg \ ; \ s_{3'} = 6{,}877\ kJ/kgºK \\ i_{3'} = 3578\ kJ/kg \ ; \ s_{3'} = 7{,}57\ kJ/kgºK \end{cases} \\ 50\ mbars \Rightarrow i_4 = 2320\ kJ/kg \ ; \ s_4 = 7{,}57\ kJ/kgºK \end{cases}$$

Salida del intercambiador a 300ºC y 80 atm : $i_{2'} = 2787\ kJ/kg$

Temperatura de entrada del agua en la bomba: $T_1 = 32{,}9ºC$

Rendimiento turbina AP: $\eta_{3M} = \dfrac{i_3 - i_M}{i_3 - i_{4'}} \ ; \ 0{,}8 = \dfrac{3520 - i_M}{3520 - 3095} \Rightarrow i_M = 3180\ kJ/kg$

Rendimiento turbina BP: $\eta_{3'N} = \dfrac{i_{3'} - i_N}{i_{3'} - i_4} \ ; \ 0{,}8 = \dfrac{3578 - i_N}{3578 - 2320} \Rightarrow i_N = 2572\ kJ/kg$

Trabajo de bombeo: $T_{Bombeo} = T_{12} = v\,\Delta p = 10^{-3}\ (m^3/kg)\ (80 - 0{,}05)\ .10^4\ (kg/m^2) = 799{,}5\ Kgm/kg = 7{,}83\ kJ/kg$

$i_2 = i_1 + v\,\Delta p = c_p\ T_{l\ agua} + v\,\Delta p = (4{,}186 \times 32{,}9) + 7{,}83 = 145{,}55\ kJ/kg$

Trabajo en la turbina de vapor, $T_{T.vapor} = (i_3 - i_M) - (i_{3'} - i_N) = (3520 - 3181) - (3578 - 2572) = 1345\ kJ/kg$

Trabajo específico de la turbina de vapor teniendo en cuenta los rendimientos mecánicos de la bomba y turbinas:

$$T_{u\ vapor} = T_{T.vapor}\ \eta_{mecT} - \frac{T_{Bombeo}}{\eta_{mec.Bombeo}} = 1345 \times 0{,}98 - \frac{7{,}83}{0{,}85} = 1309\ \frac{kJ}{kg}$$

Balance energético en el intercambiador, $G_{gas}\ c_{p(gas)}\ (T_{4'} - T_{salida}) = G_{agua}\ (i_{2'} - i_i)$

$$G_{agua} = \frac{G_{gas}\ c_{p(gas)}\ (T_{4'} - T_{salida})}{i_{2'} - i_i} = \frac{50\ \frac{kg}{seg}\ 1{,}04\ \frac{kJ}{kgºK}\ (715{,}85 - 393)ºK}{2787 - (32{,}9 \times 4{,}186)} = 6{,}337\ \frac{kg}{seg}$$

4. Rendimiento de la instalación, $\eta_{inst} = \dfrac{T_{u(gas)}\ G_{gas} + T_{u(vapor)}\ G_{vapor}}{Q_{gas} + Q_{recalentamiento\ vapor\ de\ agua}} =$

$$= \left| \begin{array}{l} Q_{gas} = 50\ (kg/seg) \times 580\ (kJ/kg) = 29000\ kJ/seg \\ Q_{recal.vapor\ de\ agua} = \{(i_3 - i_{2'}) + (i_{3'} - i_M)\}\ G_{agua} = \{(3520 - 2787) + (3578 - 3180)\} \times 6{,}337 = 7167{,}15\ \frac{kJ}{seg} \end{array} \right| =$$

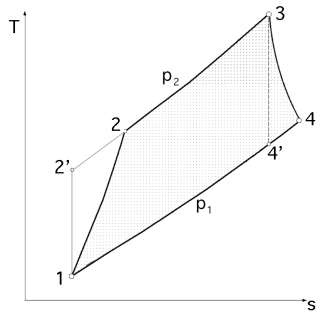
$$= \frac{(104{,}07 \text{ x } 50) + (1309 \text{ x } 6{,}337)}{29000 + 7167{,}15} = 37{,}32\%$$

****

17) En un ciclo Brayton de aire standard, el rendimiento isentrópico de la turbina es 0,84, y el del compresor 0,80; la relación de presiones es 5. El aire penetra en el compresor a 21ºC y 1 atm de presión, siendo la temperatura máxima alcanzada de 760ºC.

Con estos datos: $\gamma = 1{,}4$ *y* $c_{p(aire)} = 1$ *kJ/kgºK, dibujar el diagrama exergético en los siguientes casos:*

a) Ciclo Brayton normal; b) Ciclo Brayton con regeneración ideal; c) Ciclo Brayton con regeneración al 80%.



RESOLUCIÓN

a) Ciclo Brayton normal

$$R = c_p - c_v = 1 - \frac{1}{1{,}4} = 0{,}2857 \ \frac{kJ}{kg\,ºK} \quad ; \quad \Delta = 5\,(1{,}4 - 1)/1{,}4 = 1{,}5838$$

$$T_{2'} = \Delta T_1 = 1{,}5838 \ (21 + 273)ºK = 465{,}64ºK$$

$$T_2 = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_C} = 294ºK + \frac{465{,}64 - 294}{0{,}8}ºK = 508{,}55ºK$$

$$T_{4'} = T_3 = \frac{760 + 273}{1{,}5838}ºK = 652{,}2ºK$$

$$T_4 = T_3 - \eta_T\,(T_3 - T_{4'}) = 1033 - 0{,}84\,(1033 - 652{,}2) = 713{,}13ºK$$

$$\left.\begin{array}{l} T_C = c_p\,(T_2 - T_1) = 1 \ \frac{kJ}{kgºK}\ (508{,}55 - 294)ºK = 214{,}55 \ \frac{kJ}{kg} \\ T_T = c_p\,(T_3 - T_4) = 1 \ \frac{kJ}{kgºK}\ (1033 - 713{,}13)ºK = 319{,}86 \ \frac{kJ}{kg} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad T_u = T_T - T_C = 319{,}86 - 214{,}55 = 105{,}31 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$Q_1 = c_p\,(T_3 - T_2) = 1 \ \frac{kJ}{kgºK}\ (1033 - 508{,}55)ºK = 524{,}45 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$Q_2 = c_p\,(T_4 - T_1) = 1 \ \frac{kJ}{kgºK}\ (713{,}13 - 294)ºK = 419{,}14 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$\eta_{ciclo} = \frac{T_u}{Q_1} = \frac{105{,}31}{524{,}45} = 0{,}2008 = 20{,}08\%$$

EXERGIAS

Exergía de flujo: La exergía de la corriente de aire es:

$$Ex = (i - i_0) - T_0\,(s - s_0) = c_p\,(T - T_0) - T_0\,(c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0})$$

en la que (0) es la referencia del estado muerto

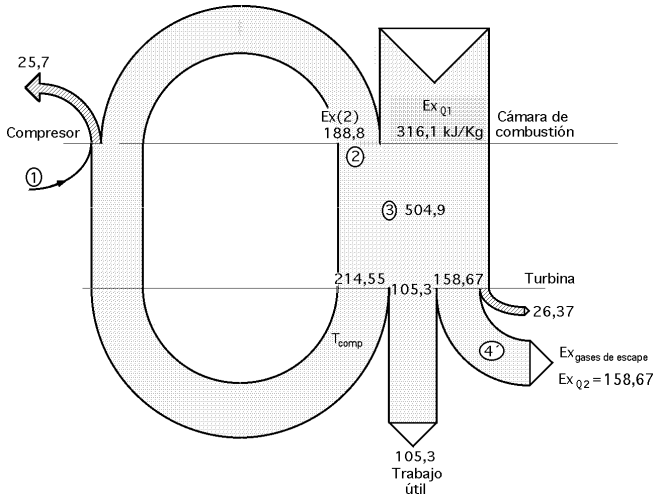
$$Ex_{(2)} = c_p\,(T_2 - T_0) - T_0\ (c_p \ln \frac{T_2}{T_0} - R \ln \frac{p_2}{p_0}) = 1_x\,(508{,}55 - 294) - 294\,(1_x \ln \frac{508{,}55}{294} - 0{,}2857_x \ln \frac{5}{1})\ \frac{kJ}{kg} = 188{,}8 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$Ex_{(3)} = c_p\,(T_3 - T_0) - T_0\ (c_p \ln \frac{T_3}{T_0} - R \ln \frac{p_3}{p_0}) = 1_x\,(1033 - 294) - 294\,(1_x \ln \frac{1033}{294} - 0{,}2857_x \ln \frac{5}{1})\ \frac{kJ}{kg} = 504{,}9 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$Ex_{(4)} = c_p\,(T_4 - T_0) - T_0\,(c_p \ln \frac{T_4}{T_0} - R \ln \frac{p_4}{p_0}) = 1_x\,(713{,}13 - 294) - 294 \ln \frac{713{,}13}{294} = 158{,}67 \ \frac{kJ}{kg}$$

Exergía del calor absorbido, $Ex = Q - T_0 \int \frac{dQ}{T} = Q - T_0 \int_{T_i}^{T_F} \frac{c_p\,dT}{T} = Q - T_0\ c_p \ln \frac{T_F}{T_i}$

$$\left\{\begin{array}{l} Ex_{Q_1} = Q_1 - T_0\ c_p \ln \frac{T_3}{T_2} = 524{,}45 \ \frac{kJ}{kg} - (294_x \ 1 \ \frac{kJ}{kgºK} \ln \frac{1033}{508{,}55}) = 316{,}1 \ \frac{kJ}{kg} \\ Ex_{Q_1} = Ex_{(3)} - Ex_{(2)} = 504{,}9 - 188{,}1 = 316{,}1 \ \frac{kJ}{kg} \end{array}\right.$$



a) Ciclo Brayton normal

$$\left\{ \begin{array}{l} Ex_{Q_2} = Q_2 - T_0\ c_p\ \ln \dfrac{T_4}{T_1} = 419{,}2\ \dfrac{kJ}{kg} - (294 \times 1\ \dfrac{kJ}{kg^oK}\ \ln \dfrac{713{,}13}{294}) = 158{,}67\ \dfrac{kJ}{kg} \\ Ex_{Q_2} = Ex_{(4)} - Ex_{(1)} = 158{,}67 - 0 = 158{,}67\ \dfrac{kJ}{kg} \end{array} \right|$$

Ex_{Q2} es un flujo de exergía que abandona el sistema.

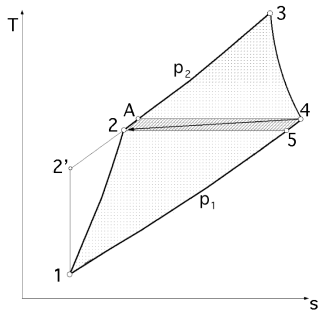
Rendimiento exergético $= \dfrac{T_u}{Ex_{Q1}} = \dfrac{105{,}3}{316{,}10} = 0{,}3331 = 33{,}31\%$

Pérdidas de exergía $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pérd. } Ex_{Turbina} = Ex_{(3)} - Ex_{(4)} - T_T = 504{,}9 - 158{,}67 - 319{,}86 = 26{,}37 \text{ kJ/kg} \\ \text{Pérd. } Ex_{Compresor} = Ex_{(1)} - Ex_{(2)} - T_C = 0 - 118{,}8 + 214 = 25{,}75 \text{ kJ/kg} \end{array} \right.$

Exergía aportada por la compresión al ciclo: 214,55 - 25,75 = 188,8 kJ/kg que es igual a $Ex_{(2)}$

****

b) Ciclo Brayton con regeneración ideal (σ = 1)



Regeneración ideal $\left\{ \begin{array}{l} T_A = T_4 = 713{,}13^oK \\ T_2 = T_5 = 508{,}55^oK \end{array} \right.$

Los trabajos del compresor y de la turbina no se alteran

Calor aplicado entre (A) y (3): $Q_1 = T_{Turbina} =$

$= c_p\,(T_3 - T_A) = 1\ (kJ/kg^oK)\ (1033 - 713{,}13)^oK = 319{,}87$ kJ/kg

Calor cedido entre (5) y (1): $Q_2 = T_{Compresor} =$

$= c_p\,(T_5 - T_1) = 1\ (kJ/kg^oK)(508{,}55 - 294)^oK = 214{,}55$ kJ/kg

$$Ex_{Q_1} = Q_1 - T_0\ c_p \ln \frac{T_3}{T_A} = 319{,}87\ \frac{kJ}{kg} - (294 \times 1\ \frac{kJ}{kg^oK}\ \ln \frac{1033}{713{,}13}) = 210{,}92\ \frac{kJ}{kg}$$

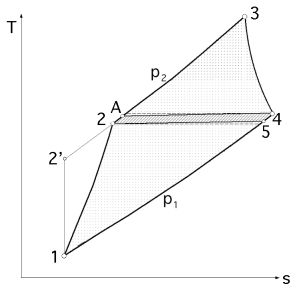
$$Ex_{Q_2} = Q_2 - T_0\ c_p \ln \frac{T_5}{T_1} = 214{,}55\ \frac{kJ}{kg} - (294 \times 1\ \frac{kJ}{kg^oK}\ \ln \frac{508{,}55}{294}) = 53{,}44\ \frac{kJ}{kg}$$

$$Ex_{(A)} = c_p\,(T_A - T_0) - T_0\ (c_p \ln \frac{T_A}{T_0} - R \ln \frac{p_A}{p_0}) = 1 \times (713{,}13 - 294) - 294\ (1 \times \ln \frac{713{,}13}{294} - 0{,}2857 \times \ln \frac{5}{1}) = 293{,}88\ \frac{kJ}{kg}$$

$$Ex_{(5)} = c_p\,(T_5 - T_0) - T_0\ c_p \ln \frac{T_5}{T_0} = 1 \times (508{,}55 - 294) - 294 \times \ln \frac{508{,}55}{294} = 53{,}44\ \frac{kJ}{kg}$$

Rendimiento exegético: $\eta_{exer} = \dfrac{T_u}{Ex_{Q1}} = \dfrac{105{,}3}{210{,}92} = 0{,}4992 = 49{,}92\%$

****



Ciclo Brayton con regeneración (σ = 0,8)

Regeneración al 80% $\Rightarrow$ $T_A < T_4$; $T_2 < T_5$

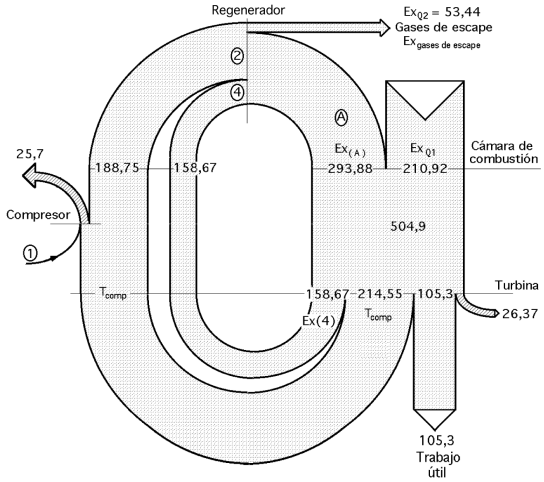
$T_A = T_2 + \sigma(T_4 - T_2) = 508,55 + 0,8\ (713,13 - 508,55) = 672,21ºK$

Haciendo en el regenerador un balance de energía, se tiene:

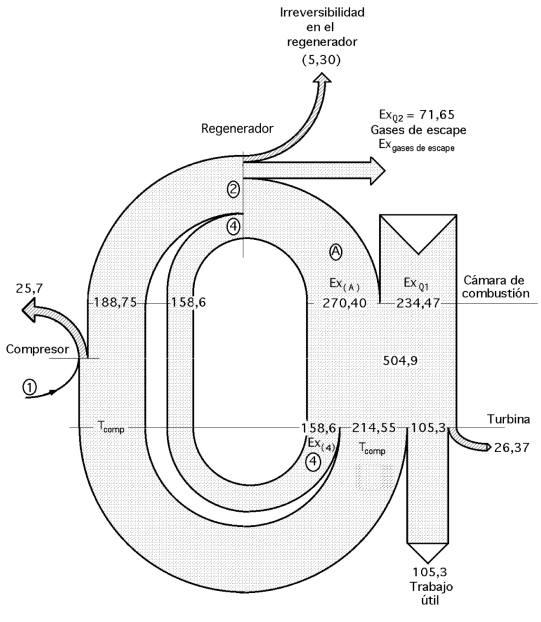
$i_A - i_2 = i_4 - i_5 \Rightarrow T_A - T_2 = T_4 - T_5$

$T_5 = T_4 - (T_A - T_2) = 713,13 - (672,21 - 508,55) = 549,47ºK$

Los trabajos del compresor y de la turbina no se alteran



b) Regeneración del 100%



c) Regeneración: 80%

Calor aplicado entre (A) y (3): $Q_1 = c_p\ (T_3 - T_A) = 1\ (kJ/kgºK)\ (1033 - 672,21)ºK = 360,79\ kJ/kg$

Calor cedido entre (5) y (1): $Q_2 = c_p\ (T_5 - T_1) = 1\ (kJ/kgºC)\ (549,47 - 294)ºK = 255,47\ kJ/kg$

$$Ex_{Q_1} = Q_1 - T_0\ c_p \ln \frac{T_3}{T_A} = 360,79\ \frac{kJ}{kg} - (294 \times 1\ \frac{kJ}{kgºK}\ \ln \frac{1033}{672,21}) = 234,47\ \frac{kJ}{kg}$$

$$Ex_{Q_2} = Q_2 - T_0\ c_p \ln \frac{T_5}{T_1} = 255,47\ \frac{kJ}{kg} - (294 \times 1\ \frac{kJ}{kgºK}\ \ln \frac{549,47}{294}) = 71,61\ \frac{kJ}{kg}$$

$$Ex_{(A)} = c_p\ (T_A - T_0) - T_0\ (c_p \ln \frac{T_A}{T_0} - R \ln \frac{p_A}{p_0}) = 1 \times (672,21 - 294) - 294\ (1 \times \ln \frac{672,21}{294} - 0,2857 \times \ln \frac{5}{1}) = 270,4\ \frac{kJ}{kg}$$

$$Ex_{(5)} = c_p\ (T_5 - T_0) - T_0\ c_p \ln \frac{T_5}{T_0} = 1 \times (549,47 - 294) - (294 \times 1 \times \ln \frac{549,47}{294}) = 71,61\ \frac{kJ}{kg}$$

$$\text{Rendimiento exergético} = \frac{T_u}{Ex_{Q1}} = \frac{105,3}{234,47} = 0,449 = 44,9\%$$

$$\text{Rendimiento térmico} = \frac{T_u}{Q_1} = \frac{105,3}{360,79} = 0,2918 = 29,18\%$$

****