V.- APLICACIÓN DEL PRIMER PRINCIPIO

A SISTEMAS ABIERTOS

pfernandezdiez.es

El concepto de sistema termodinámico abierto permite analizar corrientes fluidas que no se encuentran en equilibrio en ninguna parte de su recorrido.

El procedimiento que se utiliza consiste en seleccionar un volumen de control, de forma que los límites de este flujo se sitúan en puntos de la corriente en donde se puede suponer existen condiciones de equilibrio termodinámico y se asignan valores energéticos a las coordenadas de la región elegida, de forma que se pueda medir la variación de la energía del flujo entre dos o más coordenadas; las variables independientes que se deben elegir al estudiar este tipo de sistemas son la *posición* y el *tiempo*.

V.1.- ENERGÍA DE UNA CORRIENTE FLUIDA

Para hallar la energía transportada por una corriente fluida, con relación a una coordenada de posición L se puede considerar un elemento de masa en movimiento $\Delta m = m_{2^*} - m_{1^*}$, tal como se indica en la Fig V.1; la energía que acompaña a esta masa es de tipo potencial, cinética e interna, debiendo tener también en cuenta el trabajo efectuado por la masa situada inmediatamente a continuación del elemento considerado, al empujar a Δm a lo largo de la distancia $(c\,\mathrm{D}t)$.

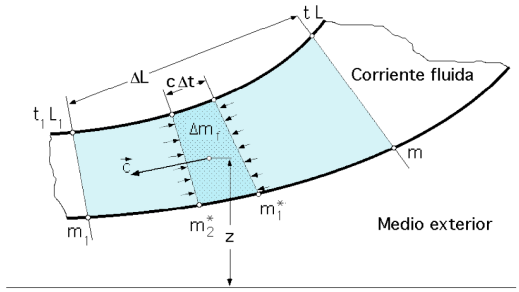

Fig V.1.- Volumen de control en una corriente fluida

Las energías ΔE_1 y ΔE_2 debidas a Δm son:

$$\Delta E_1 = \left(u + z + \frac{c^2}{2\,g}\right) \Delta m$$

$$\Delta E_2 = (p\ \Omega)\,(c\ \Delta t)\,\Delta m = p\ v\ \Delta m$$

La energía total ΔE que acompaña a la masa Δm es:

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 = \left(u + z + \frac{c^2}{2\,g} + p\ v\right) \Delta m$$

La cantidad exacta de energía total E que acompaña a la masa $(m_{2^*} - m_{1^*})$ y atraviesa la posición L es:

$$E = \int_1^2 dE_1 + dE_2 = \int_{m(t)}^{m_1(t_1)} (u + p\,v + z + \frac{c^2}{2g})\ dm = \int_{m(t)}^{m_1(t_1)} (i + z + \frac{c^2}{2g})\ dm$$

que difiere de la energía del sistema cerrado en el término *(p v) trabajo de flujo.*

V.2.- ENERGÍA ALMACENADA EN UN SISTEMA ABIERTO

Cuando se estudia un sistema abierto, el procedimiento seguido y las ecuaciones finales obtenidas son, en esencia, las mismas que en el sistema cerrado. Si se considera un elemento de masa en reposo en un instante determinado t, la energía específica e_1 en un punto cualquiera del elemento es:

$$e_1 = u + z + \frac{c^2}{2g} \quad ; \quad \Delta E_1 = (u + z + \frac{c^2}{2g})\ \Delta m$$

y como la masa del volumen de control vale aproximadamente $\Delta m = \rho\ \Omega\ \Delta L$ la energía almacenada en dicho volumen comprendido entre las coordenadas de posición L y L_1 en un instante determinado t, se puede calcular mediante la integral de volumen:

$$E_{(t,L)} = \int_{L_1}^{L} e\ dm = \int_{L_1}^{L} e\ \rho\ \Omega\ dL$$

V.3.- BALANCE ENERGÉTICO DE UN SISTEMA AISLADO

En cualquier transformación se sabe, por el Primer Principio, que el balance energético entre el sistema y el medio exterior es de la forma:

$$-\Delta E_{Medio\ exterior} = \Delta E_{Sistema}$$

que se puede expresar mediante una ecuación que afecte únicamente al sistema, empleando los conceptos de calor, trabajo y energía de flujo. Para ello, el calor y el trabajo se pueden definir como funciones del tiempo y de la posición de la siguiente forma:

$Q\ (t, L)$ *, es el calor total intercambiado a través de la superficie del sistema abierto, entre las coordenadas* L *y* L_1 *, en un intervalo de tiempo comprendido entre t y t +dt*

$T\ (t, L)$ *, se define de un modo semejante.*

El balance energético exacto se puede expresar, para un elemento ΔL, mediante la ecuación:

$$Q_{(t,L+\Delta L)} - Q_{(t,L)} - \{T_{(t,L+\Delta L)} - T_{(t,L)}\} + \{\int_t^{t_1} e_f\ dm_{L+\Delta L} - \int_t^{t_1} e_f\ \ dm_L\} = \int_L^{L+\Delta L} e\ \ dm_{t_1} - \int_L^{L+\Delta L} e\ \ dm_t$$

que se puede poner en forma más sencilla, mediante la definición de las funciones E, energía de la masa en el sistema cerrado, y E_f, energía de flujo de la masa de control, en la forma:

$$\Delta_L Q\rangle_t - \Delta_L T\rangle_t - \Delta_L E_f\rangle_t = \Delta_L E\rangle_{t_1} - \Delta_L E\rangle_t = \Delta_L E$$

y multiplicándola por Δt:

$$\Delta t\ \Delta_L\ Q\rangle_t - \Delta t\ \Delta_L\ T\rangle_t - \Delta t\ \Delta_L\ E_f\rangle_t = \Delta t\ \Delta_L\ E$$

Dividiendo los dos miembros de la ecuación anterior por ΔL y Δt y tomando límites, se obtiene la ecuación general diferencial de la energía de un sistema abierto formado por una corriente fluida unidimensional:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t\ \partial L} - \frac{\partial^2 T}{\partial t\ \partial L} - \frac{\partial^2 E_f}{\partial t\ \partial L} = \frac{\partial^2 E}{\partial t\ \partial L}$$

que para un sistema real es difícil de integrar.

Sin embargo, si se suponen fijas las condiciones a la entrada y a la salida del sistema, se facilita la integración, con lo que el tiempo queda como única variable independiente, siendo el proceso similar, en este caso, al seguido para un sistema cerrado en la forma:

$$\Delta_t Q - \Delta_t T + \int_{t_1}^{t} e_f\ dm_{f(L)} - \int_{t_1}^{t} e_f\ dm_{f(L+\Delta L)} = \int_{L}^{L+\Delta L} e\ dm_{t_1} - \int_{L}^{L+\Delta L} e\ dm_t$$

Teniendo en cuenta las definiciones de las funciones E_f y E:

$$\Delta_t\ Q - \Delta_t\ T + \Delta_t\ E_{f1} - \Delta_t\ E_{f2} = \Delta_t\ E \quad \Rightarrow \quad (\Delta_t\ Q - \Delta_t\ E_{f1}) - (\Delta_t\ T + \Delta_t\ E_{f2}) = \Delta_t\ E$$

ecuación que se puede transformar para obtener la variación de energía con el tiempo, o la ecuación diferencial del balance energético, con el tiempo como única variable independiente.

Cuando cesa el flujo, los términos E_f de flujo se anulan, y entonces se está en el caso de un sistema cerrado. El balance energético durante un periodo de tiempo permite determinar la variación que experimenta la energía almacenada en el sistema, igual a la diferencia entre el calor suministrado, más la energía de flujo que se comunica al sistema, más el trabajo efectuado, más la energía que cede el sistema al medio exterior.

Las posiciones L y $L + \Delta L$ se eligen de forma que la medición de los factores que intervienen en la corriente fluida sea muy exacta, precisión que se puede obtener si el sistema, al comienzo y al final de la transformación, se encuentra en estado de equilibrio, en donde la capacidad calorífica tiene el mismo valor en cualquier punto del mismo, por lo que para un régimen transitorio, la expresión del Primer Principio queda en la forma:

$$\Delta_t Q - \Delta_t T = U_2 - U_1 + \int_{t_1}^{t} e_f\ dm_{f(L+\Delta L)} - \int_{t_1}^{t} e_f\ dm_{f(L)}$$

V.4.- ECUACIÓN ENERGÉTICA DE UN FLUIDO EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

Existen sistemas abiertos en los que un flujo de productos reaccionantes atraviesan una cámara de reacción donde tienen lugar procesos energéticos con cambios importantes de energía cinética, potencial e interna. Para obtener las condiciones energéticas, es necesario combinar consideraciones de tipo mecánico, con otras de tipo termodinámico. Como el calor puede ser, al igual que el trabajo, (+), (-) ó 0, se pueden dar los siguientes casos:

- *Si el recinto es una caldera se suministra calor al fluido,* Q *(+)*
- *Si es un condensador el fluido cede calor* Q *(-)*
- *Si es una tubería recubierta de material aislante, el proceso es adiabático,* $Q = 0$
- *Si es un motor térmico el trabajo generado es* T *(+)*
- *Si es un compresor el trabajo aplicado es* T *(-)*
- *Si es une válvula el trabajo puesto en juego es,* $T = 0$

Consideraciones termodinámicas.- Si se supone evolucionan m kg de fluido, la energía cedida al sistema, a través de la sección 1, es la suma del calor suministrado Q, y del trabajo T_1 que esta masa realiza contra la presión p_1 que sobre ella ejerce la misma corriente. El trabajo T_1 es el trabajo de flujo a la entrada del sistema.

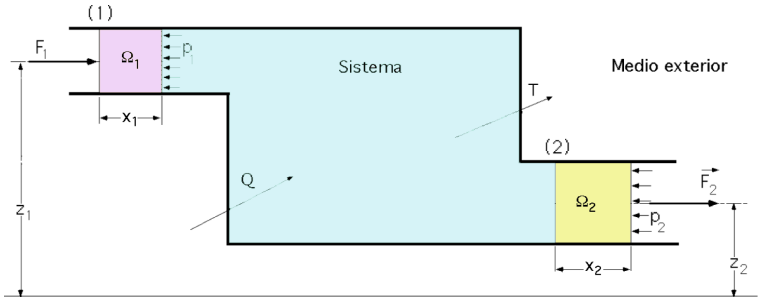

Fig V.2.- Balance energético en una corriente fluida

Si se trabaja con volúmenes específicos $v_1 = \dfrac{V_1}{m}$, siendo V_1 el volumen barrido por un pistón imaginario que venciese la presión p_1 , el $\begin{cases} \text{calor suministrado por unidad de masa es, } q_1 = \dfrac{Q}{m} \\ \text{trabajo de flujo, } T_1 = p_1 \Omega_1 x_1 = p_1 V_1 \end{cases}$

La energía entregada al fluido es:

$$E_1 = Q + T_1 = m\,q + p_1\,V_1 = m\,q + p_1\,m\,v_1 = m\,(q + p_1\,v_1)$$

La energía proporcionada por el fluido, para m kg, es la suma del trabajo realizado sobre:

- *Sus alrededores:* $T = m\,w$

- *La propia corriente:* $p_2\ V_2$ = *Trabajo de flujo a la salida* = T_2

Por lo tanto: $E_2 = m\ (w + p_2\ v_2\ )\ ,\ con\ \ v_2 = \dfrac{V_2}{m}\ \ ;\ \ w = \dfrac{T_2}{m}$

Consideraciones mecánicas.- La variación de energía mecánica a tener en cuenta, tanto a la entrada como a la salida, es:

$$\Delta E_{mec} = \frac{m\ (c_2^2 - c_1^2\ )}{2\ g} + m\ (z_2 - z_1\ )$$

Si se aplica el Primer Principio de la Termodinámica se obtiene:

$$E_2 - E_1 + E_{mec} + (U_2 - U_1\ ) = 0$$

que se puede poner en la forma:

$$m\ (w + p_2\ \ v_2\ ) - m\ (q + p_1\ \ v_1\ ) + \frac{m\ (c_2^2 - c_1^2\ )}{2\ g} + m\ (z_2 - z_1\ ) + m\ (u_2 - u_1\ ) = 0$$

$$q = w + (u_2 + p_2\ \ v_2\ ) - (u_1 + p_1\ \ v_1\ ) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2\ g} + (z_2 - z_1\ ) = w + (i_2 - i_1\ ) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2\ g} + (z_2 - z_1\ )$$

que es la ecuación energética del fluido en régimen estacionario, en la que el calor que se suministra a una corriente fluida en régimen permanente se invierte en generar un trabajo, y en aumentar la entalpía y la energía mecánica del fluido.

Para un elemento diferencial de fluido:

$$dq = dw + di + \frac{d\ (c^2\ )}{2\ g} + dz$$

que es independiente de los fenómenos que ocurran en el interior del sistema, porque todos los términos se refieren a medidas efectuadas en los límites (entrada y salida). Por esta razón se puede prescindir, para un sistema real, de la condición impuesta por las ecuaciones diferenciales de que en todas las posiciones dentro del sistema debe existir un régimen permanente.

Procesos de calentamiento y enfriamiento.- Los procesos en donde se calienta un fluido, incluyendo las vaporizaciones y recalentamientos, se verifican a presión constante:

$$T = 0\ \ ;\ \ E_c = 0\ \ ;\ \ E_p = 0$$

por lo que $q = i_2\ - i_1$; que es el calor absorbido se invierte íntegramente en variar la entalpía del sistema.

Los procesos en donde se enfría un fluido, incluyendo la condensación, también se verifican a presión constante $\Rightarrow\ q = i_2 - i_1$

Procesos en tubos tubos aislados térmicamente, toberas y difusores.- Si un fluido circula por un tubo horizontal, adiabáticamente, y son c_0 y c_1 sus velocidades en dos secciones del mismo, se verifica:

$$q = 0 \;\; ; \; T = 0 \;\; ; \;\; E_c \neq 0 \;\; ; \;\; E_p = 0 \;\; ; \; \Delta i \neq 0$$

siendo la ecuación energética del fluido en régimen estacionario de la forma:

$$i_0 + \frac{c_0^2}{2\,g} = i_1 + \frac{c_1^2}{2\,g} \quad \Rightarrow \quad \Delta i = - \frac{\Delta c^2}{2\,g}$$

por lo que el incremento de la energía cinética del fluido es igual a la disminución de entalpía del mismo.

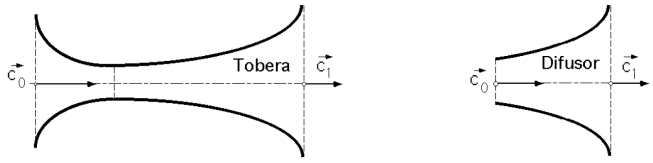

Fig V.6.- Tobera y difusor

En una tobera se produce un incremento de la energía cinética del fluido como consecuencia del estrechamiento desde la entrada hasta la garganta (convergente).

Si en la garganta (sección mínima) se consigue alcanzar la velocidad del sonido, en la parte que sigue hasta la salida (divergente), se consiguen velocidades supersónicas; si en la garganta no se consiguen velocidades sónicas, en el divergente tampoco se conseguirán. Si a la entrada se tiene una velocidad mucho menor que a la salida $(c_0 << c_1)$ la ecuación energética queda en la forma:

$$i_1 + \frac{c_1^2}{2\,g} = i_0 + \frac{c_0^2}{2\,g} \approx i_0 \quad \Rightarrow \quad c_1 = \sqrt{2\,g\,(i_0 - i_1)}$$

Cuando c_1 venga dada en m/seg y la entalpía en Kcal/kg, queda en la forma: $c_1 = 91{,}48\,\sqrt{i_0 - i_1}$

En los difusores tiene lugar el proceso inverso a la tobera; el conducto es divergente, la energía cinética disminuye y la entalpía aumenta: $\Delta i = \frac{\Delta c^2}{2\,g}$

Turbomáquinas (Turbinas y compresores).- En una *turbina* se obtiene un trabajo útil debido a la expansión de un fluido. Como la circulación del vapor o del gas (depende del tipo de turbina), es muy rápida, puede despreciarse el intercambio de calor con el medio exterior; también se puede considerar que la diferencia de cotas entre la entrada y la salida del fluido por los álabes es despreciable, en los que la velocidad del fluido experimenta un cambio muy importante; el trabajo realizado es positivo.

Aplicando la ecuación general, se obtiene:

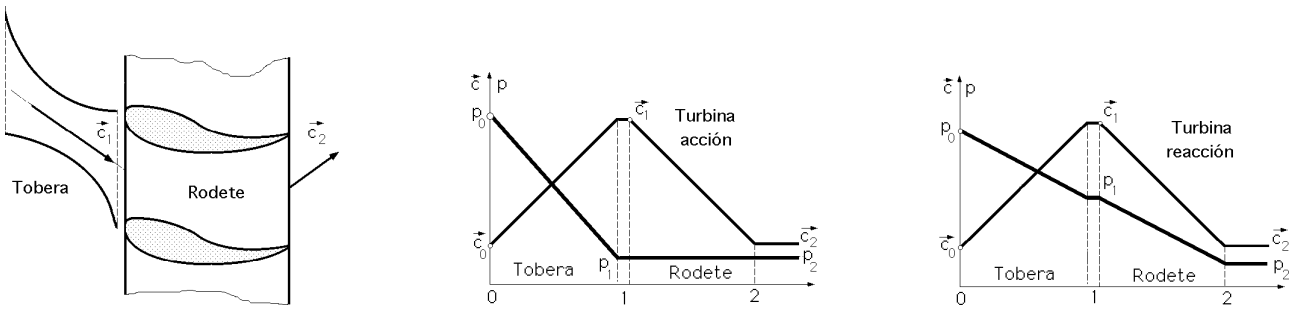

Fig V.7.- Expansión en turbinas de acción y reacción

$$0 = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2\,g} + T = \Delta i + \frac{\Delta c^2}{2\,g} + T$$

y el trabajo realizado por unidad de masa:

$$T = -\left(\Delta i + \frac{\Delta c^2}{2\,g}\right)$$

que procede de la disminución de entalpía $\Delta i = i_1 - i_2$ y de la pérdida de energía cinética del vapor; en las coronas de las *turbinas de reacción* se aprovecha la fuerza expansiva del vapor.

En las coronas de las *turbinas de acción* el trabajo procede exclusivamente de la disminución de energía cinética del vapor ($i_1 = i_2$), por lo que:

$$T = -\frac{\Delta c^2}{2\,g}$$

Para los compresores centrífugos sirven los cálculos realizados para las turbinas, pues éstos funcionan realizando un trabajo sobre el fluido que evoluciona, (al revés que en las turbinas), para así incrementar la presión. El rotor gira a expensas de una energía exterior (trabajo motor), incrementa la velocidad del fluido y su entalpía.

Si $q = 0$, se verifica: $T + \Delta i + \frac{\Delta c^2}{2\,g} + \Delta z = 0$

en la que $\begin{cases} T \rightarrow -T \text{ por ser un trabajo de compresión} \\ \Delta z = 0 \end{cases}$, quedando finalmente: $T = \Delta i + \frac{\Delta c^2}{2\,g}$

V.5.- EFECTO JOULE KELVIN

Supongamos un gas real contenido en un tubo aislado térmicamente a la temperatura T_1, que sometido a una presión p_1 se expansiona hasta una presión p_2 al atravesar un tabique poroso, que tiene por objeto evitar que el gas adquiera una energía cinética considerable, Fig V.3. Una vez alcanzado el régimen estacionario, se observa que la temperatura final T_2 alcanzada

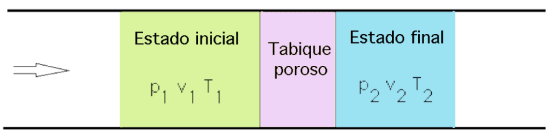

Fig V.3.- Tabique poroso para la expansión isentálpica

por el gas es distinta de la inicial T_1; a este fenómeno se le conoce como efecto Joule-Kelvin, o estrangulamiento.

Si el sistema está térmicamente aislado $Q = 0$, y si no hay variación de la energía mecánica $\Delta E = 0$, ni se realiza ningún trabajo exterior $T = 0$, resulta que la ecuación energética del fluido en régimen estacionario se puede poner en la forma:

$$0 = \Delta i = i_2 - i_1 \quad \Rightarrow \quad i_2 = i_1$$

es decir, la entalpía del estado inicial es igual a la entalpía del estado final; ésto no quiere decir que la entalpía permanezca constante en el proceso, es decir, en los estados intermedios, ya que los principios termodinámicos sólo pueden aplicarse a estados de equilibrio, y aquí el proceso es irreversible en su totalidad.

De la ecuación $i_1 = i_2$, se deduce:

$$u_2 - u_1 = - p_2 \ v_2 + p_1 \ v_1 \neq 0$$

por lo que la variación de la energía interna no es nula, $\Delta u \neq 0$

Para un gas ideal, la expansión $i_1 = i_2$ se expresa en la forma $c_{p_2} T_2 = c_{p_1} T_1$, y como $c_{p\,2} = c_{p\,1}$ resulta $T_2 = T_1$ que es el efecto Joule-Kelvin para el gas ideal, no habiendo variación de temperatura a ambos lados del tabique poroso.

Líneas isentálpicas y curva de inversión.- Si ahora se repite la experiencia sobre un gas real con las mismas condiciones iniciales, pero variando la presión del lado opuesto al tabique poroso, se observa que a cada presión p_2 se obtiene una T_2 distinta, pero en cada caso, las entalpías inicial y final son iguales, de modo que si representamos en un diagrama *(T, p)* los valores obtenidos en la experiencia, el lugar geométrico de estos puntos será una línea isentálpica que no es continua, ya que la transformación es irreversible, siendo una sucesión de puntos de igual entalpía, Fig V.4.

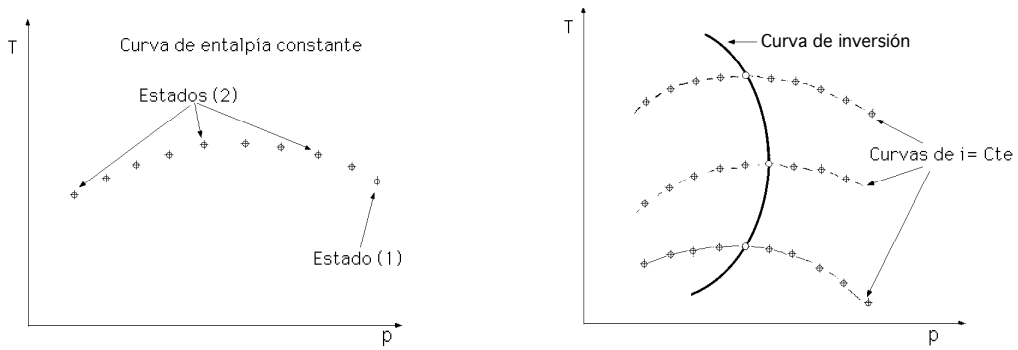

Fig V.4.- Líneas de igual entalpía

Si el salto de presión *dp* es infinitamente pequeño, la variación de temperatura será también infinitamente pequeña *dT*; como:

$$di = du + p\,dv + v\,dp = T\,ds + v\,dp$$

en donde s es la función entropía, de la forma, $s = s\,(T, p)$, por lo que:

$$ds = (\frac{\partial s}{\partial T})_p\,dT + (\frac{\partial s}{\partial p})_T\,dp$$

$$di = T\,\{(\frac{\partial s}{\partial T})_p\,dT + (\frac{\partial s}{\partial p})_T\,dp\} + v\,dp = T\,(\frac{\partial s}{\partial T})_p dT + \{T\,(\frac{\partial s}{\partial p})_T + v\}\,dp =$$

$$= \left| \begin{array}{c} c_p = T\,(\frac{\partial s}{\partial T})_p = (\frac{\partial Q}{\partial T})_p \\ (\frac{\partial s}{\partial p})_T = -\,(\frac{\partial v}{\partial T})_p \quad Maxwell \end{array} \right| = c_p dT + \{-\,T\,(\frac{\partial v}{\partial T})_p + v\}\,dp$$

que es la expresión de la entalpía para un proceso real cualquiera.

Por tratarse, en nuestro caso, de un proceso isentálpico $di = 0$, queda:

$$c_p\,dT + \{v - T\,(\frac{\partial v}{\partial T})_p\}\,dp = 0$$

$$(\frac{\partial T}{\partial p})_i = -\,\frac{1}{c_p}\,\{v - T\,(\frac{\partial v}{\partial T})_p\}\,dp = \left| \alpha = \frac{1}{v}\,(\frac{\partial v}{\partial T})_p \right| = \frac{1}{c_p}\,(T\,\alpha\,v - v) = \frac{v\,T}{c_p}\,(\alpha - \frac{1}{T}) = \mu$$

Al valor $\mu = (\frac{\partial T}{\partial p})$ se le denomina coeficiente de Joule-Kalvin

Según resulte que a sea mayor o menor que $\frac{1}{T}$ la temperatura disminuirá o aumentará, respectivamente, al disminuir la presión. Para un gas perfecto $\alpha = \frac{1}{T}$, por lo que $\mu = 0$, (Ley de Joule), que implica que la tangente a la línea isentálpica en este caso sea horizontal; el valor de μ para un mismo gas puede ser (+), (-), o nulo, Tabla V.1.

Tabla V.1.- Efecto Joule-Kelvin para el aire. Valores del coeficiente μ_i en, °C/atm

Presión (atm)	*-150°C*	*-140°C*	*-130°C*	*-120°C*	*-100°C*	*-25°C*	*0°C*	*50°C*	*100°C*	*200°C*
1	*1,1*	*0,936*	*0,807*	*0,71*	*0,576*	*0,317*	*0,266*	*0,189*	*0,133*	*0,0625*
20	*1,2*	*0,967*	*0,919*	*0,71*	*0,562*	*0,297*	*0,249*	*0,178*	*0,124*	*0,0564*
40	*0,052*	*0,245*	*0,776*	*0,577*	*0,534*	*0,276*				
80	*0,034*	*0,067*	*0,141*	*0,299*	*0,386*	*0,232*				
100	*0,021*	*0,043*	*0,087*	*0,158*	*0,284*	*0,211*	*0,178*	*0,128*	*0,089*	*0,0347*
140	*0*	*0,017*	*0,038*	*0,069*	*0,142*	*0,164*	*0,145*	*0,105*	*0,072*	*0,0258*
180	*-0,022*	*−0,008*	*0,008*	*0,028*	*0,075*	*0,125*	*0,113*	*0,083*	*0,058*	*0,0185*
220	*-0,042*	*-0,028*	*-0,015*	*-0,002*	*0,031*	*0,093*	*0,081*	*0,063*	*0,045*	*0,0127*

Las curvas isentálpicas pasan por un máximo que se conoce como punto de inversión, $\mu = 0$; al lugar geométrico de los puntos en los que $\mu = 0$ se le conoce como curva de inversión.

Cuando $\mu > 0$ una expansión Joule-Kelvin supone enfriamiento; fuera de la curva de inversión, una expansión supone calentamiento del gas.

Para presiones $\begin{cases} \text{- } \textit{superiores a la máxima de la curva de inversión no hay temperatura de inversión} \\ \text{- } \textit{inferiores a la máxima existen dos puntos de corte } \Rightarrow \textit{ dos temperaturas de inversión} \end{cases}$

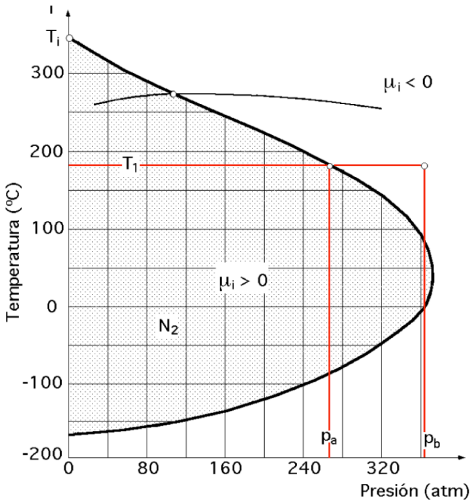

Fig V.5.- Curva de inversión del Nitrógeno

Para que el efecto Joule-Kelvin produzca enfriamiento, la temperatura T_1 (inicial) del gas tiene que ser inferior a la del punto en que la curva de inversión corta al eje de temperaturas (por arriba), es decir, inferior a la máxima temperatura de inversión. Así, en el hidrógeno, Fig V.5, para que se produzca mediante el efecto Joule-Kelvin enfriamiento, es necesario que previamente se haya enfriado éste por debajo de 200°K, (utilizando para ello nitrógeno líquido) con lo que se le ha introducido en su curva de inversión.

Análogamente, para conseguir helio líquido, es necesario enfriarlo previamente con hidrógeno líquido hasta llevarle al interior de su curva de inversión.

Una vez enfriado el gas por debajo de la máxima temperatura de inversión, la presión óptima para iniciar el proceso de estrangulamiento se corresponde con la de un punto sobre la curva de inversión.

Partiendo de esta presión, y terminando a la presión atmosférica, se produce el máximo descenso de temperatura, aunque no el suficiente para obtener la licuación, por lo que el gas que ha sido enfriado por el proceso de estrangulamiento, se utiliza para enfriar el gas que entra, mediante un intercambiador de calor en contracorriente, y que después de experimentar el mismo proceso, queda aún más frío.

Tabla V.2.- Constantes específicas de algunos gases

Elemento	*Punto ebullición normal*	*Temperatura crítica*	*Presión crítica*	*Temperatura inversión máxima*
Gas	*1 atm*	*ºK*	*atm*	*ºK*
Oxígeno	*90,2*	*154,6*	*49,8*	*764*
Argón	*87,3*	*150,8*	*48,1*	*794*
Nitrógeno	*77,4*	*128,2*	*33,5*	*607*
Hidrógeno	*20,4*	*33,2*	*12,8*	*195*
Helio	*4,21*	*5,19*	*2,24*	*23,6*
Anhidrido carbónico	*194,6*	*304,2*	*7,41*	*1275*
Aire	*80**	*133*	*38*	*603*

{ La temperatura del aire es variable)*

Al cabo de una serie de enfriamientos sucesivos, la temperatura del gas desciende de tal forma, que tras un nuevo proceso de estrangulamiento, éste licúa parcialmente.

V.6- ECUACIÓN DE BERNOULLI

Cuando un fluido avanza por una conducción se produce una degradación de la energía mecánica

por fricción, (el trabajo de rozamiento dw_r se transforma en calor), apareciendo un incremento de la energía interna y de la entropía cuando el proceso es adiabático irreversible (ya que la energía es absorbida por el propio fluido), o bien se disipa al exterior en condiciones isotermas. Para un observador que se desplace con el fluido, la suma de la degradación de energía mecánica por fricción, más el calor aplicado al sistema por una fuente externa, es:

$$dq + dw_r = du + p\ dv$$

y como:

$$dq = dT + di + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = dT + du + p\ dv + v\ dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz$$

sustituyendo este valor en la anterior, se obtiene:

$$du + p\ dv - dw_r = dT + du + p\ dv + v\ dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz \quad \Rightarrow \quad dT + dw_r + v\ dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = 0$$

que es la ecuación general de Bernoulli para un sistema de flujo en régimen estacionario.

Si no existe $\begin{cases} - \text{ trabajo externo } T = 0 \ \Rightarrow \ dT = 0 \\ - \text{ trabajo de fricción } w_r = 0 \ \Rightarrow \ dw_r = 0 \end{cases}$, la ecuación anterior queda en la forma:

$$v\ dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = 0 \quad ; \quad \int v\ dp + \frac{c^2}{2g} + z = Cte$$

Si el fluido es incompresible $v = Cte$, y como $v = \frac{1}{\gamma}$ resulta:

$$\int \frac{dp}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} + z = Cte \quad ; \quad \frac{dp}{\gamma} + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = 0$$

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} + z = Cte \quad ; \quad p + \frac{\gamma\ c^2}{2g} + \gamma\ z = Cte \quad \Rightarrow \quad p + \frac{\rho\ c^2}{2} + \rho\ g\ z = Cte$$

que es la ecuación de Bernoulli para fluidos incompresibles, sin rozamiento.

Formulación de Saint-Venant.- Si en la ecuación: $\int v\ dp + \frac{c^2}{2g} + z = Cte$, se hace $\begin{cases} z = 0 \\ z_1 - z_0 = 0 \end{cases}$ resulta:

$$\int_{p_0}^{p_1} v\ dp + \frac{c^2}{2g} = Cte \quad ; \quad \int_{p_0}^{p_1} v\ dp + \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} = 0$$

En una tobera se cumple $c_1 >> c_0$, por lo que:

$$\int_{p_0}^{p_1} v\ dp + \frac{c_1^2}{2g} = 0 \quad ; \quad \frac{c_1^2}{2g} = -\int_{p_0}^{p_1} v\ dp = \int_{p_1}^{p_0} v\ dp \ ; \ c_1^2 = 2g \int_{p_1}^{p_0} v\ dp$$

$$c_1 = \sqrt{2g\ \frac{\gamma}{\gamma - 1}\ p_0\ v_0\ \{1 - (\frac{p_1}{p_0})^{(\gamma - 1)/\gamma}\}}$$

Ecuación de Torricelli.- Si se hace $z = 0$ en la ecuación:

$$p + \frac{\rho\, c^2}{2} + \rho\, g\, z = Cte \quad ; \quad p + \frac{\rho\, c^2}{2} = Cte \quad ; \quad p_1 - p_0 + \frac{\rho\,(c_1^2 - c_0^2)}{2} = Cte$$

y al ser $c_0 << c_1 \;\Rightarrow\; p_1 - p_0 = -\frac{\rho\, c_1^2}{2} \quad ; \quad c_1 = \sqrt{\frac{2\,(p_0 - p_1)}{\rho}}$

Formulación de Navier para expansión isotérmica.- Si se parte de la ecuación:

$$\frac{c_1^2}{2g} = \int_{p_1}^{p_0} v\; dp = \left| T_{circ.\,isot.} = R\,T\,ln\,\frac{p_0}{p_1} \right| = R\,T\,ln\,\frac{p_0}{p_1} \quad ; \quad c_1 = \sqrt{2\,g\,R\,T\,ln\,\frac{p_0}{p_1}}$$

que para un gas perfecto queda en la forma: $c_1 = 128{,}92\,\sqrt{T\,ln\frac{p_0}{p_1}} \quad (m/seg)$

Formulación de Weisbach o de Grashoff.- En una expansión adiabática se tiene, $dQ = 0$

$$dU = dQ - dT = -\,p\; dv \quad ; \quad di = dU + p\; dv + v\; dp = -\,dT_{circ}$$

$$dT_{circ} = -\,di = i_0 - i_1 \quad ; \quad \frac{c_1^2}{2\,g} = i_0 - i_1 = c_p\,(T_0 - T_1) \;\Rightarrow\; c_1 = \sqrt{2\,g\,(i_0 - i_1)} = \sqrt{2\,g\,c_p\,(T_0 - T_1)}$$

Formulación de Zeuner.- De aplicación al cálculo de la velocidad de salida de un fluido por un tubo:

$$\int v\; dp + \frac{c^2}{2g} + z = Cte \quad ; \quad \int v\; dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = 0$$

y para el caso de un gas que está en un recinto a la presión p_0 y volumen específico v_0 que escapa por un tubo de salida a la presión p_1 y volumen específico v_1, se obtiene:

$$\int_{p_0 v_0}^{p_1 v_1} d\,(p\,v) = \int (p\; dv + v\; dp) \quad ; \quad p_1\,v_1 - p_0\,v_0 = \int p\,dv + \int v\,dp$$

$$\int v\; dp + \frac{c^2}{2\,g} + z = Cte \;\Rightarrow\; p_1\,v_1 - p_0\,v_0 - \int p\; dv + \frac{c^2}{2\,g} + z = Cte$$

despreciando $(z_1 - z_0)$ y teniendo en cuenta que $c_0 << c_1$, resulta:

$$p_1\,v_1 - p_0\,v_0 - \int p\; dv + \frac{c_1^2}{2\,g} = 0$$

Si se trata de un fluido incompresible $\rho = Cte$ y $v_0 = v_1 \;\Rightarrow\; dv = 0$, que escapa por un orificio delgado practicado en la pared de la vasija que le contiene $p_1 = p_0 = p_{atm}$, y la ecuación:

$$p_1\,v_1 - p_0\,v_0 - \int p\; dv + \frac{c_1^2 - c_0^2}{2\,g} + (z_1 - z_0) = 0$$

se puede poner en la forma:

$$p_1 v_1 - p_0 v_0 - \int p\, dv = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} + (z_1 - z_0) = 0$$

$$Si \begin{cases} c_0 = 0 \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{c_1^2}{2g} = z_0 \quad ; \quad c_1 = \sqrt{2 g z_0}$$

que es la ecuación de Torricelli, de aplicación a la circulación de gases por chimeneas, carburadores, etc.

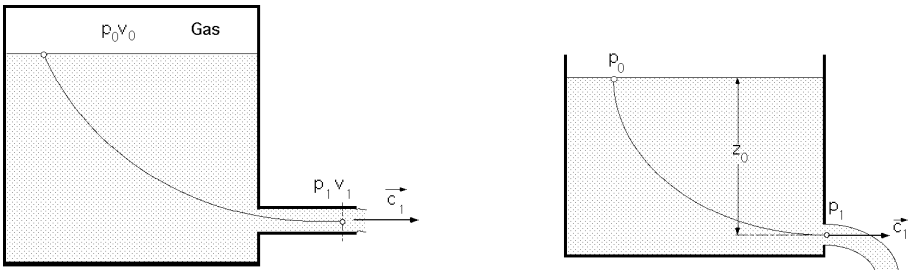

Fig V.6.- Depósito a presión y depósito al aire

V.7.- FLUJO TRANSITORIO

Muchos equipos industriales experimentan períodos operativos en régimen transitorio, en los que se modifican con el tiempo
- *su estado*
- *los flujos másicos de entrada y salida*
- *las velocidades de transferencia de calor y trabajo, etc.*

En todos ellos hay que utilizar los principios de conservación de materia y de energía, y considerar la existencia de flujos másicos unidireccionales en aquellas zonas del volumen de control atravesadas en condiciones de equilibrio termodinámico; en general, la resolución de la ecuación:

$$\Delta_t Q - \Delta_t T = U_2 - U_1 + \int_{t_1}^{t} e_f\, dm_f \Big|_{L+\Delta L} + \int_{t_1}^{t} e_f\, dm_f \Big|_{L}$$

es difícil, excepto en ciertas transformaciones en las que se incluyan funciones temporales sencillas.

Un caso importante es aquel en que la energía e_f en el contorno del sistema es constante, estando toda la energía del sistema en forma de energía interna U. En este caso, la ecuación anterior se simplifica, con ayuda de la ecuación de continuidad, en la forma:

$$\Delta Q - \Delta T = U_2 - U_1 - (m_2 - m_1)\, e_f \rangle_{e_f} = Cte$$