# PROCESOS TERMOSOLARES

# EN

# BAJA, MEDIA Y ALTA TEMPERATURA



Pedro Fernández Díez
pfernandezdiez.es

# I.- RADIACIÓN SOLAR
# EN LA SUPERFICIE TERRESTRE

pfernandezdiez.es

## I.1.- LA CONSTANTE SOLAR

Desde el punto de vista energético, la masa solar que por segundo se irradia al espacio en forma de partículas de alta energía y de radiación electromagnética es aproximadamente de $5,6 \cdot 10^{35}$ GeV y de élla, la Tierra recibe en el exterior de su atmósfera un total de $1,73 \cdot 10^{14}$ kW, o sea 1,353 kW/m$^2$, que se conoce como constante solar y cuyo valor fluctúa en un ±3% debido a la variación periódica de la distancia entre la Tierra y el Sol.

La atmósfera y la superficie terrestre se encuentran a temperaturas medias distintas y, por lo tanto, también radian energía; la longitud de onda de la radiación solar está comprendida entre 0,05 $\mu$m y 4 $\mu$m, mientras que la radiación terrestre lo está entre 3 $\mu$m y 80 $\mu$m, es decir, se trata de emisiones de onda larga.

Los $1,73 \cdot 10^{14}$ kW de energía solar que inciden sobre la Tierra, se reparten en la siguiente forma:

- *Energía solar reflejada por la atmósfera hacia el espacio exterior: 30%, $0,52.10^{14}$ kW*
- *Energía solar que se utiliza en calentar la atmósfera: 47%, $0,80.10^{14}$ kW*
- *Energía solar que se utiliza en la evaporación de los océanos: 23% , $0,40.10^{14}$ kW*
- *Energía solar que se utiliza en generar perturbaciones atmosféricas, como el viento: $0,0037.10^{14}$ kW*
- *Energía solar utilizada en la fotosíntesis: $0,0004.10^{14}$ kW*

De lo anterior se deduce, Figs I.1.2., que:

- *El 47% de la energía solar incidente alcanza la superficie terrestre, de forma que el 31% lo hace directamente y el otro 16% después de ser difundida por el polvo, vapor de agua y moléculas de aire.*

- *El resto de la energía solar, el 53%, no alcanza la superficie de la Tierra, ya que:*

- *Un 15% es absorbida por la troposfera, (agua, ozono y nubes)*
- *Un 23% es reflejada por las nubes*
- *Un 7% es reflejada por el suelo*
- *Un 2% es absorbida por la estratosfera, principalmente por el ozono*
- *El 6% restante es la energía difundida por la atmósfera que se dirige hacia el cielo*

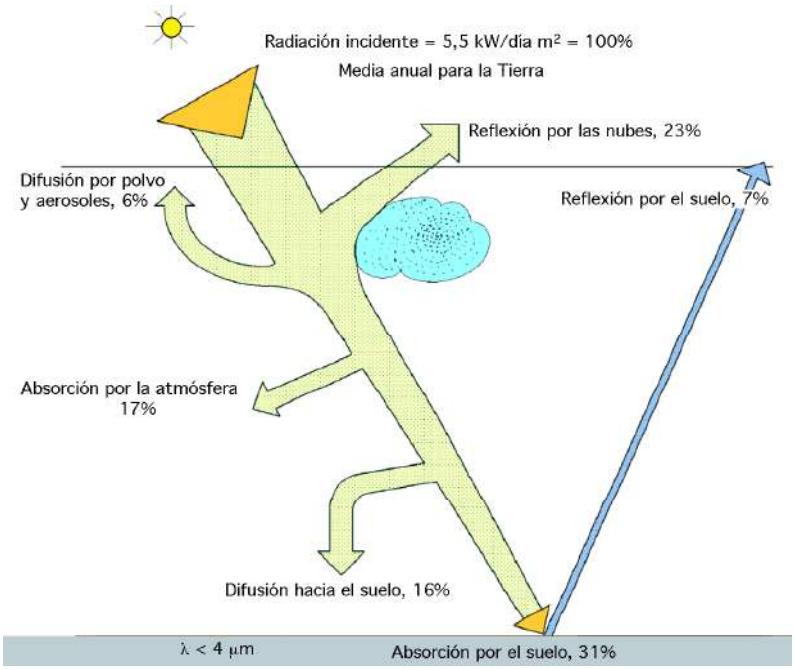



*Fig I.1.- Balance de radiación solar*

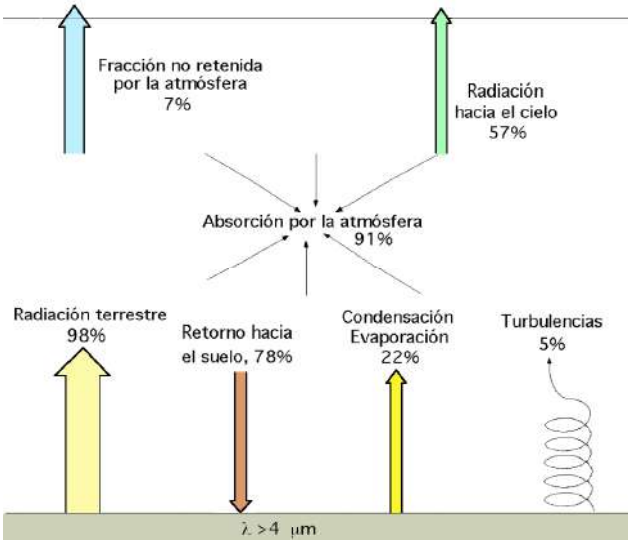



*Fig I.2.- Balance de radiación terrestre*

## I.2.- DISTRIBUCIÓN ESPECTRAL DE LA RADIACIÓN SOLAR EXTRATERRESTRE

El Sol se puede considerar como un gigantesco reactor de fusión nuclear, constituido por diferentes gases que se encuentran retenidos en el mismo por fuerzas gravitatorias. La energía en forma de

radiación electromagnética, resultado de las reacciones de fusión que tienen lugar en él, fundamentalmente en el núcleo, debe ser transferida a la superficie exterior para, desde allí, ser radiada al espacio; en este proceso de transferencia aparecen fenómenos convectivos y radiativos, así como sucesivas capas de gases, dando lugar a un espectro de emisión continuo.

A pesar de la compleja estructura del Sol, para las aplicaciones de los procesos térmicos derivados del mismo, se puede adoptar un modelo mucho más simplificado. Así, se puede considerar al Sol como un *cuerpo negro* que radía energía a la temperatura de 5.762°K, ya que la distribución de energía para cada longitud de onda aprovechable por los procesos térmicos y fototérmicos, es básicamente la misma que la de dicho cuerpo negro.

Para otros procesos que dependen de la longitud de onda, y en los que la distribución espectral es un factor importante, por ejemplo en los procesos fotovoltaicos o fotoquímicos, pueden ser necesarias consideraciones más detalladas.

La Tierra, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica, de escasa excentricidad, de forma que la distancia entre el Sol y la Tierra varía aproximadamente un ± 3%.

*La distancia media Tierra-Sol es: d = 149 millones de Km*
*En el solsticio de verano, la Tierra está alejada una distancia del Sol máxima:* $d_{máx} = 1{,}017\ d$
*En el solsticio de invierno, la Tierra se halla a la distancia mínima del Sol:* $d_{min} = 0{,}983\ d$

Con estos datos, un observador terrestre situado sobre un círculo en el cual el Sol ocupase el centro, vería a éste bajo un ángulo de 32 minutos.

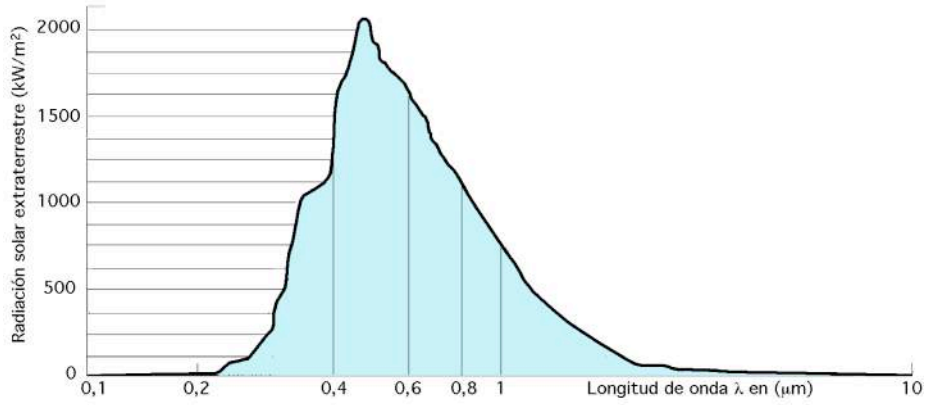
La radiación emitida por el Sol y las relaciones espaciales con la Tierra, conducen al concepto de intensidad de radiación en el límite exterior de la atmósfera; su valor es prácticamente constante y se conoce como constante solar, definiéndose como la energía solar por unidad de tiempo recibida sobre una superficie perpendicular a la radiación, de área unidad.

Esta radiación al atravesar la atmósfera, es parcialmente absorbida y difundida por ciertos componentes de la misma; en las últimas décadas, al disponer de satélites artificiales, se han podido realizar mediciones directas de la intensidad solar, libres de la influencia de la atmósfera terrestre, habiéndose dado un valor standard de la misma $I_{0(ext)}$ propuesto por Thekaekara y Drummond en 1979, Fig I.3.

Resulta importante conocer la distribución espectral de la radiación solar, ya que la interacción de la misma con los distintos medios materiales es función de la longitud de onda de la radiación incidente; en la Fig I.3 se presenta el espectro de la radiación extraterrestre correspondiente a la distribución de energía que llegaría a la Tierra en ausencia de atmósfera.

La curva standard de la distribución espectral de la radiación extraterrestre, está basada en me-

didas hechas en el espacio exterior a gran altitud, en la que el promedio de energía para una anchura de banda de longitud de onda media λ y la energía integrada para longitudes de onda inferiores a λ vienen dadas en la Tabla I.1 (Thekaekara); en ella $E_\lambda$ *(W/cm² μm)* es el promedio de radiación solar comprendido sobre una pequeña banda del espectro centrada en la longitud de onda λ, siendo Δλ el % de la constante solar asociada a longitudes de onda menores que λ.




*$I_{0(ext)}$ = 1,353 kW/m² ó 1164 Kcal/h.m² ; λ en mm*
*Fig I.3.- Curva standard de la radiación solar extraterrestre*

*Tabla I.1.- Radiación solar extraterrestre.- Cte Solar: $I_{0(ext)}$ = 1,353 kW/m²*

| λ | $E_\lambda$ | Δλ | λ | $E_\lambda$ | Δλ | λ | $E_\lambda$ | Δλ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *0,115* | *0,007* | *0,0001* | *0,43* | *1639* | *12,47* | *0,9* | *891* | *63,37* |
| *0,14* | *0,03* | *0,0005* | *0,44* | *1810* | *13,73* | *1* | *748* | *69,49* |
| *0,16* | *0,23* | *0,0006* | *0,45* | *2006* | *15,14* | *1,2* | *485* | *78,4* |
| *0,18* | *1,25* | *0,0016* | *0,46* | *2066* | *16,65* | *1,4* | *337* | *84,33* |
| *0,2* | *10,7* | *0,0081* | *0,47* | *2033* | *18,17* | *1,6* | *245* | *88,61* |
| *0,22* | *57,5* | *0,05* | *0,48* | *2074* | *19,68* | *1,8* | *159* | *91,59* |
| *0,23* | *66,7* | *0,1* | *0,49* | *1950* | *21,15* | *2* | *103* | *93,49* |
| *0,24* | *68* | *0,14* | *0,5* | *1942* | *22,6* | *2,2* | *79* | *94,83* |
| *0,25* | *70,9* | *0,19* | *0,51* | *1882* | *24,01* | *2,4* | *62* | *95,86* |
| *0,26* | *130* | *0,27* | *0,52* | *1833* | *25,38* | *2,6* | *48* | *96,67* |
| *0,27* | *232* | *0,41* | *0,53* | *1842* | *26,74* | *2,8* | *39* | *97,31* |
| *0,28* | *222* | *0,56* | *0,54* | *1783* | *28,08* | *3* | *31* | *97,83* |
| *0,29* | *482* | *0,81* | *0,55* | *1725* | *29,38* | *3,2* | *22,6* | *98,22* |
| *0,3* | *514* | *1,21* | *0,56* | *1695* | *30,65* | *3,4* | *16,6* | *98,5* |
| *0,31* | *689* | *1,66* | *0,57* | *1712* | *31,91* | *3,6* | *13,5* | *98,72* |
| *0,32* | *830* | *2,22* | *0,58* | *1715* | *33,18* | *3,8* | *11,1* | *98,91* |
| *0,33* | *1059* | *2,93* | *0,59* | *1700* | *34,44* | *4* | *9,5* | *99,06* |
| *0,34* | *1074* | *3,72* | *0,6* | *1666* | *35,68* | *4,5* | *5,9* | *99,34* |
| *0,35* | *1093* | *4,52* | *0,62* | *1602* | *38,1* | *5* | *3,8* | *99,51* |
| *0,36* | *1068* | *5,32* | *0,64* | *1544* | *40,42* | *6* | *1,8* | *99,72* |
| *0,37* | *1181* | *6,15* | *0,66* | *1486* | *42,66* | *7* | *1* | *99,82* |
| *0,38* | *1120* | *7* | *0,68* | *1427* | *44,81* | *8* | *0,59* | *99,88* |
| *0,39* | *1098* | *7,82* | *0,7* | *1369* | *46,88* | *10* | *0,24* | *99,94* |
| *0,4* | *1429* | *8,73* | *0,72* | *1314* | *48,86* | *15* | *0,048* | *99,98* |
| *0,41* | *1751* | *9,92* | *0,75* | *1235* | *51,69* | *20* | *0,015* | *99,99* |
| *0,42* | *1747* | *11,22* | *0,8* | *1109* | *56,02* | *50* | *0,00039* | *100* |

*$E_\lambda$ es el promedio de radiación solar, centrada en la longitud de onda λ, en W/cm²mm*
*Δλ es el porcentaje de la constante solar asociada con longitudes de onda inferiores a λ. Thekaekara,1974}*

*Tabla I.2*

| *Banda de longitud de onda (μm)* | *0 a 0,38* | *0,38 a 0,78* | *0,78 a ∞* |
|---|---|---|---|
| *Fracción de la banda* Δλ | *0,07* | *0,4729* | *0,4571* |
| *Energía de la banda (W/m²)* | *94,7* | *639,8* | *618,4* |

Si a partir de estos valores se quiere calcular la fracción de la radiación solar extraterrestre y la magnitud de dicha radiación en el ultravioleta ($\lambda < 0{,}38\ \mu$m), visible ($0{,}38\ \mu\text{m} < \lambda < 0{,}78\ \mu$m), e infrarrojo, ($\lambda < 0{,}78\ \mu$m), obtendremos los valores de $\Delta\lambda$ correspondientes a las longitudes de onda de 0,38 $\mu$m y 0,78 $\mu$m, a partir de los cuales se determina la energía de la banda para, $I_{0(ext)} = 1{,}353\ kW/m^2$.

La radiación emitida desde el núcleo del Sol está localizada en la zona del espectro de rayos gamma y rayos X, aumentando la longitud de onda a medida que la temperatura desciende al alejarnos del núcleo solar.

El estudio de este espectro indica que:

- *El 7% de la energía, 95 W/m², corresponde al intervalo de longitudes de onda inferiores a 0,038 μm*
- *El 47,3%, 640 W/m², corresponde a longitudes de onda comprendidas entre 0,38 y 0,78 μm*
- *El 45,71% restante corresponde a longitudes de onda superiores a 0,78 μm*

a partir de los cuales se puede determinar la energía de la banda para $I_{0(ext)} = 1{,}353\ kW/m^2$

## I.3.- INSTRUMENTACIÓN PARA LA OBSERVACIÓN DEL FLUJO SOLAR

Los aparatos utilizados en la medición de la radiación solar, se descomponen en tres tipos principales, según sea la medida a realizar; a continuación se describen algunos de ellos.

***Heliógrafos.-*** *Sirven para medir la duración de la luz solar,* que se puede definir como el intervalo de tiempo durante el cual se ve el disco solar y determinan los períodos del día durante los cuales la intensidad de la radiación directa es superior a un cierto umbral, 120 W/m$^2$, que está reconocido a nivel mundial.

El intervalo de tiempo transcurrido entre la salida y la puesta de Sol, define el máximo tiempo de radiación solar diaria posible, para un día concreto del año y para un lugar determinado.

Los heliógrafos no comienzan a registrar la radiación solar hasta que la radiación directa es superior a un cierto valor, variable de un tipo de aparato a otro. El registrador de referencia intermedio de luz solar (IRSR) tiene un mínimo de intensidad de 210 W/m$^2$, equivalente a 1/5 de la máxima posible; debido a variaciones entre los instrumentos, este umbral puede oscilar entre 7 y 28 μW/cm$^2$.

En el heliógrafo Campbell-Stokes, Fig I.4, la radiación directa se concentra con ayuda de una lente esférica sobre un papel coloreado de textura definida; enseguida se produce una quemadura o una decoloración del papel indicando que la radiación directa es más o menos intensa, siendo la lon-

gitud de la misma proporcional a la duración de la radiación solar, efectuándose su examen bajo normas muy estrictas.

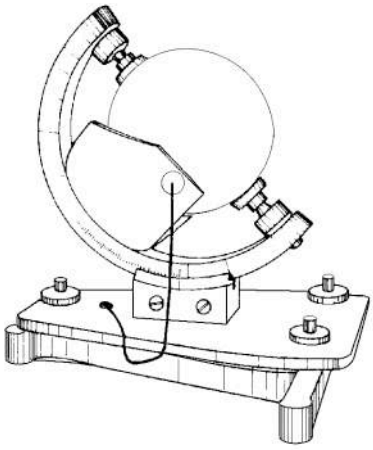


*Fig I.4.- Heliógrafo de Campbell-Stokes*

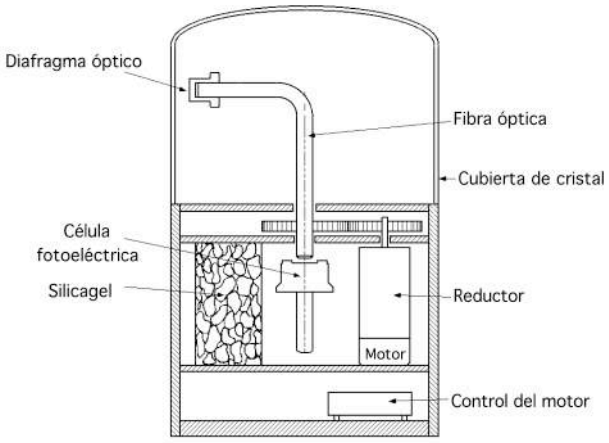



*Fig I.5.- Heliógrafo de Denis-Jordan*

El heliógrafo de Denis-Jordan, Fig I.5, está constituido por una fibra óptica acodada 90º, accionada por un motor de corriente continua, girando a razón de una vuelta por cada 1/100 de hora. La extremidad de la fibra óptica recibe la radiación solar a través de un diafragma y una célula fotoeléctrica situada en el otro extremo de la fibra produce una señal cuya magnitud es proporcional a la intensidad de la radiación.

***Pirheliómetros***.- *Sirven para medir la radiación solar directa*. Tienen una abertura colimada y una cara de recepción que debe permanecer siempre normal a los rayos solares. El pirheliómetro recibe energía sólo del disco solar y de un estrecho anillo de cielo contiguo, a través de un tubo largo; este aparato está dotado de un dispositivo automático de seguimiento del Sol. El ángulo de abertura es de 5,7°; el error provocado por una abertura excesiva, aumenta en proporción a la cantidad de radiación del cielo admitida.

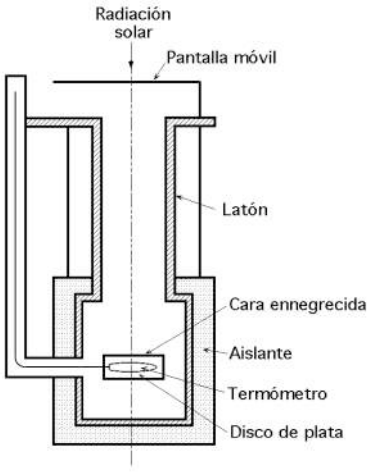



*Fig I.6*
*Pirheliómetro de disco de plata de Abbot*

El pirheliómetro de disco de plata de Abbot, Fig I.6, permite deducir la intensidad de la radiación directa a partir de lecturas termométricas sucesivas, abriendo y cerrando alternativamente la entrada del aparato, estando sometido a unas normas muy estrictas, ya que el tiempo de exposición tiene que ser muy preciso.

Consiste en un disco de plata ennegrecida por una de sus caras, con un agujero ciego en el que se inserta un termómetro aislado por un manguito de madera. El disco está situado en el fondo de un tubo de latón que se puede obturar con ayuda de una pantalla móvil situada en el otro extremo; de esta forma se puede exponer el disco durante un tiempo determinado a la radiación solar, actuando el aislante como elemento refrigerante.

***Piranómetros***.- *Sirven para medir la radiación global, directa y difusa*, que se recibe en todas direcciones, por lo que el instrumento tiene que descansar sobre una base horizontal. La banda de frecuencias medida por el piranómetro está comprendida entre 0,3 μm y 3 μm; si se protege de la radiación directa por un anillo protector desvanecedor, entonces mide sólo la radiación difusa.

Los piranómetros más usuales se basan en la determinación de la diferencia de temperaturas entre una superficie negra y una superficie blanca mediante termopilas o células fotoeléctricas, que deben estar protegidas del viento y compensadas para cambios de temperatura ambientales, mediante una doble semiesfera de vidrio, para suprimir los fenómenos de convección.

El piranómetro de Kipp y Zonen, Fig I.7, está constituido por una termopila contenida en una caja metálica cerrada en su parte superior por dos hemisferas de cristal de 3 a 5 cm de diámetro y 2 mm de espesor.

La caja está fijada sobre un zócalo metálico y la pila está protegida de la radiación difundida por el suelo por una gran corona blanca horizontal circular que actúa también como pantalla térmica.

La termopila está formada por una serie de 14 termopares, láminas planas de 10 mm de longitud, 1 mm de anchura y 5 mm de espesor, dispuestas en un plano horizontal, en el que las extremidades están soldadas a unas barras de cobre verticales solidarias a una placa de latón maciza. El conjunto está protegido por un barniz negro mate especial que absorbe la radiación.

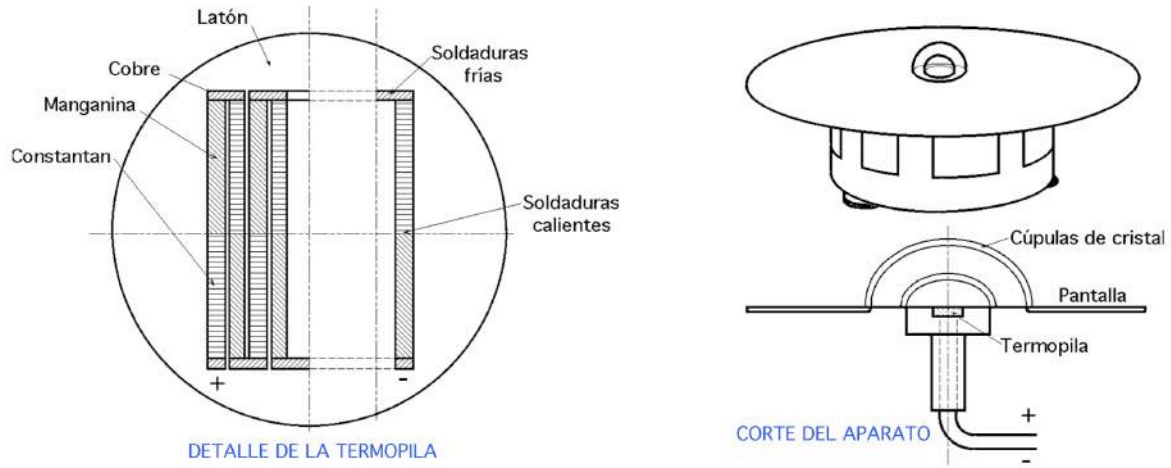



*Fig I.7.- Piranómetro de Kipp y Zonen*

El calor emitido al nivel de la superficie negra es evacuado en parte por conducción y el resto por radiación y convección. El flujo térmico por conducción se transmite a la masa de la termopila que es buena conductora; por el contrario, las láminas son débilmente conductoras, por lo que aparece una diferencia de temperatura del orden de 20ºC entre la línea mediana y las extremas que implica una diferencia de potencial del orden de 500 μV/ºC. El aparato se calibra comparándole con otro calibrado que indica el valor $I_{dir}$ de la radiación directa. El piranómetro facilita el valor de la radiación

global $I_{T(h)}$ que incide sobre una superficie horizontal de valor:

$$I_{T(h)} = I_{dif(h)} + I_{0(h)} \cos \theta_s$$

La radiación directa se elimina poniendo el aparato a la sombra, con ayuda de una pantalla, para que la superficie sensible del piranómetro capte sólo la radiación difusa.

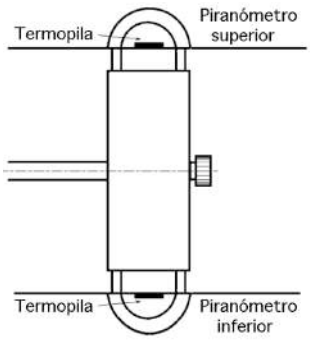



*Fig I.8.- Albedómetro*

***Albedómetro.-*** Para medir la radiación difusa, o radiación del cielo, se adapta al piranómetro una pantalla destinada a ocultar la radiación solar directa, de forma que no se esconda una parte importante del cielo. Se puede utilizar un disco móvil dotado de un movimiento ecuatorial, en el que la sombra se proyecta permanentemente sobre la superficie sensible del piranómetro, o también se puede adaptar una banda parasol que se desplaza manualmente a lo largo del año. Se necesita una corrección para tener en cuenta la radiación difusa interceptada, Fig I.8.

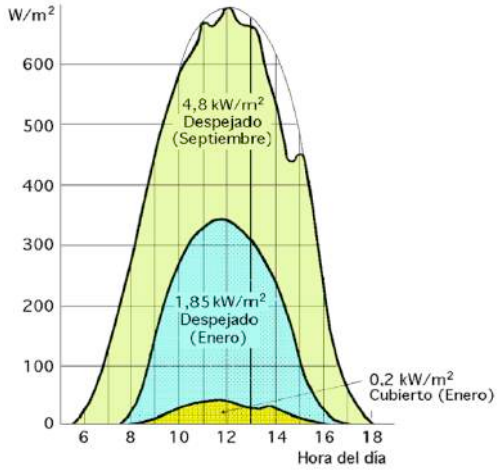



*Fig I.9.- Medidas piranométricas*

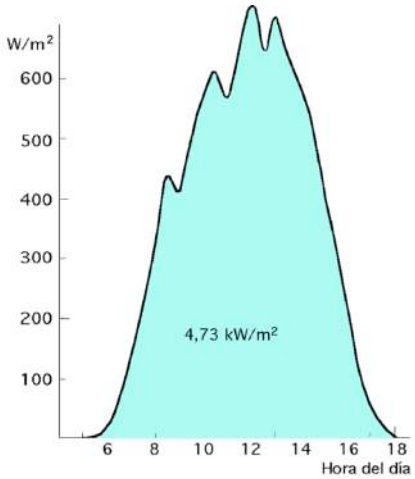



*Fig I.10.- Medidas piranométricas en un día soleado en septiembre, con pasos de nubes*

***Pirradiómetro diferencial o bilanmetro.-*** Estos aparatos, muy delicados, miden la diferencia entre las radiaciones dirigidas hacia el suelo y hacia el espacio y permiten establecer dos balances . Poseen una doble superficie sensible, una vuelta hacia arriba y la otra hacia abajo. Están destinados a medir radiaciones de longitud de onda comprendidas entre 0,3 μm ÷ 100 μm, mediante detectores térmicos (termopilas de doble cara) protegidos por una cúpula de polietileno especial, transparente hasta 15 μm y barridos por una corriente de nitrógeno para evitar

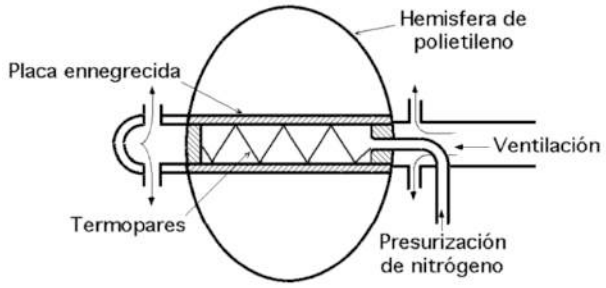



*Fig I.11*
*Bilanmetro ventilado de Gier y Dunkle*

las condensaciones que falsearían las medidas a causa de la absorción de radiación infrarroja por el agua, Fig I.11.

## I.4.- CONCEPTO DE MASA ATMOSFÉRICA

La radiación procedente del Sol que llega a la superficie terrestre tiene que atravesar la capa atmosférica que envuelve la Tierra, cuyo espesor aproximado es de unos 9 km en condiciones normales, contados desde el nivel del mar hasta el nivel más alto de la vertical de la misma. Dicha radiación es difundida y absorbida, cuando no reflejada, por las moléculas gaseosas en suspensión dentro de la atmósfera, tanto más, cuanto mayor sea el número de partículas en suspensión.

No obstante hay una cierta cantidad de radiación solar que no ha encontrado obstáculo y ésta es la *radiación directa* que llega del Sol, es decir, la radiación solar recibida desde el Sol sin cambio de dirección. La *radiación difusa* se define como la radiación solar recibida desde el Sol después de que la reflexión y la difusión por la atmósfera hayan modificado su dirección. El camino óptico recorrido por la radiación solar es diferente según sea la altura cenital del Sol y ello conduce a la introducción del concepto de masa de aire $m$, o *masa atmosférica* atravesada por la radiación.

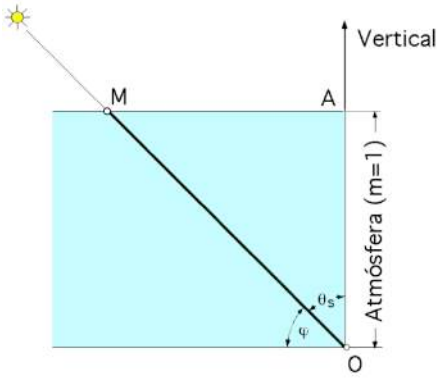


*Fig I.12.- Masa de aire atmosférico*

Se considera el paso vertical a través de la atmósfera a nivel del mar como m = 1, es decir, Sol en la vertical del lugar y como la presión media a nivel del mar es de 760 mm de mercurio, el valor de la masa de aire atmosférico vale, siendo $p$ la presión atmosférica del lugar:

$$\textit{Paso vertical: Masa de aire } m = OA = \frac{p}{760}$$

Para una dirección de la radiación solar directa que forme un ángulo $\theta_s < 70^o$ con la vertical, el camino (OM) recorrido por la misma en función de la presión atmosférica $p_{atm}$ es:

$$\overline{OM} = \frac{\overline{OA}}{\cos\theta_s} = \frac{\overline{OA}}{sen\ \varphi} = \frac{p_{atm}}{760\ sen\ \varphi} = \frac{p_{atm}}{760\ \cos\theta_s}$$

$$\textit{Paso inclinado: Masa de aire } m = \frac{\overline{OM}}{\overline{OA}} = \frac{1}{\cos\theta_s} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} m = 1, \ para\ \theta_s = 0^o \\ m = 2, \ para\ \theta_s = 60^o \end{cases}$$

Normalmente, para la calibración de células solares se toma m = 1,5, en un día con Sol brillante. En la Tabla I.3 se muestra el valor del camino recorrido obtenido a partir de la fórmula y el camino real, en donde se han tenido en cuenta la curvatura de la Tierra y la refracción de los rayos solares al atravesar la atmósfera.

*Tabla I.3.- Masa atmosférica en función de la altura aparente $\varphi$ del Sol y presión de 760 mm de Hg*

| *Angulo $\varphi$* | *Masa atmosférica m = 1 / sen $\varphi$* | *Masa verdadera* |
|---|---|---|
| *90* | *1* | *1* |
| *80* | *1,02* | *1,015* |
| *70* | *1,06* | *1,064* |
| *60* | *1,16* | *1,154* |
| *50* | *1,31* | *1,304* |
| *40* | *1,56* | *1,553* |
| *30* | *2* | *1,995* |
| *20* | *2,92* | *2,904* |
| *15* | *3,86* | *3,816* |
| *12* | *4,81* | *4,716* |
| *10* | *5,76* | *5,6* |
| *6* | *9,57* | *8,9* |

## I.5.- ATENUACIÓN DE LA RADIACIÓN DIRECTA

La radiación incidente normal recibida del Sol, sobre la superficie terrestre, está sujeta a variaciones debidas fundamentalmente a:

*a) La variación de la distancia Tierra-Sol.*

*b) Variaciones de la difusión, debidas a las moléculas de aire, vapor de agua y polvo.*

c) *Variaciones en la absorción atmosférica por el $O_3$, $H_2O$ y $CO_2$*

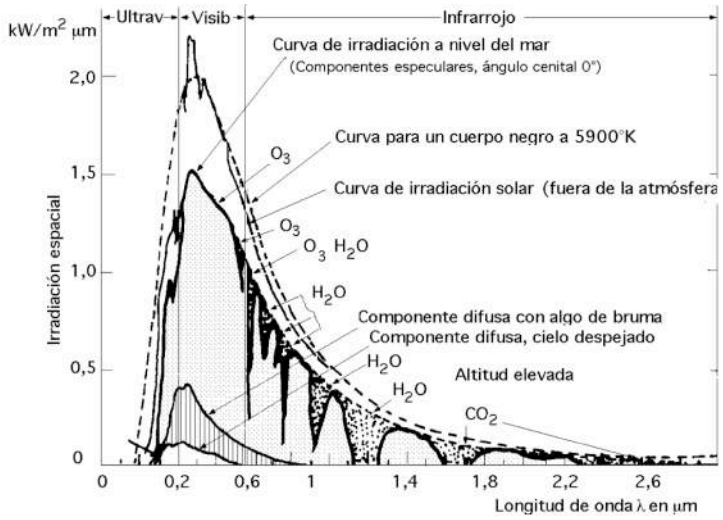



*Fig I.13.- Distribución espectral de la radiación solar*

La radiación solar normal incidente en la atmósfera terrestre tiene la distribución espectral indicada en la Fig I.13. Los rayos X y otras radiaciones de onda corta del espectro solar, son absorbidos en gran proporción en la ionosfera por el $N_2$, $O_2$ y otros componentes atmosféricos. La mayor parte del ultravioleta queda absorbido por el $O_3$.

Para longitudes de onda superiores a 2,5 µm se produce la radiación terrestre y una fuerte absorción por el $CO_2$ y el $H_2O$ de la atmósfera, por lo que al suelo llega muy poca energía.

En consecuencia, y desde el punto de vista de las aplicaciones terrestres de la energía solar, solamente interesan las radiaciones comprendidas en las longitudes de onda de 0,29 μm hasta 2,5 μm, que son las que a su paso a través de la atmósfera van a sufrir las variaciones debidas a la difusión y a la absorción.

***Difusión***.- Existen tres formas básicas de difusión de la radiación solar en la atmósfera, por:

- *Moléculas de aire*
- *Partículas de polvo*
- *El vapor de agua*

*Difusión por partículas de aire*.- Las moléculas de aire son muy pequeñas, en comparación con las longitudes de onda de la radiación más significativas en el espectro de la energía solar. La difusión de ésta radiación por las moléculas del aire se puede estudiar por la teoría de Rayleigh, según la cual, el coeficiente de difusión varía aproximadamente como la inversa de la cuarta potencia de la longitud de onda de la radiación $\lambda^{-4}$; ésto se ha verificado experimentalmente y a partir de los datos obtenidos se ha propuesto un factor de transmisión monocromática asociado a la difusión atmosférica, dado por la expresión:

$$F_{\lambda\,(moléculas\ aire)} = 10^{-\,0,00389\ \lambda^{-4}}$$

en la que λ viene dada en micras, m = 1, y la presión atmosférica es de 760 mm de mercurio.

*Difusión por partículas de polvo*.- La difusión por partículas de polvo, que por supuesto tienen un tamaño mucho mayor que las moléculas que componen el aire y que además varían de tamaño y concentración según el lugar, la altura y el momento, es mucho más difícil de determinar. Moon desarrolló un factor de transmisión similar al utilizado para las moléculas de aire, con m = 1, de la forma:

$$F_{\lambda\,(polvo)} = 10^{-\,0,0353\ \lambda^{-0,75}}$$

siendo el término medio de la concentración de partículas de polvo a nivel del suelo de 800 pp/cm$^3$.

*Difusión por el vapor de agua*.- La difusión debida al vapor de agua contenido en la atmósfera, con el Sol en su cenit y con una presión de saturación (presión parcial promediada del vapor de agua en la atmósfera) de 26 mbars, se representa en la forma:

$$F_{\lambda\,(vapor\ de\ agua)} = 10^{-\,0,0075\ \lambda^{-2}}$$

por lo que el efecto total de la difusión sobre la radiación se puede expresar aproximadamente por:

$$F_{total} = \left\{ F^{p/760}_{\lambda\,(moléculas\ aire)}\ F^{r/800}_{\lambda\,(polvo)}\ F^{w/26}_{\lambda\,(vapor\ de\ agua)} \right\}^{m}$$

siendo:

*$F_{total}$ la transmitancia atmosférica monocromática para la radiación directa*

*p la presión total de la atmósfera en mm de mercurio*

*r la concentración de partículas de polvo, a nivel del suelo, (partículas por $cm^3$)*

*w la cantidad de agua precipitable en la atmósfera, por encima del lugar de observación, en mm de Hg*

*m la masa de aire*

En la práctica, la difusión molecular es sólo función de la presión atmosférica a nivel del suelo y de la posición del Sol, valores que se pueden medir y calcular; el coeficiente de turbidez se mide con un pirheliómetro.

***Absorción***.- La absorción de la radiación solar a su paso por la atmósfera terrestre es debida fundamentalmente:

- *Al ozono en el ultravioleta ($\lambda < 0{,}3$ mm) y un poco para el visible ($0{,}5 < \lambda < 0{,}6$ mm)*
- *Al vapor de agua confinado en las capas bajas de la atmósfera en el infrarrojo ($\lambda > 0{,}7$ mm)*

Más allá de 2,3 μm la transmisión a través de la atmósfera es muy baja, debido a la absorción por el $H_2O$ y $CO_2$, por lo que en el espectro de energía solar extraterrestre, la energía es inferior al 5% de la total del espectro solar, siendo pequeña la energía recibida a nivel del suelo.

Las transmitancias por absorción se deben combinar de la misma manera que por difusión.

La transmitancia monocromática resultante para la radiación directa se puede poner como:

$$F_\lambda = F_{\lambda(s)}\ F_{\lambda(abs)} = F_{\lambda(s)}\ F_{\lambda(abs.\ ozono)}\ F_{\lambda(abs.\ vapor\ de\ agua)}$$

haciendo notar que, por lo menos, uno de los factores de absorción, bien el del ozono o el del vapor de agua, es la unidad, ya que las bandas de absorción correspondientes al $O_3$ y $H_2O$ no solapan entre sí.

Un modelo presentado por Unsworth y Monteith contempla un *coeficiente de turbidez* σ mediante el cual se pueden relacionar la irradiancia solar normal directa $I_{s0}$, con la irradiancia normal directa en el aire limpio $I_0$ (o flujo solar entrante en la atmósfera), por la ecuación:

$$I_{s0} = I_0\ e^{-\sigma m}$$

siendo $I_0$ la irradiancia normal de la radiación solar para una atmósfera limpia que contiene $CO_2$, $O_3$ y $H_2O$, como elementos que absorben y emiten radiación.

*La relación $\frac{I_{s0}}{I_0}$ representa la fracción de la potencia transmitida.*

*La fracción extinguida que es absorbida por la atmósfera: $\alpha_s = \frac{I_0 - I_{s0}}{I_0}$*

## I.6.- CARACTERÍSTICAS DE LA RADIACIÓN DIRECTA

***Movimiento de la Tierra.-*** El movimiento de la Tierra alrededor del Sol se llama traslación y lo hace describiendo una órbita elíptica de muy poca excentricidad llamada Eclíptica, estando el Sol situado en uno de sus focos. La duración del recorrido es de 365 días, 5 horas y 48 minutos a una velocidad de 108.000 km/hora, aproximadamente. Esta órbita está inclinada con respecto al plano del Ecuador un ángulo de 23°45' y ello hace que sobre un punto determinado de la Tierra los rayos del Sol caigan unas veces más perpendicularmente que en otros y, por lo tanto, que la radiación incidente $I_0$ sobre la misma sea diferente, Fig I.14.

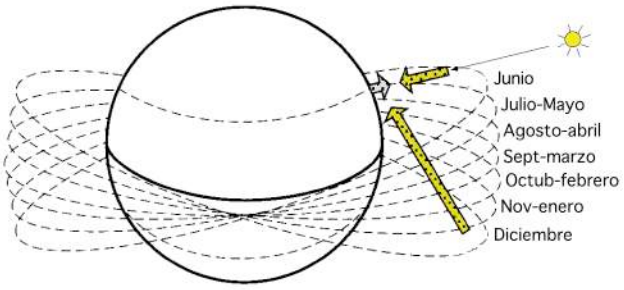



*Fig I.14.- Posiciones del Sol a lo largo del año*

Por otra parte, la Tierra tiene un movimiento de rotación alrededor de su eje en el que emplea 24 horas. Ahora bien, debido a la inclinación del eje de rotación y del movimiento orbital de la Tierra, la duración del día y de la noche varían según la latitud $\lambda$ del lugar. Así, en el Ecuador terrestre el día y la noche son iguales, doce horas, pero esa igualdad se va perdiendo a medida que se pasa del Ecuador hacia los Polos, ya que progresivamente van apareciendo inviernos de noches más largas en contraposición con veranos de noches más cortas; en las regiones polares duran medio año cada uno.

***Definición de parámetros***.- Para calcular la radiación solar incidente sobre una superficie que tiene una determinada inclinación y orientación, es necesario definir algunos términos, cuya representación se ha hecho en las Fig I.14, 15 y 16.

*- El ángulo acimutal solar $\beta_s$ es el ángulo que forma la componente horizontal de la radiación solar directa, con la dirección Norte-Sur, en el hemisferio norte; se mide sobre el plano horizontal que pase por el lugar*

*- El ángulo cenital solar $\theta_s$ es el que forma la radiación directa del Sol y la vertical del lugar, en un punto cualquiera de la Tierra; este ángulo varía continuamente a lo largo del día y depende de la latitud del lugar y de la declinación*

*- La declinación $\delta$ es la posición angular del Sol al mediodía solar, respecto al plano del Ecuador terrestre; el valor de este ángulo se suele tomar cada día al mediodía solar. Esto es debido a que el eje de rotación de la Tierra está inclinado un ángulo de 23°45´ respecto al eje del plano que contiene la órbita que describe alrededor del Sol y de ahí que el valor de la declinación varíe entre ±23°45´ a lo largo del año. La declinación al Norte del Ecuador se considera positiva.*

*- El ángulo horario $\tau$ es el desplazamiento angular del Sol, respecto al mediodía, que es el instante en que el Sol se encuentra más alto en el cielo y se corresponde con un ángulo cenital solar mínimo, es decir, con un ángulo horario igual a 0; cada hora es igual a 15° de longitud, tomando un valor (+) por las mañanas y (-) por las tardes.*

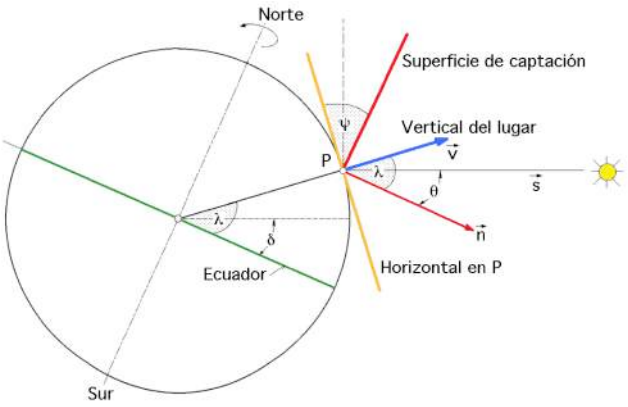



*Fig I.15.- Situación espacial de diversos ángulos*

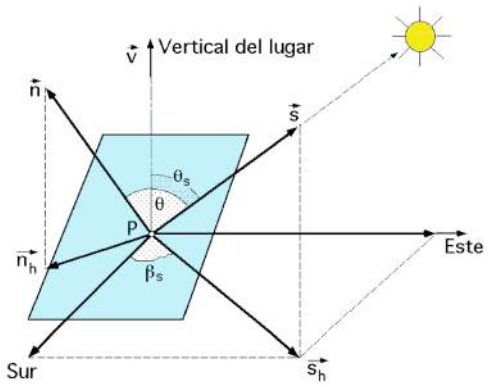



*Fig I.16.- Situación puntual de diversos ángulos*

- *La latitud $\lambda$ de un lugar cualquiera sobre la superficie de la Tierra, es su desplazamiento angular por encima o por debajo del Ecuador, medido desde el centro de la Tierra; se considera pósitoivo al N del Ecuador.*

- *La longitud del lugar L es el ángulo que forma el plano que pasa por los polos en un lugar de la superficie de la Tierra y el plano que pasa por Greenwich; este plano es un cero arbitrario y la línea que corta sobre la superficie terrestre se denomina meridiano de Greenwich. La longitud y la latitud son las coordenadas que localizan un punto cualquiera sobre la superficie de la Tierra*

- *Otro ángulo que se debe tener en cuenta es el que forma el terreno, (o la superficie que se considere), con la horizontal del lugar y que llamaremos $\psi$; éste es el ángulo cenital de la superficie y, por lo tanto, el ángulo que forma la normal a la superficie con la vertical del lugar.*

La altura solar o ángulo de elevación del Sol por encima del horizonte es importante por dos razones. En primer lugar, a mayores alturas solares, la radiación recorre una distancia más corta al atravesar la atmósfera, mientras que para alturas solares más bajas, la radiación procedente del Sol es forzada a recorrer una masa de aire mucho mayor, $m > 1$.

Los efectos atenuantes de la masa de aire implicados reducen la radiación solar y las mayores alturas solares proporcionan más horas de luz, lo que permite mejores insolaciones.

***Relaciones trigonométricas***.- Las relaciones trigonométricas existentes entre la posición de un plano orientado en cualquier forma y en cualquier momento, respecto a la dirección de la componente directa de la radiación solar incidente, se puede expresar mediante la expresión (Benford y Book) de la forma:

$$\cos\theta = \operatorname{sen}\delta\ \operatorname{sen}\lambda\ \cos\psi - \operatorname{sen}\delta\ \cos\lambda\ \operatorname{sen}\psi\ \cos\beta + \cos\delta\ \cos\lambda\ \cos\psi\ \cos\tau + \cos\delta\ \operatorname{sen}\lambda\ \operatorname{sen}\psi\ \cos\beta\ \cos\tau + \cos\delta\ \operatorname{sen}\psi\ \operatorname{sen}\beta\ \operatorname{sen}\tau$$

en la que $\psi$ es el ángulo que forma el terreno con la horizontal del lugar.

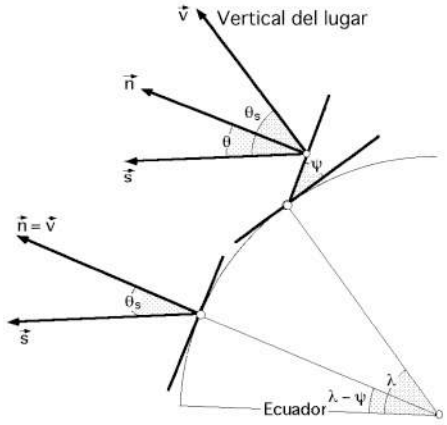



*Fig I.17*

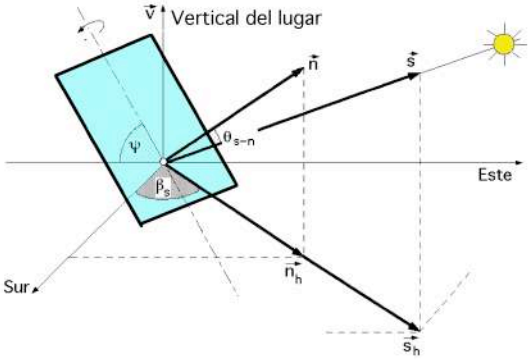



*Fig I.18*

Si el plano del terreno coincide con el plano horizontal ($\psi = 0$) los ángulos *cenital* $\theta_s$ *y acimutal* $\beta_s$ *de la radiación solar directa*, Fig I.17, que definen la posición del Sol, son:

$$\cos\theta_s = sen\,\delta\ sen\,\lambda + \cos\delta\ \cos\lambda\ \cos\tau$$

$$cotg\,\beta_s = \frac{tg\,\delta\ \cos\lambda - sen\,\lambda\ \cos\tau}{sen\,\tau}$$

función de la latitud del lugar $\lambda$, del día del año definido por su declinación media $\delta$ y la hora del día definida por el ángulo horario $\tau$.

Mediante la ecuación del ángulo cenital solar se puede determinar *el ángulo horario* $\tau_s$ de salida o puesta del Sol, haciendo $\theta_s = 90^o$:

$$\cos\tau_s = -\frac{sen\,\lambda\ sen\,\delta}{\cos\lambda\ \cos\delta} = -\,tg\,\lambda\ tg\,\delta$$

Si el plano está orientado al Sur, $\beta = 0$, por lo que:

$$\cos\theta_s = sen\,\delta\ sen\,(\lambda - \psi) + \cos\delta\ \cos\tau\ \cos(\lambda - \psi)$$

Para la *declinación* $\delta$ tomaremos el valor medio diario, al mediodía, dado por la ecuación:

$$\delta = 23,45\ sen\,(360\ \frac{284 + Z}{365})$$

en la que Z es el día del año considerado, contado a partir del 1 de Enero.

***Flujo energético solar sobre la superficie terrestre.-*** La velocidad aparente del Sol, 15° por hora, se define como la velocidad angular de la Tierra respecto al Sol, en la forma: $v_s = \frac{d\tau}{dt}$

La energía solar *dq* por unidad de superficie recibida en el punto P de la superficie terrestre, durante el tiempo *dt*, viene dada por:

$$dq = I_0 \cos\theta_s \; dt = \frac{I_0 (sen\,\lambda \; sen\,\delta + \cos\lambda \; \cos\delta \; \cos\tau)\, d\tau}{v_s}$$

siendo $I_0$ la intensidad efectiva de la componente directa de la radiación solar medida en el punto P.

Para calcular la energía $q$ recibida por unidad de superficie a lo largo de un día, Fig I.11, se integra la ecuación anterior considerando valores medios de $I_0$ y de δ, entre los valores ± $\tau_s$, obteniéndose:

$$q = \frac{2\, I_0 (\tau_s \; sen\,\lambda \; sen\,\delta + \cos\lambda \; \cos\delta \; sen\,\tau_s)}{v_s} = \frac{2\, I_0 \; sen\,\delta \; sen\,\lambda \; (\tau_s - tg\,\tau_s)}{v_s}$$

en función del ángulo de salida y puesta del Sol $\tau_s$.

## I.7.- CALCULO DE VALORES MEDIOS DE RADIACIÓN SOLAR

Además de los datos de radiación solar, hay otras medidas meteorológicas que se relacionan con la misma y que en ausencia de datos sobre radiación se pueden usar para su determinación; entre éstos destacan, por ejemplo:

*- Los datos sobre horas de radiación solar que se pueden conseguir en la mayoría de las estaciones meteorológicas*

*- Los datos sobre nubosidad que están también disponibles*

Los datos sobre radiación constituyen la mejor fuente de información; sin embargo, a falta de éstos se pueden utilizar algunas relaciones empíricas que permiten calcular la radiación solar a partir del número de horas de Sol, o porcentajes de posibles horas de Sol o de nubosidad.

Otra alternativa consiste en realizar los cálculos para una localidad determinada, utilizando datos de otras localidades de similar latitud, topografía y clima.

Existen tablas en las que se puede observar el promedio de horas de radiación solar hecho durante diez años en algunas capitales españolas, Tabla I.12.

$$I_{promedio\,(h)} = I_{0(h)} \; (a + b \; \frac{n_{mensual}}{N_{diario}})$$

en la que:

$I_{promedio\,(h)}$ *es el promedio de radiación horizontal para un determinado período (1 mes, 1 día, etc).*

$I_{0(h)}$ *es la radiación con cielo despejado para el mismo período*

*n es el promedio de horas diarias de Sol brillante para el mismo período*

$\frac{n}{N_{diario}}$ *es el porcentaje posible de Sol brillante*

*$N_{diario}$ es el máximo de horas diarias de Sol brillante, para el mismo periodo, entre la salida y puesta del Sol que se puede calcular mediante las ecuaciones:*

$$N_{diario} = \frac{2}{15} \arccos \tau_s = \frac{2}{15} \arccos (- tg\ \delta\ tg\ \lambda)$$

$$N_{diario} = 12 + \xi\ sen \frac{360\ z}{365}$$

en la que $z$ es el día del año contado a partir del 21 de marzo y $\xi$ un coeficiente que depende de $\lambda$ que se mide con un heliógrafo Campbell-Stokes, estando sus valores recogidos en la Tabla I.4.

Para una región de $\lambda = 46^{o}N$, resulta $\xi = 3{,}6$ por lo que la duración del día el 22 de junio ($z = 94$) es de 15,6 horas (máximo) y el 22 de diciembre ($z = 275$) de 8,4 horas (mínimo).

Los valores de los parámetros *a* y *b* se han obtenido estadísticamente por un cierto número de estaciones meteorológicas situadas en distintas partes del mundo, teniendo en cuenta diversos tipos de clasificaciones climáticas y de vegetación.

Los valores promedios de la radiación están también tabulados, como se indica en la Tabla I.6 para algunas regiones, en función de su latitud $\lambda$ y de su altura sobre el nivel del mar.

*Tabla I.4.- Valores de $\xi$ según la latitud $\lambda$*

| $\lambda$ | 55 | 52 | 50 | 48 | 46 | 44 | 42 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\xi$ | 5,1 | 4,5 | 4,1 | 3,8 | 3,6 | 3,3 | 3,1 | 2,8 |

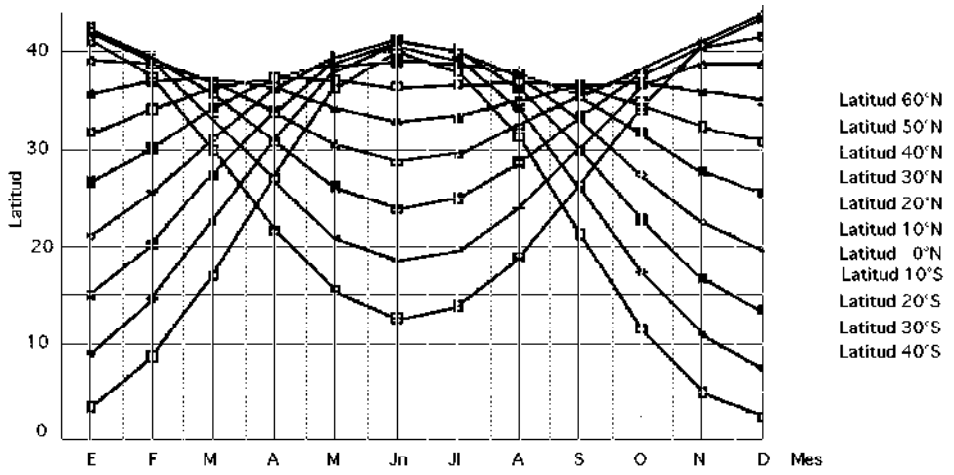



*Fig I.19.- Valores mensuales medios de $I_{0(h)}$*

*Clasificación climática basada en el mapa de clima de Trewartha (1954, 1961)*

| | TIPOS DE CLIMA |
|---|---|
| *Af* | *Clima de bosque tropical, constantemente húmedo, lluvia en todas las épocas del año* |
| *Am* | *Clima de bosque tropical, lluvia monzónica; temporada seca corta, pero con un total de lluvia suficiente para mantener un bosque de tipo de lluvia* |
| *Aw* | *Clima de bosque tropical, temporada seca en invierno* |
| *BS* | *Semiárido* |

| | |
|---|---|
| *BW* | *Clima árido o de desierto* |
| *Cf* | *Clima de bosque mesotérmico; constantemente húmedo; lluvia en todas las épocas del año* |
| *Cs* | *Clima de bosque mesotérmico; temporada seca en invierno* |
| *Df* | *Clima de bosque de nieve microtérmico; constantemente húmedo; lluvia en todas las épocas del año* |
| *Dw* | *Clima de bosque de nieve microtérmico; temporada seca en invierno.* |

*Clasificación de la vegetación basada en el mapa de Küchler*

| | *TIPOS DE VEGETACIÓN* |
|---|---|
| *B* | *Arboles perennes de hoja ancha* |
| *Bzi* | *Arboles perennes de hoja ancha, tipo arbusto, altura mínima 1 m, creciendo solos o en grupos diseminados* |
| *D* | *Arboles de hoja caduca ancha* |
| *Dsi* | *Arboles de hoja caduca ancha tipo arbusto, altura mínima 1 m; las plantas con suficiente separación para que en su mayor parte no se toquen* |
| *Dsp* | *Arboles de hoja ancha caduca, tipo arbusto, altura mínima 1 m creciendo solos o en grupos esparcidos* |
| *E* | *Arboles perennes de hoja tipo aguja* |
| *G* | *Hierba y otras plantas herbáceas* |
| *GD* | *Hierba y otras plantas herbáceas; árboles de hoja ancha caduca* |
| *GDsp* | *Hierba y otras plantas herbáceas; árboles de hoja ancha caduca, tipo arbusto, altura mínima 1 m, creciendo solos o en grupos esparcidos* |
| *M* | *Mezclado; árboles de hoja ancha caduca y árboles perennes de hoja tipo aguja* |
| *S* | *Arboles semicaducos; de hoja perenne ancha y caduca* |
| *SE* | *Arboles semicaducos; de hoja perenne ancha y caduca; perennes de hoja tipo aguja* |

El valor promediado $I_{0(diario)}$ para un día cualquiera del año, se puede hallar analíticamente a partir de la ecuación:

$$I_{0(diario)} = \frac{24}{\pi} I_{extrat} \left( 1 + 0{,}033 \cos \frac{360\ Z}{365} \right) \left( \cos\lambda \cos\delta \operatorname{sen} \tau_s + \frac{2\ \pi\ \tau_s}{360} \operatorname{sen}\lambda \operatorname{sen}\delta \right)$$

siendo $I_{extrat}$ la constante solar extraterrestre.

*Tabla I.5.- Constantes climáticas y horas de Sol posibles en %*
*Las constantes climáticas a y b dependen de la localidad*

| *Localidad* | *Clima** | *Vegetación*** | *Horas de Sol posibles* | | *a* | *b* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | *Margen* | *Promedio* | | |
| *Albuquerque, New México* | *BS-BW* | *E* | *68-85* | *78* | *0,41* | *0,37* |
| *Atlanta, (USA).* | *Cf* | *M* | *45-71* | *59* | *0,38* | *0,26* |
| *Blue Hill, Mass.* | *Df* | *D* | *42-60* | *52* | *0,22* | *0,5* |
| *Brownsville,Tex.* | *BS* | *GDsp* | *47-80* | *62* | *0,35* | *0,31* |
| *Buenos Aires, Argentina* | *Cf* | *G* | *47-68* | *59* | *0,26* | *0,5* |
| *Charleston, S.C.* | *Cf* | *E* | *60-75* | *67* | *0,48* | *0,09* |
| *Darien, Manchuria* | *Dw* | *D* | *55-81* | *67* | *0,36* | *0,23* |
| *El Paso, Texas* | *BW* | *Dsi* | *78-88* | *84* | *0,54* | *0,2* |
| *Ely, Nevada* | *BW* | *Bzi* | *61-89* | *77* | *0,54* | *0,18* |
| *Hamburgo, Alemania* | *Cf* | *D* | *11-49* | *36* | *0,22* | *0,57* |
| *Honolulú, Hawai* | *Af* | *G* | *57-77* | *65* | *0,14* | *0,73* |
| *Madison, Wisconsin* | *Df* | *M* | *40-72* | *58* | *0,3* | *0,34* |
| *Malange, Angola* | *Aw Bs* | *GD* | *41-84* | *58* | *0,34* | *0,34* |
| *Miami, Florida* | *Aw* | *E-GD* | *56-71* | *65* | *0,42* | *0,22* |
| *Niza, Francia* | *Cs* | *SE* | *49-76* | *61* | *0,17* | *0,63* |
| *Poona, India* | *Am* | *S* | *25-49* | *37* | *0,3* | *0,51* |
| *Poona, India (Monzón Seco)* | *65-89* | *81* | *41* | *34* | | |
| *Stanleyville Congo* | *Af* | *B* | *34-56* | *48* | *0,28* | *0,39* |
| *Tamanrasset, Argelia* | *BW* | *Dsp* | *76-88* | *82* | *0,3* | *0,43* |

*Tabla I.6.- Algunos promedios mensuales de horas de Sol por día*

| Estación | Latitud | Alt. (m) | Anual | Ener | Febr | Marz | Abri | Mayo | Juni | Juli | Agos | Sept | Octu | Novi | Dici |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hong Kong | 22°N | 1 | 5,3 | 4,7 | 3,5 | 3,1 | 3,8 | 5 | 5,3 | 6,7 | 6,4 | 6,6 | 6,8 | 6,4 | 5,6 |
| Paris | 48°N | 50 | 5,1 | 2,1 | 2,8 | 4,9 | 7,4 | 7,1 | 7,6 | 8 | 6,8 | 5,6 | 4,5 | 2,3 | 1,6 |
| Bombay | 19°N | 1 | 7,4 | 9 | 9,3 | 9 | 9,1 | 9,3 | 5 | 3,1 | 2,5 | 5,4 | 7,7 | 9,7 | 9,6 |
| Sokoto (Nigeria) | 13°N | 107 | 8,8 | 9,9 | 9,6 | 8,8 | 8,9 | 8,4 | 9,5 | 7 | 6 | 7,9 | 9,6 | 10 | 9,8 |
| Perth (Australia) | 32°S | 20 | 7,8 | 10,4 | 9,8 | 8,8 | 7,5 | 5,7 | 4,8 | 5,4 | 6 | 7,2 | 8,1 | 9,6 | 10,4 |
| Madison | 43°N | 63 | 7,3 | 4,5 | 5,7 | 6,9 | 7,5 | 9,1 | 10,l | 9,8 | 10 | 8,6 | 7,2 | 4,2 | 3,9 |

Se han establecido algunos modelos estadísticos que permiten determinar diversos valores de $I_0$ definidos por las ecuaciones:

$$En\ condiciones\ normales: I_{0(media)} = 1230\ e^{\frac{-1}{3,8\ \cos(\theta_s - 1,6)}}$$

$$Con\ el\ cielo\ muy\ puro: I_{0(máxima)} = 1220\ e^{\frac{-1}{6\ \cos(\theta_s - 1)}}$$

$$En\ zonas\ industriales: I_{0(mínimo)} = 1260\ e^{\frac{-1}{2,3\ \cos(\theta_s - 3)}}$$

$$Para: \theta_s = 30°, resulta: \begin{cases} I_{0(media)} = 1230\ e^{\frac{-1}{3,8\cos(30 - 1,6)}} = 912\ W/m^2 \\ I_{0(máxima)} = 1220\ e^{\frac{-1}{6\cos(30 - 1)}} = 1006\ W/m^2 \\ I_{0(mínimo)} = 1260\ e^{\frac{-1}{2,3\cos(30 - 3)}} = 773\ W/m^2 \end{cases}$$

observándose que la variación puede ser considerable.

## I.8.- RADIACIÓN SOLAR SOBRE SUPERFICIES INCLINADAS

Para diseñar instalaciones de aprovechamiento solar, conviene convertir datos de radiación sobre una superficie horizontal, en datos de radiación sobre una superficie inclinada, tanto para la componente directa de la radiación, como para la difusa.

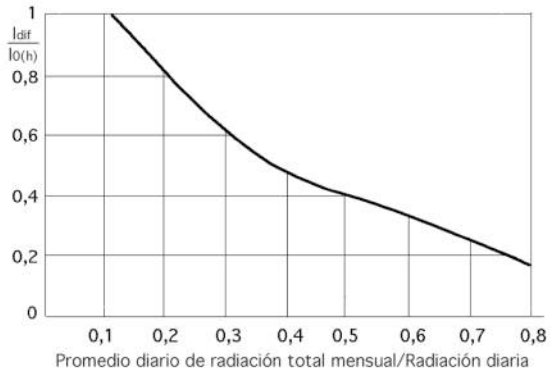



*Fig I.20.- Promedios mensuales de radiación difusa diaria y diaria total, como una función del índice promedio mensual de nubosidad (Liu y Jordan 1960)*

Si se supone que el Sol brilla uniformemente, de manera que tengamos una distribución igual durante el día y si adoptamos una curva standard de radiación para la irradiancia directa, que nos relacione la irradiancia normal directa con la altura cenital solar, se puede estimar la relación existente entre la radiación directa mensual sobre cualquier superficie plana inclinada y la correspondiente radiación directa media mensual sobre un plano horizontal.

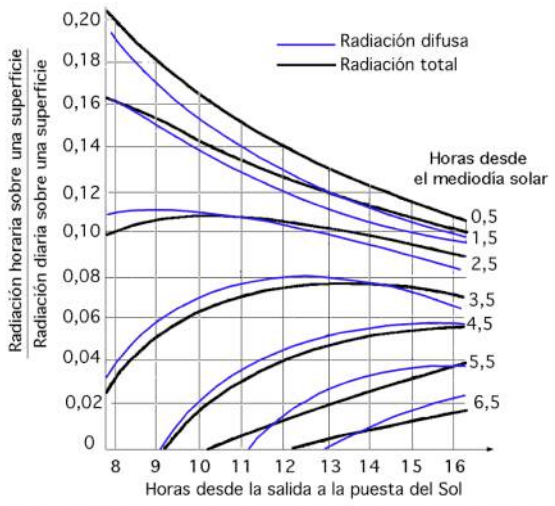



*Fig. I.21.- Relación entre la radiación horaria y la diaria, ambas sobre una superficie horizontal*

En la Fig I.20 se ha hecho una representación, con datos de cuatro localidades, de la relación entre los promedios mensuales de radiación difusa diaria y radiación total diaria, como una función del índice promedio mensual de nubosidad. En la Fig I.21 se ha hecho la representación correspondiente a la radiación horaria respecto a la diaria, ambas sobre una superficie horizontal, para diversos intervalos horarios entre la salida y puesta del Sol.

El proceso se simplifica aplicando la formulación trigonométrica que permite seguir el movimiento aparente del Sol, junto con la curva de radiación standard elegida, obteniéndose así los valores instantáneos de radiación sobre distintas superficies, en:

*a) Determinados intervalos de tiempo*

*b) Cualquier época del año, y*

*c) Distintos lugares*

obteniéndose de esta forma los gráficos de datos sobre irradiancia directa con el cielo sin nubes y el Sol brillante.

Se puede obtener una aproximación más sofisticada teniendo en cuenta los efectos de la turbidez de la atmósfera y su efecto sobre la radiación solar.

***Componente directa.-*** Analicemos en primer lugar la componente directa de la radiación. Sobre una superficie horizontal, la dirección de la radiación directa $I_0$ forma un ángulo $\theta_s$ con la vertical, siendo $I_{0(h)}$ su proyección sobre la misma. La normal a la superficie inclinada forma un ángulo $\theta_n$ con la vertical del lugar, que es el ángulo que la superficie forma con el plano horizontal; la proyección de la radiación directa $I_0$ sobre la normal a la superficie es $I_n$. Hay que suponer que en el hemisferio Norte la superficie inclinada está orientada al Sur.

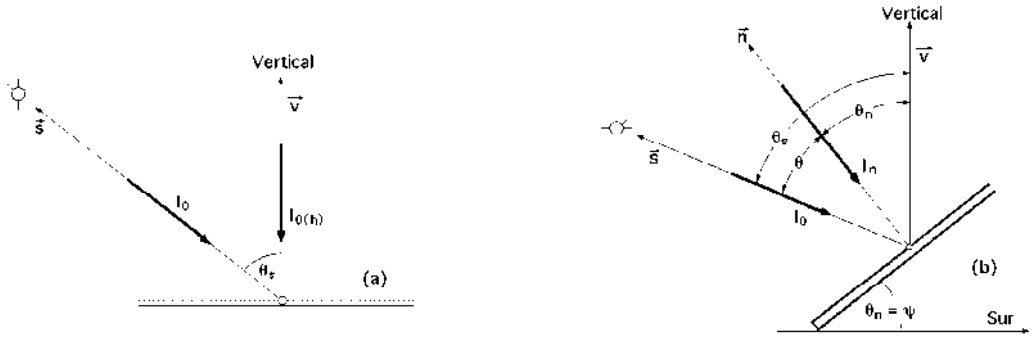



*Fig I.22.a.b.- Radiación directa solar sobre superficies horizontal e inclinada*

De acuerdo con las Fig.I.22.a,b se tiene: $\begin{cases} I_{0(h)} = I_0 \cos\theta_s \\ I_n = I_0 \cos(\theta_s - \theta_n) = I_0 \cos\theta_{s-n} \end{cases}$

La relación $\eta_D$ entre la radiación directa sobre la superficie inclinada $I_n$ y la de la superficie horizontal $I_{0(h)}$ viene dada en la siguiente forma:

$$\eta_D = \frac{I_n}{I_{0(h)}} = \frac{\cos\theta_{s-n}}{\cos\theta_s} = \frac{sen\,\delta\ sen(\lambda - \theta_n) + \cos\delta\ \cos(\lambda - \theta_n)\ \cos\tau}{sen\,\delta\ sen\,\lambda + \cos\delta\ \cos\lambda\ \cos\tau} =$$

$$= \frac{\cos\theta_s\ \cos\theta_n + sen\,\theta_s\ sen\,\theta_n}{\cos\ \theta_s} = \cos\theta_n + sen\,\theta_n\ tg\,\theta_s$$

***Componente difusa***.- Si la componente difusa de la radiación solar se extiende uniformemente por el cielo (nubosidad uniforme, días de bruma,...), resulta que la radiación difusa sobre una superficie inclinada va a depender de la parte de cielo que se vea desde esta superficie. Si además se supone que las propiedades del suelo y demás superficies vistas desde élla reflejan la radiación solar, constituyen una nueva fuente de radiación difusa (albedo), equivalente a la del cielo, por lo que la superficie inclinada recibirá la misma radiación difusa, sin que influya su orientación, por lo que el factor de corrección de la radiación difusa será siempre la unidad.

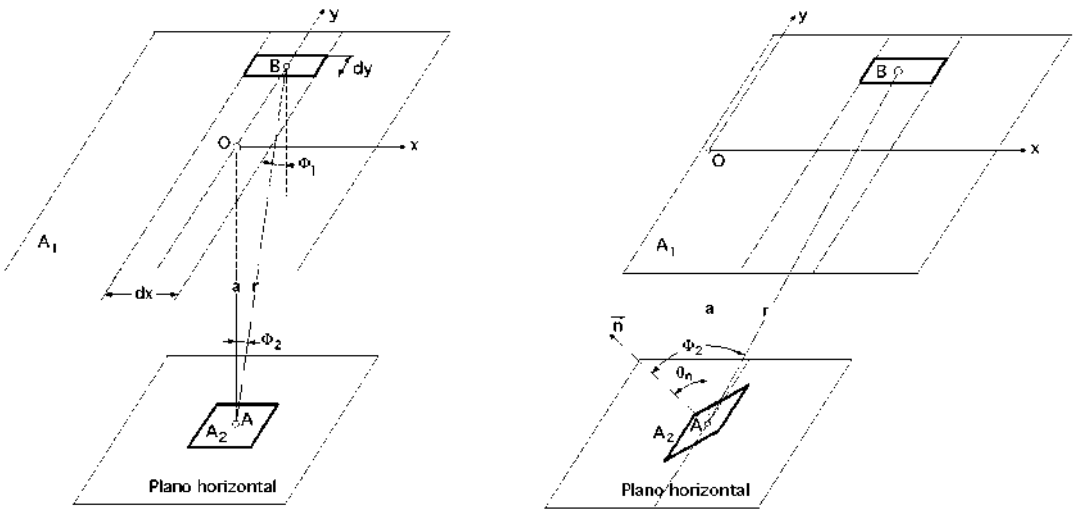



*Fig I.23.- Cálculo de la radiación difusa recibida por un plano de inclinación $q_n$*

En estas condiciones, para determinar la radiación difusa recibida sobre la superficie inclinada un ángulo $\theta_n$ con el cielo cubierto uniformemente, éste se puede representar por un plano horizontal indefinido $A_1$ que radía difusamente sobre el plano oblicuo de inclinación $\theta_n$ que contiene a la superficie $A_2$, Fig I.23. Sobre el plano $A_1$ se elige un origen de coordenadas O y direcciones (x,y); este plano se puede descomponer en una serie de bandas difusoras rectangulares uniformes e iguales, de anchura *dx*, y se va a determinar la influencia que cada una de ellas ejerce sobre una porción del

plano horizontal que contiene a la superficie $A_2$ distante $a$ del plano $A_1$, suponiendo que los puntos de referencia A y O están en la misma vertical. La banda considerada se descompone en franjas infinitesimales de anchura $dy$; si consideramos la franja situada en B de superficie $dA_1$, de ordenada $y$, y distancia (BA) = r, la radiación difusa que llega a $A_2$ procedente de $dA_1$ es:

$$dI_{dif\,(dA_1 \to A_2)} = \frac{\cos \Phi_1 \ \cos \Phi_2 \ A_2 \ dA_1}{r^2} = \left| \begin{array}{l} \Phi_1 = \Phi_2 \\ r^2 = a^2 + y^2 \ ; \ dA_1 = dx\ dy \end{array} \right| = \frac{\cos^2 \Phi \ dx \ dy \ A_2}{a^2 + y^2}$$

y la que envía la banda de anchura $dx$ y que llega a $A_2$ es:

$$I_{dif\,(dx \to A_2)} = \int \frac{\cos^2 \Phi \ dx \ A_2}{a^2 + y^2} \ dy = \left| \begin{array}{l} tg\, \Phi = \dfrac{y}{a} \\ dy = \dfrac{a \ d\Phi}{\cos^2 \Phi} \end{array} \right| = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{a \ dx \ A_2}{a^2 \,(1 + tg^2 \Phi)} \ d\Phi = \frac{\pi \ A_2}{2 \ a} \ dx$$

Si a continuación se supone que los puntos O y A no están en la misma vertical, la radiación difusa que envía la banda de anchura $dx$ y que llega a $A_2$ es:

$$I_{dif\,(dx \to A_2)} = \frac{\pi \ A_2}{2 \ r} \ \cos^2 \theta \ dx$$

y si el plano $A_2$ está inclinado un ángulo $\theta_n$:

$$I_{dif\,(dx \to A_2)} = \frac{\pi \ A_2}{2 \ r} \ \cos \theta_1 \cos \theta_2 \ dx = \left| \begin{array}{l} \theta_1 = \theta + \theta_n \\ dx \ \cos \theta = r \ d\theta \end{array} \right| = \frac{\pi \ A_2}{2} \ \cos (\theta + \theta_n) \ d\theta$$

$$I_{dif\,(A_1 \to A_2)} = \frac{\pi \ A_2}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2} - \theta_n} \cos \ (\theta + \theta_n) \ d\theta = \ldots = \frac{\pi \ A_2}{2} \ (1 + \cos u_n)$$

que es la radiación difusa que procedente del cielo llega a una superficie inclinada un ángulo $\theta_n$.

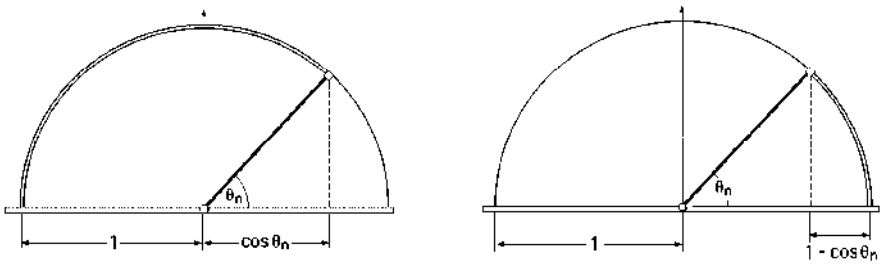



*Fig I.24.- Modelo para determinar la radiación total, difusa y albedo*

Para, $\theta_n = 0$, (superficie horizontal), la radiación difusa que del cielo llega a la superficie $A_2$ es:

$$I_{dif\,(h)} = \pi \ A_2$$

por lo que:

$$I_{dif\,(\,cielo \rightarrow A_2\,)} = I_{dif\,(\,h\,)}\ \frac{1 + \cos\theta_n}{2}$$

que es lo mismo que decir que una superficie inclinada un ángulo $\theta_n$ respecto a la horizontal ve una parte de la bóveda celeste, Fig I.24, dada por $\frac{1 + \cos\theta_n}{2}$ en la que el 2 del denominador es consecuencia de que sólo se ve la mitad de la bóveda celeste, hacia arriba.

Si la radiación solar difusa está distribuida uniformemente en el cielo, éste será también el factor de conversión para la radiación difusa incidente desde arriba.

En la práctica se puede considerar que la radiación difusa sobre un plano horizontal es la tercera parte de la radiación directa sobre el mismo plano.

***Albedo.-*** El albedo es la fracción de energía incidente difundida por un cuerpo luminoso.

Haciendo consideraciones semejantes a las de la radiación difusa, se puede suponer que el plano $A_2$ recoge también la radiación reflejada por el suelo, ya que la superficie inclinada ve una porción del mismo o de sus alrededores, y si el coeficiente de reflexión para la radiación difusa en ese entorno es $\rho$, la radiación reflejada por el suelo sobre la superficie inclinada, procedente del total de la radiación solar, será la radiación global $(I_0 + I_{difusa})_h$ sobre el plano horizontal, multiplicada por el albedo del suelo:

$$I_{albedo\,(\,suelo \rightarrow A_2\,)} = (I_0 + I_{difusa}\,)_h\ \frac{1 - \cos\theta_n}{2}\ \rho$$

*en la que:* $\frac{1 - \cos\theta_n}{2}$ *es el albedo del suelo.*

Las expresiones encontradas son teóricas porque la radiación difundida por el cielo no es isótropa, ya que varía con la altura del Sol. Si la turbidez de la atmósfera es grande, el máximo de radiación difusa se nota en las proximidades del Sol.

En las proximidades del mar hay que tener en cuenta la reflexión sobre la superficie del agua.

La radiación solar no se absorbe por completo por el suelo, en el que los diferentes colores indican reflexiones selectivas y difusas. La fracción de radiación absorbida varía con la longitud de onda; en una pradera es de $\begin{cases} 0{,}94, \text{ para } \lambda > 0{,}55\ \mu m \\ 0{,}78, \text{ para } \lambda < 0{,}55\ \mu m \end{cases}$

Algunos valores del albedo orientativos son*: Para un cuerpo negro es 0; para la nieve fresca es 0,9; para la nieve vieja es 0,6; para un suelo cubierto de nieve es 0,7; para un suelo sin nieve es 0,2; para un suelo limpio varía entre 0,15 y 0,25; para una pradera varía entre 0,25 y 0,75; para césped o hierba verde es 0,26; para un suelo cubierto de hojas es 0,3; para el mar es 0,05 en verano y 0,1 en invierno*

La componente difusa, suma de los dos efectos, es:

$$I_{dif} = I_{dif(h)} \frac{1 + \cos \theta_n}{2} + \{I_0 + I_{dif}\}_{hor} \frac{1 - \cos \theta_n}{2} \rho$$

***Radiación total***.- La radiación total sobre una superficie inclinada que incluye el albedo, es:

$$I_{Total} = I_{0\,(q_n)} + I_{dif} = \eta_D \; I_{0(h)} + I_{dif} = \eta_D \; I_{0(h)} + I_{dif(h)} \frac{1 + \cos \theta_n}{2} + \{I_0 + I_{dif}\}_{hor} \frac{1 - \cos \theta_n}{2} \rho$$

El factor eficaz de energía solar en la superficie inclinada respecto a la total horizontal, es:

$$\eta_{eficaz} = \frac{I_{0(h)}}{I_{T(h)}} \eta_D + \frac{I_{dif(h)}}{I_{T(h)}} \frac{1 + \cos \theta_n}{2} + \frac{1 - \cos \theta_n}{2} \rho$$

A medida que aumenta $\theta_n$ el sumando del albedo se va haciendo más importante.

Ninguna de estas aproximaciones es muy satisfactoria; un colector solar proporciona la fracción mayor de su aportación total de energía durante los períodos de tiempo de mayor radiación, argumento que resulta válido cuando se trabaja con colectores funcionando a temperaturas elevadas, estando previsto que no se produzca una captación útil de energía durante los largos períodos de nubosidad.

Para una superficie vertical la radiación difusa es igual a la suma de la mitad de la radiación difusa del cielo y de la mitad de la radiación global difundida por el suelo:

$$I_{dif(v)} = \frac{I_{dif(h)}}{2} + \frac{(I_0 + I_{dif})_{hor}}{2} \rho$$

En realidad, esta formulación es teórica por cuanto la radiación reflejada difusa se difunde en la atmósfera que, a su vez, la vuelve a difundir parcialmente hacia el suelo, es decir, la radiación difundida por el cielo no es isótropa.

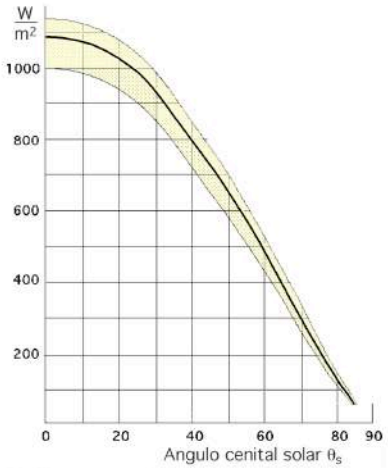



*Fig I.25.- Radiación total recibida por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar en condiciones medias y extremas de turbidez, para cielo claro sin nubes*

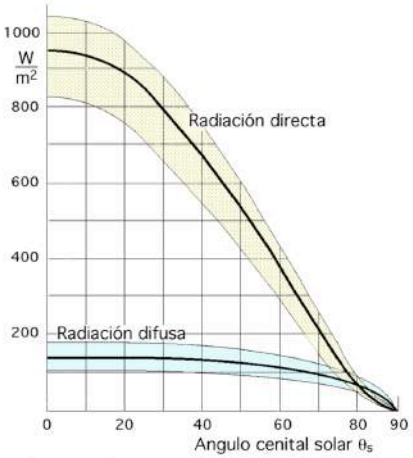



*Fig I.26.- Radiación directa y difusa recibidas por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar en condiciones medias y extremas de turbidez, para cielo claro sin nubes*

Para una nubosidad media, la redifusión es del orden del 10%, aumentando otro tanto la radiación total teórica.

***Radiación total sobre una superficie horizontal.-*** Unas expresiones empíricas que permiten evaluar la radiación total $I_{T(h)}$ son:

*Radiación global máxima* = $I_{T(h)\ máximo} = 1130\ (\cos\theta_s)^{1,15}$ *, para cielo muy limpio*

*Radiación global mínima* = $I_{T(h)\ mínimo} = 995\ (\cos\theta_s)^{1,25}$ *, para zona industrial*

*Radiación global media* = $I_{T(h)\ media} = 1080\ (\cos\theta_s)^{1,2}$

*La relación* $\frac{Radiación\ difusa}{Radiación\ total}$ *es muy sensible al coeficiente* $\sigma$ *de turbidez, Fig I.27.*

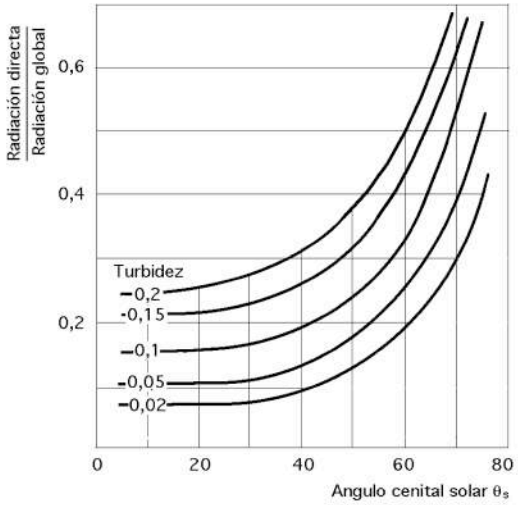



*Fig I.27.- Variación de la relación (Radiación directa/Radiación global) recibida por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar, para diversos valores de la turbidez atmosférica*

***Energía total recibida durante un día de cielo claro.-*** Se puede admitir un reparto energético senoidal de la radiación total en función del tiempo. Si la radiación energética máxima al mediodía es $I_{Tmáx}$, $\Delta t$ es la duración del día y $t$ es el tiempo, la energía recibida sobre una superficie a lo largo del día es:

$$H_{día} = I_{Tmáx} \int_0^{\Delta t} sen\ \frac{\pi\, t}{\Delta t}\ dt = \frac{2}{\pi}\ I_{Tmáx}\ \Delta t$$

## I.9.- EFECTO DE LA ORIENTACIÓN Y MOVIMIENTO DE LA SUPERFICIE RECEPTORA

La mayoría de los datos disponibles sobre radiación solar lo son para superficies horizontales, pero casi siempre es necesario conocer los efectos que origina la orientación de la superficie receptora; los métodos vistos anteriormente indican cómo se pueden calcular los efectos de la orientación de la superficie para períodos cortos. Para períodos largos, en localidades en las que no existen datos

sobre las variaciones estacionales de las condiciones atmosféricas, los cálculos sobre efectos de la radiación hay que basarlos en cálculos relativos a la radiación directa.

Para que un receptor realice una absorción de energía máxima anual deberá estar orientado al Sur, con una inclinación aproximadamente igual a la latitud del lugar $\theta_n = \lambda = \psi$. Para optimizar la captación en invierno, la inclinación hacia el Sur debe ser igual a ($\lambda$ + 10°) y en verano ($\lambda$ - 10°). En la Fig I.28 se ha hecho una representación de la radiación solar relativa anual sobre superficies fijas, con una inclinación ($\psi$ = 0,9 $\lambda$) y orientación Sur, desviadas un ángulo acimutal $\beta_s$ al Sureste.

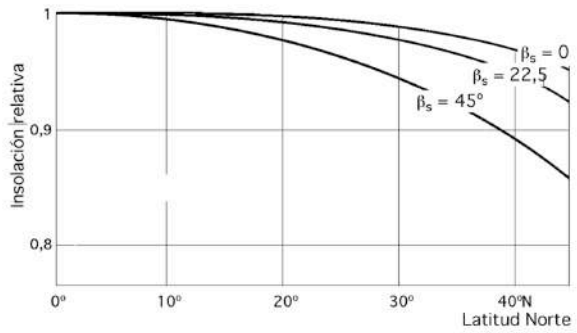



*Fig I.28*
*Radiación solar anual sobre superficies fijas inclinadas $\psi$ = 0,9 $\lambda$, orientación Sur, desviadas al sureste un ángulo $\beta_s$*

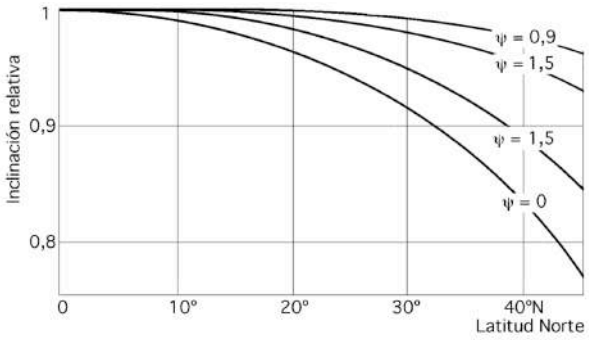



*Fig I.29*
*Radiación solar anual relativa sobre superficies fijas, con orientación hacia el Ecuador un ángulo $\psi$, $\beta_s$ = 0*

En la Fig I.29 se ha representado la radiación solar anual relativa sobre superficies fijas inclinadas un ángulo $\psi$ con orientación hacia el Ecuador, $\beta_s$ = 0.

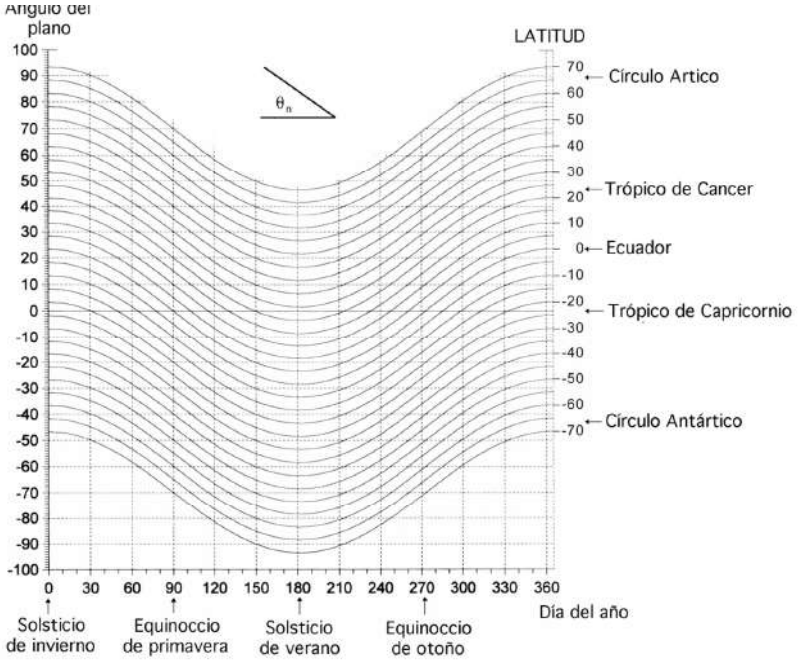



*Fig I.30.- Angulo de inclinación según el día del año y la latitud*

***Tablas de radiación e insolación***.- Las tablas de radiación proporcionan información lo suficientemente representativa del valor de la radiación solar en un determinado periodo de tiempo. Constituyen el método de consulta más efectivo cuando no se conocen datos de radiación instantánea; son datos recopilados por estaciones meteorológicas, utilizando la instrumentación adecuada.

*Tabla I.7.- Datos de Radiación Solar, (cal/cm² día), sobre una superficie horizontal; PROMEDIOS MENSUALES*

| | λ | Alt (m) | Anual | Ener | Febr | Marz | Abril | Mayo | Junio | Julio | Agos | Sept | Octub | Novi | Dici |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Madison | 43°N | 270 | 337 | 144 | 208 | 302 | 368 | 507 | 537 | 551 | 462 | 398 | 277 | 168 | 119 |
| Cancaneia (Brasil) | 25°S | 10 | 352 | 549 | 501 | 370 | 293 | 241 | 204 | 227 | 269 | 252 | 332 | 507 | 481 |
| Calcuta | 22°N | 0 | 681 | 532 | 617 | 701 | 781 | 784 | 817 | 816 | 800 | 645 | 624 | 557 | 501 |
| Tokio | 36°N | 0 | 261 | 190 | 231 | 274 | 312 | 343 | 303 | 336 | 338 | 254 | 202 | 185 | 169 |
| Yangambi (Congo) | 1°N | 140 | 410 | 409 | 450 | 458 | 446 | 438 | 396 | 352 | 361 | 408 | 410 | 423 | 373 |
| Dakar | 15°N | 0 | 522 | 460 | 538 | 633 | 627 | 619 | 580 | 512 | 456 | 464 | 449 | 452 | 470 |
| Pretoria | 26°S | 1418 | 475 | 610 | 520 | 490 | 410 | 360 | 340 | 360 | 430 | 500 | 530 | 570 | 580 |
| Canberra | 34°S | 177 | 424 | 619 | 546 | 443 | 344 | 264 | 205 | 228 | 303 | 426 | 505 | 594 | 637 |
| Atenas | 38°N | 0 | 385 | 186 | 264 | 341 | 459 | 477 | 590 | 624 | 554 | 468 | 287 | 200 | 166 |
| Lisboa | 39°N | 0 | 445 | 204 | 290 | 398 | 538 | 606 | 698 | 719 | 643 | 491 | 341 | 231 | 186 |
| Bruselas | 51°N | 0 | 238 | 56 | 108 | 206 | 346 | 406 | 441 | 406 | 354 | 251 | 158 | 76 | 47 |
| Estocolmo | 59°N | 0 | 241 | 29 | 78 | 201 | 308 | 467 | 517 | 500 | 392 | 243 | 112 | 32 | 18 |

*Tabla I.8.- Promedio de Radiación Horizontal por horas y mensual en una ciudad cuya latitud y clima son similares a Santander. Radiación en Langleys {1 lang = 4,186 Joules/cm² = 1 cal/cm²}, durante la hora que termina a las...*

| Mes | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Enero | | | 1 | 7 | 15 | 21 | 25 | 25 | 23 | 16 | 9 | 2 | | |
| Febrero | | | 4 | 13 | 21 | 28 | 32 | 34 | 31 | 24 | 15 | 6 | 1 | |
| Marzo | | 2 | 12 | 23 | 33 | 40 | 43 | 43 | 39 | 32 | 21 | 11 | 3 | |
| Abril | 1 | 8 | 17 | 27 | 36 | 43 | 47 | 44 | 41 | 33 | 26 | 17 | 2 | |
| Mayo | 5 | 15 | 27 | 39 | 49 | 55 | 58 | 58 | 54 | 45 | 35 | 25 | 14 | 5 |
| Junio | 7 | 17 | 29 | 42 | 65 | 59 | 63 | 61 | 58 | 51 | 41 | 31 | 19 | 8 |
| Julio | 7 | 18 | 31 | 43 | 54 | 61 | 64 | 63 | 58 | 52 | 43 | 31 | 18 | 7 |
| Agosto | 2 | 12 | 25 | 37 | 48 | 56 | 58 | 57 | 51 | 44 | 35 | 23 | 12 | 3 |
| Septiembre | | 5 | 18 | 31 | 43 | 51 | 55 | 54 | 49 | 42 | 29 | 17 | 6 | |
| Octubre | | 1 | 8 | 20 | 30 | 39 | 42 | 42 | 38 | 30 | 19 | 8 | 1 | |
| Noviembre | | | 2 | 10 | 19 | 25 | 29 | 29 | 25 | 18 | 9 | 2 | | |
| Diciembre | | | 1 | 6 | 13 | 18 | 22 | 22 | 19 | 12 | 6 | | | |

*Tabla I.9.- Valores medios mensuales de la radiación solar diaria total, $I_T$ en (kJ/m² día x 10⁶), sobre una superficie horizontal fuera de la atmósfera terrestre, $I_0$= 1,353 kW/m², en latitudes comprendidas entre 60°N y 30°S*

| Latitud | 60°N | 50°N | 40°N | 30°N | 20°N | 10°N | 0°N | 10°S | 20°S | 30°S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Enero | 3,4 | 9 | 15,1 | 21,1 | 26,7 | 31,7 | 35,9 | 39,3 | 41,4 | 42,5 |
| Febrero | 8,7 | 14,5 | 20,3 | 25,6 | 30,3 | 34,2 | 37,1 | 39 | 39,5 | 39,2 |
| Marzo | 17 | 22,5 | 27,3 | 31,3 | 34,4 | 36,4 | 37,4 | 37,2 | 35,9 | 33,4 |
| Abril | 27,1 | 30,9 | 34 | 36,4 | 37,5 | 37,5 | 36,2 | 34 | 30,9 | 26,7 |
| Mayo | 36,2 | 38 | 39,3 | 39,6 | 39 | 37,2 | 34,3 | 30,7 | 26,3 | 21,1 |
| Junio | 40,2 | 41,1 | 41,4 | 40,7 | 39,2 | 36,6 | 33,1 | 29 | 23,9 | 18,5 |
| Julio | 38 | 39,6 | 40,4 | 40,2 | 39 | 36,7 | 33,5 | 29,6 | 24,9 | 19,6 |
| Agosto | 31,2 | 34,1 | 36,3 | 37,6 | 37,9 | 37 | 35,2 | 32,5 | 28,7 | 23,9 |
| Septiembre | 21,3 | 26 | 30 | 33,3 | 35,6 | 36,7 | 36,7 | 35,7 | 33,4 | 30,3 |
| Octubre | 11,6 | 17,4 | 22,9 | 27,7 | 31,8 | 34,9 | 36,9 | 38 | 37,8 | 36,6 |
| Noviembre | 5 | 10,8 | 16,8 | 22,7 | 27,9 | 32,4 | 36,1 | 38,9 | 40,6 | 41,2 |
| Diciembre | 2,4 | 7,5 | 13,5 | 19,8 | 25,6 | 30,8 | 35,3 | 39 | 41,7 | 43,3 |

*Tabla I.10.- Efecto de la orientación de superficies para todo el año y valor de la radiación directa a 35° de latitud N*

| Orientación de la Superficie (Forma de seguimiento) | Radiación directa $10^6$ (kJ/m²) |
|---|---|
| Fija, horizontal | 5,34 |
| Fija, inclinada 35° al sur | 6,19 |
| Con ajuste continuo sobre un eje horizontal norte-sur | 7,43 |
| Con ajuste continuo sobre un eje paralelo al eje de la tierra | 8,14 |
| Con ajuste continuo sobre dos ejes con incidencia normal solar | 8,38 |

*Tabla I.11.- Promedio anual de horas de Sol en algunas capitales españolas, en base a datos de 10 años*

| Provincia | Enero | Febre | Marzo | Abril | Mayo | Junio | Julio | Agost | Sept. | Octub. | Novi. | Dicie. | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Albacete | 157 | 178 | 205 | 227 | 294 | 328 | 379 | 333 | 251 | 199 | 163 | 142 | 2.680 |
| Alicante | 185 | 199 | 225 | 254 | 311 | 340 | 363 | 326 | 252 | 197 | 180 | 176 | 3.013 |
| Almería | 188 | 189 | 221 | 251 | 314 | 329 | 360 | 333 | 264 | 220 | 183 | 167 | 3.022 |
| Badajoz | 158 | 177 | 180 | 263 | 304 | 347 | 396 | 362 | 280 | 227 | 169 | 145 | 3.015 |
| Barcelona | 157 | 171 | 181 | 216 | 239 | 287 | 318 | 291 | 200 | 170 | 174 | 127 | 2.504 |
| Burgos | 79 | 68 | 135 | 214 | 220 | 296 | 326 | 300 | 265 | 176 | 97 | 38 | 2.314 |
| Cádiz | 195 | 190 | 224 | 279 | 330 | 350 | 359 | 366 | 292 | 244 | 190 | 183 | 3.207 |
| Castellón | 160 | 177 | 203 | 233 | 273 | 300 | 331 | 295 | 241 | 191 | 163 | 162 | 2.732 |
| Ciudad Real | 140 | 164 | 188 | 228 | 302 | 344 | 399 | 353 | 260 | 202 | 155 | 120 | 2.860 |
| La Coruña | 100 | 117 | 140 | 174 | 217 | 220 | 257 | 244 | 173 | 151 | 115 | 89 | 2.005 |
| Gerona | 151 | 153 | 186 | 194 | 249 | 254 | 298 | 271 | 208 | 175 | 151 | 130 | 2.425 |
| Granada | 154 | 166 | 236 | 195 | 235 | 260 | 329 | 320 | 245 | 199 | 152 | 130 | 2.627 |
| Huelva | 146 | 159 | 176 | 225 | 286 | 307 | 349 | 327 | 265 | 207 | 149 | 148 | 2.747 |
| Jaén | 150 | 103 | 194 | 222 | 278 | 318 | 352 | 325 | 256 | 200 | 165 | 154 | 2.721 |
| León | 162 | 161 | 199 | 255 | 273 | 285 | 368 | 339 | 244 | 197 | 154 | 119 | 2.763 |
| Lérida | 114 | 179 | 219 | 252 | 288 | 283 | 353 | 292 | 252 | 206 | 138 | 89 | 2.668 |
| Logroño | 113 | 125 | 170 | 170 | 221 | 231 | 295 | 262 | 207 | 155 | 116 | 95 | 2.165 |
| Madrid | 160 | 173 | 204 | 228 | 290 | 330 | 361 | 353 | 261 | 209 | 164 | 150 | 2.888 |
| Málaga | 190 | 186 | 190 | 232 | 315 | 337 | 359 | 338 | 261 | 214 | 181 | 168 | 2.982 |
| Palencia | 96 | 144 | 178 | 224 | 282 | 293 | 423 | 327 | 241 | 184 | 133 | 101 | 2.632 |
| Palma de Mallorca | 161 | 175 | 205 | 220 | 298 | 309 | 352 | 329 | 243 | 195 | 152 | 139 | 2.783 |
| Pamplona | 75 | 107 | 142 | 182 | 228 | 224 | 309 | 265 | 215 | 161 | 105 | 70 | 2.078 |
| Salamanca | 122 | 158 | 189 | 242 | 280 | 313 | 371 | 336 | 258 | 192 | 143 | 108 | 2.718 |
| St.Cruz Tenerife | 161 | 170 | 224 | 227 | 292 | 314 | 332 | 307 | 251 | 210 | 156 | 160 | 2.809 |
| San Sebastian | 91 | 107 | 150 | 150 | 198 | 189 | 205 | 211 | 163 | 140 | 97 | 81 | 1.788 |
| Santander | 84 | 105 | 151 | 173 | 200 | 183 | 204 | 192 | 158 | 139 | 95 | 80 | 1.768 |
| Sevilla | 177 | 184 | 107 | 236 | 296 | 317 | 359 | 338 | 273 | 201 | 171 | 163 | 2.783 |
| Soria | 131 | 151 | 187 | 212 | 268 | 271 | 354 | 324 | 242 | 187 | 140 | 122 | 2.594 |
| Valencia | 155 | 169 | 187 | 209 | 259 | 273 | 314 | 279 | 230 | 183 | 144 | 141 | 2.549 |
| Valladolid | 104 | 148 | 197 | 241 | 252 | 306 | 375 | 345 | 257 | 206 | 144 | 90 | 2.700 |
| Vitoria | 58 | 90 | 146 | 134 | 190 | 175 | 234 | 229 | 180 | 131 | 72 | 56 | 1.700 |
| Zamora | 116 | 162 | 199 | 236 | 298 | 322 | 389 | 337 | 265 | 209 | 163 | 87 | 2.788 |
| Zaragoza | 148 | 183 | 214 | 242 | 288 | 305 | 360 | 330 | 251 | 203 | 146 | 116 | 2.791 |

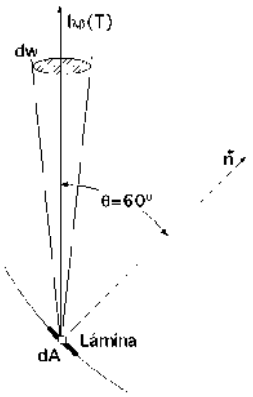
*Tabla I.12.- Temperaturas medias mensuales de diversas poblaciones de España en °C*

| Provincia | Enero | Febrer | Marzo | Abril | Mayo | Junio | Julio | Agosto | Septi | Octubr | Noviem | Diciem |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Alava | 4,6 | 5,4 | 8,6 | 10,4 | 13 | 16,6 | 18,8 | 19,4 | 16,8 | 12,7 | 8,3 | 5,4 |
| Albacete | 4,2 | 5,6 | 9 | 11 | 15,3 | 21,6 | 24,1 | 23,8 | 17,8 | 13,7 | 8,7 | 5,2 |
| Alicante | 11 | 11,8 | 14 | 15,9 | 19 | 22,8 | 25,5 | 26,1 | 23,7 | 19,3 | 15,2 | 12 |
| Almería | 11,7 | 11,8 | 14,1 | 16,1 | 18,4 | 22 | 24,7 | 25,3 | 23,4 | 19,4 | 15,6 | 12,8 |
| Avila | 2,4 | 3,3 | 6,3 | 8,7 | 12,2 | 16,4 | 20 | 19,8 | 16,3 | 10,6 | 6 | 3,2 |
| Badajoz | 8,6 | 9,9 | 12,7 | 15,2 | 18 | 22,8 | 25,8 | 25,5 | 22,6 | 17,8 | 12,6 | 9,1 |
| Baleares | 10,6 | 10,5 | 12,2 | 14,5 | 17,4 | 21,4 | 24,1 | 24,5 | 22,6 | 18,4 | 14,3 | 11,6 |
| Barcelona | 9,4 | 9,9 | 12,3 | 14,6 | 17,7 | 21,6 | 24,4 | 24,2 | 21,7 | 17,5 | 13,5 | 10,2 |
| Burgos | 2,5 | 4,8 | 7,1 | 9,2 | 12,2 | 16,2 | 19 | 18,8 | 16,2 | 11,3 | 6,5 | 3,4 |
| Cáceres | 7,7 | 9,1 | 11,7 | 14,4 | 17,4 | 22,5 | 26 | 25,6 | 22,3 | 16,9 | 11,7 | 8,1 |
| Cádiz | 11,4 | 12,5 | 14,6 | 16,6 | 18,9 | 22,2 | 24,5 | 24,9 | 23,4 | 19,5 | 15,6 | 12,5 |
| Castellón | 10,4 | 11,1 | 13,1 | 14,9 | 17,8 | 21,6 | 24,3 | 24,7 | 22,6 | 18,6 | 14,3 | 11,1 |
| Ciudad Real | 5,4 | 7,3 | 10,4 | 12,9 | 15,3 | 21,2 | 25,5 | 24,8 | 21 | 14,8 | 8,9 | 6,2 |
| Córdoba | 9,1 | 10,7 | 13,5 | 16,3 | 19,4 | 24,4 | 27,9 | 27,6 | 24,3 | 18,6 | 13,6 | 9,6 |
| Coruña | 9,9 | 9,8 | 11,5 | 12,4 | 14 | 16,5 | 18,2 | 18,9 | 17,8 | 15,3 | 12,4 | 10,2 |
| Cuenca | 3,1 | 4,2 | 7,3 | 10 | 13,3 | 18,1 | 21,9 | 21,4 | 18 | 12 | 7,2 | 4,1 |
| Gerona | 7,1 | 8,4 | 11,1 | 13,4 | 16,8 | 20,7 | 23,5 | 23,3 | 20,9 | 16 | 11,3 | 8 |
| Granada | 7 | 8,4 | 11 | 13,3 | 16,3 | 21,8 | 25,7 | 25,3 | 21,8 | 16 | 11,6 | 7,7 |
| Guadalajara | 3,5 | 5,9 | 9,5 | 11,9 | 15,6 | 20,2 | 24,3 | 23,5 | 19,8 | 13,7 | 8,4 | 5,5 |
| Guipúzcoa | 7,8 | 7,7 | 10,7 | 11,8 | 10,5 | 16,8 | 15,1 | 19 | 18,1 | 14,7 | 10,7 | 8 |
| Huelva | 11,1 | 12,3 | 14,4 | 18,4 | 18,9 | 22,4 | 25 | 25,2 | 23,3 | 19,4 | 15,2 | 11,9 |
| Huesca | 4,6 | 6,1 | 10,2 | 12,5 | 15,9 | 19,9 | 22,8 | 22,5 | 19,3 | 14 | 8,9 | 5,4 |
| Jaén | 8,2 | 9,6 | 12,3 | 14,1 | 18,3 | 23,8 | 27,7 | 27,3 | 23,4 | 17,6 | 12,7 | 8,9 |
| León | 2,8 | 4,2 | 7,6 | 9,9 | 12,5 | 17,2 | 19,7 | 19,5 | 16,6 | 11,8 | 7 | 3,6 |
| Lérida | 4,9 | 9,5 | 11,3 | 11,9 | 16,1 | 19,6 | 24,1 | 24,4 | 21,9 | 14,9 | 8,3 | 7,3 |
| Logroño | 5,1 | 6,5 | 9,7 | 11,9 | 14,9 | 19,1 | 21,8 | 21,5 | 19 | 13,8 | 8,9 | 6,1 |
| Lugo | 6 | 6,9 | 9,4 | 11 | 13,1 | 16,3 | 18,1 | 16,8 | 16,6 | 13,2 | 8,8 | 6,2 |
| Madrid | 4,9 | 6,5 | 10 | 13 | 15,7 | 20,6 | 24,2 | 23,6 | 19,8 | 14 | 8,9 | 5,6 |
| Málaga | 12,5 | 12,9 | 15 | 16,3 | 19,3 | 22,8 | 25,2 | 25,6 | 23,5 | 19,7 | 15,8 | 13,3 |
| Murcia | 10,7 | 11,6 | 14,2 | 16 | 19,5 | 23,4 | 26 | 26,3 | 23,8 | 18,9 | 14,4 | 11,6 |
| Navarra | 4,6 | 5,4 | 9 | 11,1 | 14,4 | 17,8 | 20,2 | 19,7 | 18,3 | 13,4 | 8,2 | 5,5 |
| Orense | 6,6 | 7,2 | 10,7 | 12,6 | 16,1 | 19,1 | 21,8 | 21,2 | 18,7 | 13,9 | 9,5 | 7,3 |
| Palencia | 3,3 | 4,6 | 8,2 | 10,5 | 13,5 | 18,1 | 21 | 20,8 | 17,6 | 12,2 | 7,2 | 3,9 |
| Oviedo | 9,3 | 9,4 | 11,3 | 12,3 | 14,1 | 17 | 19,6 | 19,5 | 18,1 | 15,1 | 12 | 10,1 |
| Las Palmas | 18,3 | 19,6 | 19,1 | 19,6 | 20,3 | 21,4 | 23,8 | 23,6 | 25,9 | 23,3 | 22,1 | 19,9 |
| Pontevedra | 9,2 | 10,1 | 12,3 | 14,2 | 15,6 | 18,1 | 20,2 | 20,5 | 18,2 | 14,9 | 11,9 | 9,5 |
| Salamanca | 3,7 | 4,9 | 8,1 | 10,5 | 13,7 | 18,4 | 21,5 | 21,2 | 18,1 | 11,9 | 7,4 | 4,2 |
| St. Cruz Tenerife | 17,4 | 17,5 | 18,2 | 19,2 | 20,4 | 22,4 | 24,2 | 24,7 | 24,1 | 22,7 | 20,5 | 18,4 |
| Santander | 9,3 | 9,2 | 11,5 | 12,3 | 14,2 | 16,9 | 18,8 | 19,3 | 18,2 | 15,3 | 12,2 | 9,9 |
| Segovia | 2,4 | 4 | 7,6 | 10,1 | 13,2 | 18,2 | 21,7 | 21,3 | 17,5 | 11,8 | 6,6 | 3,1 |
| Sevilla | 10,5 | 12,3 | 14,6 | 17,2 | 19,9 | 24,8 | 27,9 | 27,8 | 24,8 | 19,8 | 15 | 11,4 |
| Soria | 2,3 | 3,5 | 6,6 | 8,9 | 11,9 | 16,5 | 19,6 | 19,5 | 16,4 | 10,9 | 6,2 | 3,1 |
| Tarragona | 8,9 | 10,1 | 11,6 | 13,7 | 16,6 | 20,3 | 22,9 | 23,2 | 21,1 | 17,7 | 13,2 | 10,3 |
| Teruel | 1,6 | 3,5 | 6,7 | 9,1 | 12,9 | 17,2 | 19,2 | 18,9 | 16,7 | 11,1 | 6,6 | 3,3 |
| Toledo | 5,9 | 7,4 | 10,6 | 13,4 | 16,9 | 22,1 | 26,1 | 25,3 | 21,2 | 15,2 | 9,9 | 6,4 |
| Valencia | 10,3 | 11 | 13,1 | 14,8 | 17,8 | 21,9 | 23,9 | 24,5 | 22,4 | 18,3 | 14,4 | 11,1 |
| Valladolid | 3,3 | 5,1 | 8,6 | 11 | 14,1 | 18,5 | 21,3 | 20,4 | 17,8 | 12,9 | 7,7 | 4,4 |
| Vizcaya | 7,5 | 11,4 | 10,8 | 11,5 | 13,7 | 16,2 | 18,4 | 19,3 | 18,3 | 15,8 | 11,9 | 12,2 |
| Zamora | 3,8 | 5,3 | 8,6 | 11,2 | 14,2 | 18,6 | 21,6 | 21,2 | 18 | 12,8 | 7,5 | 4,3 |
| Zaragoza | 6,1 | 7,6 | 11,3 | 13,7 | 17 | 21,2 | 23,1 | 23,7 | 20,6 | 15,4 | 10,2 | 6,7 |

*Tabla I.13.- Horas de insolación medias mensuales de diversas poblaciones de España*

| | Enero | | Febrero | | Marzo | | Abril | | Mayo | | Junio | | Julio | | Agosto | | Septbre | | Octubre | | Novbre | | Dicbre | | Media año | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *LATITUD: 28* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| TENERIFE | 308 | 345 | 323 | 370 | 452 | 442 | 537 | 487 | 653 | 560 | 657 | 521 | 748 | 629 | 660 | 579 | 527 | 494 | 404 | 432 | 257 | 324 | 222 | 310 | 475 | 474 |
| LAS PALMAS | 222 | 294 | 259 | 297 | 427 | 417 | 410 | 372 | 535 | 459 | 453 | 359 | 570 | 479 | 434 | 381 | 468 | 439 | 334 | 357 | 242 | 305 | 190 | 266 | 379 | 378 |
| *LATITUD: 37* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ALMERíA | 189 | 234 | 290 | 320 | 377 | 368 | 425 | 375 | 546 | 446 | 546 | 430 | 587 | 472 | 488 | 420 | 452 | 420 | 334 | 351 | 223 | 268 | 185 | 239 | 386 | 374 |
| CADIZ | 166 | 206 | 261 | 288 | 373 | 365 | 427 | 376 | 523 | 428 | 536 | 422 | 621 | 499 | 525 | 452 | 426 | 395 | 331 | 347 | 203 | 244 | 172 | 222 | 380 | 368 |
| GRANADA | 155 | 192 | 240 | 265 | 345 | 337 | 455 | 401 | 528 | 432 | .597 | 470 | 673 | 541 | 586 | 505 | 466 | 433 | 291 | 305 | 193 | 232 | 149 | 192 | 389 | 376 |
| HUELVA | 177 | 219 | 279 | 308 | 399 | 390 | 467 | 412 | 594 | 486 | 614 | 483 | 712 | 572 | 626 | 539 | 524 | 486 | 362 | 380 | 216 | 260 | 180 | 232 | 429 | 415 |
| MALAGA | 194 | 240 | 292 | 322 | 382 | 373 | 445 | 392 | 567 | 464 | 574 | 452 | 634 | 510 | 550 | 474 | 462 | 429 | 336 | 353 | 214 | 258 | 189 | 244 | 403 | 390 |
| SEVILLA | 154 | 191 | 233 | 257 | 356 | 348 | 458 | 404 | 529 | 433 | 565 | 445 | 598 | 481 | 565 | 487 | 427 | 396 | 297 | 312 | 186 | 224 | 143 | 185 | 376 | 364 |
| *LATITUD: 38* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ALICANTE | 204 | 251 | 311 | 341 | 393 | 382 | 429 | 377 | 577 | 469 | 561 | 439 | 620 | 496 | 532 | 453 | 435 | 409 | 329 | 344 | 220 | 264 | 183 | 232 | 399 | 384 |
| CORDOBA | 152 | 187 | 235 | 258 | 358 | 348 | 461 | 405 | 532 | 432 | 633 | 495 | 705 | 564 | 638 | 543 | 514 | 484 | 299 | 313 | 191 | 229 | 151 | 192 | 405 | 390 |
| JAEN | 150 | 185 | 237 | 260 | 351 | 341 | 432 | 380 | 483 | 393 | 584 | 457 | 642 | 514 | 581 | 495 | 470 | 442 | 278 | 291 | 186 | 223 | 151 | 192 | 378 | 364 |
| MURCIA | 275 | 339 | 430 | 471 | 416 | 405 | 476 | 419 | 598 | 486 | 622 | 286 | 693 | 555 | 568 | 483 | 453 | 426 | 341 | 317 | 221 | 265 | 193 | 245 | 274 | 264 |
| *LATITUD: 39* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ALBACETE | 148 | 180 | 234 | 256 | 338 | 329 | 467 | 409 | 506 | 410 | 588 | 457 | 638 | 501 | 548 | 460 | 446 | 416 | 272 | 282 | 171 | 199 | 136 | 170 | 374 | 357 |
| BADAJOZ | 144 | 175 | 229 | 250 | 353 | 343 | 473 | 414 | 538 | 435 | 607 | 472 | 680 | 534 | 640 | 537 | 500 | 467 | 303 | 314 | 183 | 213 | 139 | 174 | 399 | 380 |
| CACERES | 145 | 177 | 230 | 251 | 357 | 347 | 485 | 424 | 554 | 448 | 643 | 500 | 760 | 597 | 699 | 587 | 534 | 498 | 305 | 316 | 184 | 215 | 140 | 175 | 419 | 400 |
| CIUD. REAL | 149 | 182 | 231 | 253 | 345 | 336 | 456 | 399 | 494 | 400 | 533 | 414 | 577 | 453 | 541 | 454 | 461 | 430 | 283 | 294 | 180 | 210 | 137 | 171 | 365 | 348 |
| VALENCIA | 182 | 222 | 280 | 306 | 366 | 356 | 393 | 344 | 478 | 387 | 470 | 365 | 531 | 417 | 434 | 364 | 393 | 367 | 298 | 309 | 195 | 227 | 164 | 205 | 349 | 333 |
| *LATITUD: 40* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| CASTELLON | 197 | 238 | 310 | 336 | 390 | 379 | 419 | 366 | 498 | 400 | 502 | 386 | 573 | 449 | 458 | 384 | 406 | 376 | 328 | 340 | 209 | 242 | 181 | 224 | 372 | 353 |
| CUENCA | 137 | 165 | 205 | 222 | 326 | 317 | 434 | 379 | 461 | 371 | 526 | 405 | 639 | 501 | 558 | 468 | 451 | 418 | 273 | 283 | 166 | 193 | 124 | 154 | 358 | 340 |
| MADRID | 180 | 224 | 345 | 374 | 350 | 340 | 467 | 408 | 509 | 409 | 581 | 447 | 663 | 520 | 602 | 505 | 473 | 438 | 281 | 291 | 168 | 195 | 130 | 161 | 396 | 376 |
| P. MALLORCA | 173 | 209 | 272 | 295 | 346 | 337 | 383 | 334 | 479 | 385 | 517 | 398 | 565 | 443 | 457 | 383 | 390 | 361 | 300 | 311 | 198 | 230 | 159 | 197 | 353 | 335 |
| TERUEL | 140 | 169 | 204 | 221 | 312 | 304 | 400 | 349 | 432 | 347 | 477 | 367 | 500 | 392 | 489 | 410 | 414 | 383 | 263 | 272 | 165 | 191 | 119 | 147 | 326 | 309 |
| TOLEDO | 142 | 171 | 235 | 255 | 351 | 341 | 482 | 421 | 524 | 421 | 592 | 456 | 699 | 548 | 637 | 534 | 482 | 446 | 288 | 298 | 168 | 195 | 120 | 149 | 393 | 373 |
| *LATITUD: 41* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| AVILA | 141 | 169 | 218 | 236 | 332 | 323 | 431 | 375 | 465 | 371 | 532 | 407 | 631 | 493 | 629 | 531 | 470 | 435 | 271 | 280 | 160 | 184 | 122 | 150,( | 366 | 346 |
| BARCELONA | 178 | 213 | 275 | 297 | 340 | 331 | 378 | 329 | 458 | 366 | 456 | 349 | 524 | 410 | 449 | 379 | 367 | 340 | 298 | 308 | 192 | 221 | 164 | 202 | 339 | 321 |
| GUADALAJARA | 138 | 165 | 215 | 232 | 336 | 327 | 443 | 386 | 465 | 371 | 543 | 415 | 627 | 490 | 611 | 516 | 457 | 423 | 286 | 295 | 159 | 183 | 125 | 154 | 367 | 347 |
| SALAMANCA | 143 | 171 | 230 | 249 | 322 | 313 | 426 | 371 | 472 | 377 | 514 | 393 | 573 | 448 | 560 | 473 | 444 | 411 | 268 | 277 | 157 | 181 | 113 | 139 | 352 | 333 |
| SEGOVIA | 135 | 161 | 214 | 231 | 333 | 324 | 464 | 404 | 506 | 404 | 542 | 414 | 617 | 482 | 618 | 522 | 470 | 435 | 281 | 290 | 160 | 184 | 122 | 150 | 372 | 352 |
| TARRAGONA | 178 | 213 | 271 | 293 | 343 | 334 | 369 | 321 | 435 | 347 | 431 | 330 | 502 | 392 | 434 | 367 | 350 | 424 | 296 | 306 | 193 | 222 | 159 | 196 | 330 | 312 |
| ZAMORA | 126 | 151 | 214 | 231 | 326 | 317 | 415 | 361 | 551 | 440 | 498 | 381 | 539 | 421 | 521 | 440 | 419 | 388 | 265 | 274 | 157 | 181 | 110 | 135 | 345 | 326 |
| *LATITUD: 42* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| BURGOS | 112 | 133 | 182 | 196 | 292 | 284 | 376 | 326 | 426 | 339 | 462 | 351 | 506 | 393 | 465 | 387 | 393 | 364 | 244 | 251 | 140 | 160 | 103 | 125 | 308 | 289 |
| GERONA | 175 | 207 | 261 | 281 | 359 | 349 | 385 | 334 | 450 | 358 | 446 | 339 | 536 | 416 | 439 | 366 | 362 | 335 | 293 | 302 | 190 | 217 | 166 | 202 | 338 | 318 |
| HUESCA | 146 | 173 | 234 | 252 | 358 | 348 | 462 | 400 | 493 | 392 | 527 | 400 | 541 | 420 | 495 | 412 | 417 | 386 | 271 | 279 | 171 | 196 | 121 | 147 | 353 | 332 |
| LERIDA | 145 | 172 | 249 | 268 | 586 | 570 | 487 | 422 | 522 | 415 | 546 | 415 | 578 | 448 | 517 | 431 | 427 | 395 | 294 | 303 | 167 | 191 | 117 | 142 | 386 | 363 |
| LOGROÑO | 131 | 155 | 204 | 219 | 333 | 324 | 385 | 334 | 429 | 341 | 439 | 333 | 485 | 376 | 450 | 375 | 384 | 356 | 250 | 257 | 155 | 177 | 113 | 138 | 313 | 294 |
| ORENSE | 115 | 136 | 178 | 191 | 282 | 274 | 337 | 292 | 383 | 305 | 396 | 301 | 410 | 318 | 374 | 311 | 342 | 317 | 226 | 233 | 136 | 156 | 107 | 130 | 273 | 257 |
| PALENCIA | 129 | 153 | 217 | 233 | 330 | 321 | 430 | 373 | 476 | 378 | 519 | 394 | 568 | 441 | 515 | 429 | 420 | 389 | 266 | 274 | 158 | 181 | 111 | 135 | 344 | 323 |
| PONTEVEDRA | 140 | 166 | 219 | 235 | 343 | 334 | 365 | 316 | 422 | 336 | 445 | 338 | 492 | 382 | 433 | 361 | 361 | 334 | .304 | 313 | 175 | 200 | 147 | 179 | 320 | 301 |
| SORIA | 130 | 154 | 185 | 199 | 306 | 298 | 395 | 342 | 464 | 369 | 480 | 365 | 552 | 428 | 504 | 420 | 408 | 378 | 252 | 260 | 153 | 175 | 118 | 144 | 329 | 309 |
| VALLADOLID | 124 | 147 | 219 | 235 | 350 | 340 | 445 | 386 | 495 | 394 | 540 | 410 | 616 | 478 | 567 | 472 | 459 | 425 | 283 | 291 | 160 | 183 | 109 | 133 | 364 | 342 |
| ZARAGOZA | 145 | 172 | 247 | 265 | 379 | 369 | 386 | 334 | 554 | 440 | 556 | 422 | 564 | 438 | 522 | 435 | 436 | 404 | 276 | 284,2 | 166 | 190 | 137 | 167 | 364 | 342 |
| *LATITUD: 43* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| BILBAO | 140 | 165 | 193 | 205 | 279 | 271 | 276 | 238 | 352 | 278 | 344 | 259 | 387 | 297 | 319 | 264 | 308 | 285 | 251 | 258 | 149 | 169 | 130 | 156 | 260 | 243 |
| LA CORUÑA | 139 | 163 | 200 | 212 | 285 | 277 | 282 | 244 | 359 | 284 | 370 | 279 | 397 | 305 | 349 | 289 | 339 | 313 | 278 | 285 | 161 | 183 | 133 | 160 | 278 | 260 |
| LEON | 123 | 145 | 206 | 219 | 333 | 323 | 423 | 365 | 474 | 375 | 502 | 378 | 560 | 430 | 483 | 399 | 445 | 411 | 255 | 262 | 159 | 180 | 116 | 139 | 339 | 316 |
| OVIEDO | 139 | 164 | 193 | 205 | 275 | 267 | 283 | 244 | 357 | 282 | 344 | 259 | 416 | 320 | 338 | 279 | 307 | 284 | 255 | 262 | 149 | 169 | 128 | 154 | 265 | 247 |
| PAMPLONA | 121 | 143 | 180 | 191 | 312 | 303 | 351 | 303 | 414 | 327 | 446 | 336 | 482 | 370 | 422 | 349 | 405 | 374 | 257 | 264 | 146 | 166 | 113 | 136 | 304 | 284 |
| S. SEBASTIAN | 139 | 164 | 192 | 204 | 281 | 273 | 272 | 235 | 346 | 274 | 385 | 290 | 380 | 292 | 310 | 256 | 313 | 289 | 261 | 268 | 154 | 148 | 130 | 156 | 259 | 242 |
| SANTANDER | 140 | 165 | 196 | 208 | 276 | 268 | 280 | 242 | 363 | 287 | 344 | 259 | 399 | 307 | 323 | 267 | 307 | 284 | 260 | 267 | 152 | 173 | 135 | 162 | 264 | 246 |
| VITORIA | 119 | 140 | 168 | 178 | 270 | 262 | 319 | 276 | 364 | 288 | 385 | 290 | 404 | 311 | 395 | 327 | 234 | 318 | 434 | 240 | 134 | 152 | 104 | 125 | 270 | 252 |

## I.10.- APLICACIONES NUMÉRICAS




*Ejemplo I.1.- Una lámina de área dA=2 m² está colocada sobre una cavidad esférica que se encuentra a 800°K. Determinar:*
*a) La energía radiativa que atraviesa la lámina*
*b) La energía radiativa por unidad de ángulo sólido en la dirección que forma un ángulo de 60° con la normal a la superficie.*

---

RESOLUCIÓN
a) Energía radiativa que atraviesa la lámina

$$Q = \sigma\, dA\, T_1^4 = 5{,}67.10^{-8}\,\frac{W}{m^2 ºK^4}\,.\,2.10^{-4}\,m^2\,.\,800^4\,ºK^4 = 4{,}64\,W$$

La radiación se puede aproximar a la emitida por un cuerpo negro a 800ºK
b) Energía radiativa por unidad de ángulo sólido en la dirección que forma un ángulo de 60° con la normal a la superficie.

$$Q = I_b(T)\,dA\cos\theta = \left| E_b = \sigma\, T^4 = \pi\, I_b(T) \right| = \frac{\sigma\, T^4}{\pi}\, dA\cos\theta = \frac{5{,}67.10^{-8}.800^4}{\pi}\,\left(\frac{W}{m^2}\right) 2.10^4\,(m^2)\cos 60 = 0{,}74\ W$$

**********

*Ejemplo I.2.- Si se supone que el Sol se comporta como un cuerpo negro a 6000ºK*
*Determinar*
*a) La longitud de onda en que se da el máximo de potencia emisiva monocromática*
*b) La energía de esta fuente a 6000ºK que se corresponde con el espectro visible, 0,38 μm < λ < 0,76 μm*
*c) La longitud de onda en que se da el máximo de potencia emisiva monocromática*

---

RESOLUCIÓN
El valor de λT en que se da la máxima potencia emisiva monocromática es (Ley de Wien, 2897,6 μmºK), luego la longitud de onda deseada es:

$$\lambda = \frac{2897{,}6\ \mu m ºK}{6000º\,K} = 0{,}843\ \mu m$$

Energía de esta fuente a 6000ºK que se corresponde con el espectro visible, 0,38 mm < λ < 0,76 mm
De la Tabla de funciones de radiación se obtiene:

$$\text{Fracción de energía entre 0 y } (\lambda T) = 0{,}76 \times 6000 = 4560\ \mu m ºK \Rightarrow \begin{cases} 4400 \rightarrow 0{,}548830 \\ 4600 \rightarrow 0{,}579316 \\ 4560 \rightarrow 0{,}5716 = 57{,}16\% \end{cases}$$

$$\text{Fracción de energía entre 0 y } (\lambda T) = 0{,}38 \times 6000 = 2280\ \mu m ºK \Rightarrow \begin{cases} 2200 \rightarrow 0{,}100897 \\ 2400 \rightarrow 0{,}140268 \\ 2280 \rightarrow 0{,}116645 = 11{,}66\% \end{cases}$$

*La fracción de energía en el espectro visible es la diferencia: 57,16% - 11,66% = 45,5%*

**********

*Ejemplo I.3.- La emisión de la radiación desde una superficie se puede aproximar por la radiación de un cuerpo negro a T=1000°K*
*Determinar:*

*a) La fracción de la energía total emitida por debajo de* $\lambda = 5$ m*m*

*b) ¿Cuál es la longitud de onda si la emisión de energía por debajo de ella es un 10,5% de la emisión total a 1000°K?*

*c) ¿Cuál es la longitud de onda para la que se produce la emisión espectral máxima a 1000°K?*

---

RESOLUCIÓN

a) Fracción de la energía total emitida por debajo de $\lambda = 5$ μm

De la Tabla de Funciones de radiación para ($\lambda$ T = 5 x 1000 = 5000) se obtiene:

$$f_{(0\to\lambda T)} = \frac{E_b(0\to\lambda_1 T)}{\sigma\ T^4} = 0{,}6337 \ \Rightarrow \ \text{que el 63,3\% de la emisión total está por debajo de } \lambda = 0\ 5\ \mu m$$

$$E_b(0\to\lambda_1 T) = 0{,}6337\ \sigma\ T^4 = 0{,}6337 \text{ x } 5{,}67.10^{-8}\ \frac{W}{m^2\,{}^oK^4} \text{ x } 1000^4\,{}^oK^4 = 35935\ \frac{W}{m^2}$$

b) Longitud de onda si la emisión de energía por debajo de ella es un 10,5% de la emisión total a 1000°K

$$Para: f_{(0\to\lambda T)} = \frac{E_b(0\to\lambda_1 T) - E_b(0\to\lambda_2 T)}{\sigma\ T^4} = 0{,}105 \ \Rightarrow \ 0{,}6337 - \frac{E_b(0\to\lambda_2 T)}{\sigma\ T^4} = 0{,}105 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \lambda_2 T\ (m^oK.10^3) = 4{,}2777 \ \Rightarrow \ \lambda_2 = \frac{4{,}2777}{1000.10^3} = 4{,}27.10^{-6} = 4{,}27\ \mu m$$

c) Longitud de onda para la que se produce la emisión espectral máxima a 1000°K

*Considerando la Ley de Desplazamiento de Wien:* $\lambda_{máx} T = 2{,}8976.10^{-3} m^oK$*, para T = 1000ºK, se tiene:*

$$\lambda_{máx} = \frac{2{,}8976.10^{-3} m^oK}{1000^oK} = 2{,}8976.10^{-6} m = 2{,}8976\ \mu m$$

**********

*Ejemplo I.4.- Una pequeña superficie de área A = 5 cm² está sometida a una radiación de intensidad constante, I = 1,8 x 10⁴ W/m².st, sobre el ángulo sólido subtendido por,* $0 < \varphi < 2\pi$ *y* $0 < \Phi < \pi/6$*. Calcular la radiación incidente sobre la superficie.*

---

RESOLUCIÓN

La radiación incidente sobre la superficie a través del ángulo sólido $dw = sen\ \Phi\ d\Phi\ d\varphi$, viene dada por:

$$q_i = A\ I\ cos\ \Phi\ sen\ \Phi\ d\Phi\ d\varphi$$

La energía total incidente $Q_i$ sobre la superficie viene determinada por integración entre los ángulos $\Phi$ y $\varphi$,

$$Q_i = A\ I \int_0^{\pi/6} cos\ \Phi\ sen\ \Phi\ \ d\Phi \int_0^{2\pi} d\varphi = \ldots = A\ I\ \frac{\pi}{4} = (5.10^{-4})\ (1{,}8.10^4)\ \frac{\pi}{4} = 7{,}07\ W$$

**********

*Ejemplo I.5.- Una superficie es irradiada uniformemente en todas direcciones en el espacio hemisférico; la distribución espectral de la intensidad de la radiación incidente es:*

$$(0 < \lambda \le 1)\ \mu m \ \rightarrow \ I^i_\lambda = 0 \quad ; \quad (1 < \lambda \le 2)\ \mu m \ \rightarrow \ I^i_\lambda = 2000\ W/m^2 \mu m$$

$$(2 < \lambda \le 4)\ \mu m \ \rightarrow \ I^i_\lambda = 8000\ W/m^2 \mu m \quad ; \quad (4 < \lambda \le 8)\ \mu m \ \rightarrow \ I^i_\lambda = 4000\ W/m^2 \mu m$$

$$(\lambda \ge 8)\ \mu m \ \rightarrow \ I^i_\lambda = 0$$

*Calcular el flujo de radiación incidente sobre la superficie*

---

RESOLUCIÓN

Puesto que la intensidad de la radiación incidente es independiente de la dirección, el flujo $q_i$ de la radiación incidente se calcula en la forma:

$$q_i = \pi \int_{\lambda=0}^{\pi/6} I_\lambda^i \; dl \left(\frac{W}{m^2}\right) = \pi \left(\int_1^2 2000 \; d\lambda + \int_2^4 8000 \; d\lambda + \int_4^8 4000 \; d\lambda\right) =$$

$$= \left\{2000 \; (2 - 1) + 8000 \; (4 - 2) + 4000 \; (8 - 4)\right\} = 34 \; \pi \left(\frac{W}{m^2}\right)$$

**********

*Ejemplo I.6.- Una superficie de A = 2 cm² emite radiación como un cuerpo negro a T = 1000°K.*

*a) Calcular la radiación emitida dentro del ángulo sólido subtendido por, $0 < \varphi < 2\pi$ y $0 < \Phi < \pi/6$*

*b) ¿Qué fracción de la energía emitida se corresponde con el espacio hemisférico entero?*

*c) Radiación emitida dentro del ángulo sólido subtendido por, $0 < \varphi < 2\pi$ y $0 < \Phi < \pi/6$*

---

RESOLUCIÓN

La radiación emitida por una superficie A a través del ángulo sólido $dw = sen\ \Phi\ d\Phi\ d\varphi$, en cualquier dirección, es:

$$q_i = A\ I_b(T)\ cos\ \Phi\ sen\ \Phi\ d\Phi\ d\varphi$$

La energía en el ángulo sólido subtendido por los ángulos, $0 < \varphi < 2\pi$ y $0 < \Phi < \pi/6$, se obtiene por integración:

$$Q = A\ I_b(T) \int_0^{\pi/6} cos\ \Phi\ sen\ \Phi\ d\Phi \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi}{4}\ A\ I_b(T) = \frac{A\ \sigma\ T^4}{4} = \frac{2.10^4\ x\ 5{,}67.10^{-8}\ x\ 1000^4}{4} = 2{,}835\ W$$

b) Fracción de la energía emitida que se corresponde con el espacio hemisférico: $Q_0 = A\ \sigma\ T^4 = A\ \pi\ I_b(T)$

y el porcentaje de energía total emitida dentro del ángulo sólido considerado es:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\frac{1}{4} A\ \sigma\ T^4}{A\ \sigma\ T^4} = 0{,}25 \quad \Rightarrow \quad 25\%$$

**********

*Ejemplo I.7.- Determinar el promedio mensual de radiación solar total sobre una superficie horizontal para Santander, latitud 43°N, en el mes de Junio, tomando como base el promedio de duración de horas de Sol presentado en la Tabla*

| *Mes* | $I_{0(h)}$ $kJ/m^2\ día$ | *Declinación* δ | *N horas* | *n/N* | $I_{Promedio\ (h)} = I_{0(h)}\ (0{,}3 + 0{,}34\ (n/N_{día}))$ $kJ/m^2día$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *Enero* | *13000* | *-21,3* | *9,2* | *0,489* | *6100* |
| *Febrero* | *18400* | *-13,3* | *10,3* | *0,553* | *9000* |
| *Marzo* | *25400* | *-2,8* | *11,7* | *0,59* | *12700* |
| *Abril* | *33400* | *9,4* | *13,2* | *0,568* | *16500* |
| *Mayo* | *39000* | *18,8* | *14,5* | *0,628* | *20000* |
| *Junio* | *41400* | *23,3* | *15,2* | *0,665* | *21800* |
| *Julio* | *40300* | *21,5* | *14,9* | *0,658* | *21100* |
| *Agosto* | *35700* | *13,8* | *13,8* | *0,725* | *19500* |
| *Septiembre* | *28500* | *2,2* | *12,3* | *0,7* | *15300* |
| *Octubre* | *20700* | *-9,6* | *10,8* | *0,667* | *10900* |
| *Noviembre* | *14300* | *-19,2* | *9,5* | *0,442* | *6400* |
| *Diciembre* | *11600* | *-23,3* | *8,8* | *0,443* | *5200* |

RESOLUCION

*Los* cálculos se realizan en base a la ecuación

$$I_{Promedio\ (h)} = I_{0(h)}\ (a + b\ \frac{n}{N_{diario}}) = \left\{ \begin{matrix} a = 0,3 \\ b = 0,34 \end{matrix} \right\} = I_{0(h)}\ (0,3 + 0,34\ \frac{n}{N_{diario}})$$

El promedio de radiación difusa y de radiación total para las horas comprendidas en los intervalos (10-11) horas ó (13-14) horas, siendo la radiación extraterrestre para el mes de Junio en la vertical de Santander de 41400 kJ/m$^2$día, se calcula en la forma:
El promedio de radiación solar total sobre un plano horizontal (mes de junio en Santander), es 21800 kJ/m$^2$día; el nº de horas de duración media del día es de 15,2 horas.

$$\frac{I_{0(h)}}{I_{extrat.}} = \frac{21800}{41400} = 0,5265 \qquad De\ la\ Fig\ I.20 : \frac{I_{dif.}}{I_{0(h)}} = 0,33$$

$$Promedio\ de\ radiación\ difusa\ diaria: 0,33\ x\ 21800 = 7194\ \frac{kJ}{m^2 día}$$

Entrando en la Fig I.21, para el intervalo horario (10-11) horas ó (13-14) horas, (10,5 horas de la mañana, ó 13,5 horas de la tarde, 1,5 horas hasta las doce), para la curva de trazos se obtiene:

$$\frac{Promedio\ de\ radiación\ difusa\ horaria}{Promedio\ de\ radiación\ difusa\ diaria} = 0,098$$

siendo la radiación difusa promediada para dicho intervalo horario = 0,098 x 7194 = 705 kJ/m$^2$

$$Para\ la\ curva\ continua: \frac{Promedio\ de\ radiación\ total\ horaria}{Promedio\ de\ radiación\ total\ diaria} = 0,108$$

y la radiación total promediada para dicho intervalo horario: 0,108 x 21800 = 2355 kJ/m$^2$

$$\frac{I_{0(h)}}{I_{T(h)}} = \frac{2355 - 705}{2355} = 0,7 \quad ; \quad \frac{I_{dif(h)}}{I_{T(h)}} = \frac{705}{2355} = 0,3$$

**********

*Ejemplo I.8.- Determinar la relación $\eta_D$ a las 9,30 horas del 5 de enero para un captador inclinado un ángulo de 30º, orientado al Sur, instalado en Santander, $\lambda = 43ºN$.*

---

RESOLUCIÓN

$$\delta = 23,45\ sen\ (360\ \frac{284 + 5}{365}) = - 22,53º \quad ; \quad \tau = (12 - 9,5)\ x\ 15º = 37,5º \quad ; \quad \lambda - \theta_n = 43 - 30 = 13º$$

$$\eta_D = \frac{sen\ \delta\ sen\ (\lambda - \theta_n) + cos\ \delta\ cos\ (\lambda - \theta_n)\ cos\ \tau}{sen\ \delta\ sen\ \lambda + cos\ \delta\ cos\ \lambda\ cos\ \tau} = \frac{sen\ (-22,53)\ sen\ (43 - 30) + cos\ (-22,53)\ cos\ (43 - 30)\ cos\ 37,5}{sen\ (-22,53)\ sen\ 43 + cos\ (-22,53)\ cos\ 43\ cos\ 37,5} = 2,286$$

**********

*Ejemplo I.9.- Determinar el factor eficaz de energía $\eta_{eficaz}$ para las condiciones del ejemplo I.7, supuesto el suelo cubierto de nieve.*

---

RESOLUCIÓN

$$\eta_{eficaz} = \frac{I_{0(h)}}{I_{T(h)}}\eta_D + \frac{I_{dif(h)}}{I_{T(h)}}\ \frac{1+\cos\theta_n}{2} + \rho\ \frac{1+\cos\theta_n}{2}$$

*Para suelo nevado:* $\rho = 0,7 \ \Rightarrow\ \eta_{eficaz} = (0,7 \times 2,286) + 0,3\ \frac{1+\cos 30}{2} + 0,7\ \frac{1+\cos 30}{2} = 1,927$

**********

*Ejemplo I.10.- Cálculo de la energía recibida sobre una fachada vertical, orientada al Sur, en una zona de latitud* $\lambda = 46°N$*, el día 5 de enero. La radiación total registrada al mediodía, medida con un piranómetro (sobre una superficie horizontal), es:* $I_{T(h)} = (I_{0(h)} + I_{dif(h)}) = 342\ W/m^2$

---

RESOLUCIÓN

*Declinación media el día 5 de enero:* $\delta = 23,45\ sen\ (360\ \frac{284+5}{365}) = -22,53°$

$\cos\theta_s = sen\ (-22,64)\ sen\ 46 + \cos\ (-22,64)\ \cos 46 \cos 0 = 0,3641 \ \Rightarrow\ \theta_s = 68,5°$

Duración del día:

$$N_{diario} = 12 + 3,6\ sen\ \frac{360\ (360 - 75)}{365} = 8,5\ horas$$

$$N_{diario} = \frac{2}{15}\ arc\cos\ (-tg\ \delta\ tg\ \lambda) = \left| \begin{matrix} \delta = -22,64° \\ \lambda = 46° \end{matrix} \right| = \frac{2}{15}\ arc\cos\ \{-tg\ (-22,64) \times tg\ (46)\} = 8,6\ horas$$

*a) Con cielo despejado*

La radiación total registrada al mediodía, medida con un piranómetro (sobre una superficie horizontal), es:

$I_{T(h)} = (I_{0(h)} + I_{dif(h)}) = 342\ W/m^2$

También, aproximadamente, se podía haber calculado con la gráfica I.25, para $\theta_s = 68,5°$

Haciendo uso de la gráfica I.26 se determinan las radiaciones difusa y directa sobre una superficie horizontal, para $\theta_s = 68,5°$

*Radiación difusa:* $I_{dif(h)} = 100\ W/m^2$

*Radiación directa:* $I_{0(h)} = I_{T(h)} - I_{dif(h)} = 342 - 100 = 242\ W/m^2$

Comprobándose que la radiación difusa viene a ser del orden de un 30% de la radiación total

*Radiación directa recibida sobre la fachada:* $I_{0(v)} = I_{0(h)}\ tg\ \theta_s = 242\ tg\ 68,5 = 614,35\ W/m^2$

$$I_{dif\,(v)} = I_{0(h)}\frac{1+\cos\theta_n}{2} + I_{T(h)}\frac{1-\cos\theta_n}{2}\ \rho = \frac{I_{0(h)}}{2} + \frac{\rho\ I_{T(h)}}{2} = \left| \begin{matrix} Albedo \\ \rho = 0,3 \end{matrix} \right| = \frac{100}{2} + \frac{0,3 \times 342}{2} = 101,3\ W/m^2$$

$I_{T(v)} = 614,35 + 101,3 = 715,65\ W/m^2$

Energía total recibida en el día sobre la fachada vertical

$$H_{día(v)} = \frac{2}{\pi}\ I_{T(v)}\ N_{diario} = \frac{2}{\pi} \times 715,65 \times 8,5 = 3872,5\ W/m^2$$

observándose que es del orden del doble de lo que recibiría una superficie horizontal (1850 W/m$^2$) en las mismas condiciones

*b) Con cielo nuboso (condiciones medias) (Turbidez 0,5)*

$I_{T(v)máxima} = I_{T(v)}\ (0{,}33 + 0{,}7\ \sigma) = \left| \sigma = 0{,}5 \right| = 715{,}65\ \{0{,}33 + (0{,}7 \times 0{,}5)\} = 486{,}64\ W/m^2$

$H_{día(v)} = \frac{2}{\pi}\ I_{T(v)}\ N_{diario} = \frac{2}{\pi} \times 486{,}64 \times 8{,}5 = 2633{,}4\ W/m^2$

**********

*Ejemplo I.11.- Cálculo de la energía recibida sobre una fachada inclinada $\theta_n = 60°$, orientada al Sur $\beta_n = 0$, en una zona de latitud $\lambda = 43°N$, el día 4 de febrero, al mediodía. La radiación total registrada al mediodía, medida con un piranómetro (sobre una superficie horizontal), es de 465 $W/m^2$*

---

*RESOLUCIÓN*

*a) Con cielo despejado*

La radiación total registrada al mediodía, medida con un piranómetro (sobre una superficie horizontal), es:

$I_{T(h)} = I_{0(h)} + I_{dif(h)} = 465\ W/m^2$

*Declinación media el 4 de febrero:* $\delta = 23{,}45\ sen\ (360\ \frac{284 + 35}{365}) = -16{,}7°$

*Áng. cenital solar al mediodía:* $\cos \theta_s = sen\ (-16{,}7)\ sen\ 43 + \cos\ (-16{,}7)\ \cos\ 43\ \cos\ 0 = 0{,}5045$ ; $\theta_s = 59{,}7° \cong 60°$

*Duración del día:* $N_{diario} = \frac{2}{15}\ arc\ \cos\ (-\ tg\ \delta\ tg\ \lambda) = \frac{2}{15}\ arc\ \cos\ \{-tg\ (-16{,}7)\ tg\ 43\} = 9{,}83\ horas$

*Energía recibida sobre un plano horizontal:* $H_{día(h)} = \frac{2}{\pi}\ I_{T(h)}\ N_{diario} = \frac{2}{\pi} \times 465 \times 9{,}83 = 2910\ W/m^2$

Con la gráfica I.26 se determinan las radiaciones directa y difusa sobre una superficie horizontal, para $\theta_s = 59{,}7°$

$Id_{if(h)} = 115\ W/m^2$

$I_{0(h)} = I_{T(h)} - I_{dif(h)} = 465 - 115 = 350\ W/m^2$

$$\eta_D = \frac{I_n}{I_{0(h)}} = \frac{\cos \theta_{s\text{-}n}}{\cos \theta_s} = \frac{\cos \theta_s\ \cos \theta_n + sen\ \theta_s\ sen\ \theta_n}{\cos \theta_s} = \frac{\cos 60\ \cos 60 + sen\ 60\ sen\ 60}{\cos 60} = 2$$

$I_{inclinada}\ (\theta_n = 60°) = 2\ I_{0(h)} = 2 \times 350 = 700\ W/m^2$

$$I_{dif\ (\theta_n = 60°)} = I_{0(h)}\ \frac{1 + \cos \theta_n}{2} + I_{T(h)} \frac{1 - \cos \theta_n}{2}\ \rho = \left| \begin{matrix} Albedo \\ \rho = 0{,}3 \end{matrix} \right| = 350\ \frac{1 + \cos 60°}{2} + 465\ \frac{1 - \cos 60°}{2} \times 0{,}3 = 297{,}4\ W/m^2$$

$I_{Total(\theta_n = 60°)} = I_{0(n)} + I_{difusa\ (n)} = 700 + 297{,}4 = 997{,}4\ W/m^2$

$H_{Total\ en\ el\ día\ (\theta_n = 60°,\ \sigma = 0{,}35)} = \frac{2}{\pi} I_{T((\theta_n = 60°,\ \sigma = 0{,}35)}\ N_{diario} = \frac{2}{\pi}\ 997{,}4 \times 9{,}83 = 6241{,}7\ W/m^2$

*b) Con cielo nuboso (condiciones medias)*

$I_{T(\theta_n = 60°,\ \sigma = 0{,}35)} = I_{T(\theta_n = 60°)}\ (0{,}33 + 0{,}7\ \sigma) = 997{,}4\ \{0{,}33 + (0{,}7 \times 0{,}35)\} = 573{,}5\ W/m^2$

$H_{Total\ en\ el\ día\ (\theta_n = 60°,\ \sigma = 0{,}35)} = \frac{2}{\pi} I_{T((\theta_n = 60°,\ \sigma = 0{,}35)}\ N_{diario} = \frac{2}{\pi}\ 573{,}5 \times 9{,}83 = 3590\ W/m^2$

**********