IX.- CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA DE RECEPTORES PARA CENTRALES TERMOSOLARES

pfernandezdiez.es

IX.1.- FACTOR DE DISPERSIÓN ANGULAR DEL CONO SOLAR REFLEJADO POR UN HELIOSTATO

Las dimensiones de un receptor de potencia de una central termosolar vienen condicionadas por una serie de factores que comprenden el ángulo $2\ \xi = 32'$ del cono solar incidente, los errores de fabricación de los espejos que conforman los heliostatos, que representamos por un ángulo η_E , y los errores en el enfoque automático de los mismos resumidos en un ángulo η_D ; estos factores los compendiamos en un único factor de dispersión angular φ .

El receptor se puede considerar, en principio, como un sólido con geometría cualquiera, con la única restricción de tener un eje de simetría vertical.

Los heliostatos se pueden suponer como superficies especulares de sección cuadrada, de dimensiones $(l \times l)$ viniendo localizados en el concentrador por la expresión:

$$r = H \sec \theta_t$$

siendo H la distancia sobre el terreno del punto de enfoque de los heliostatos, ρ la distancia entre un heliostato y el punto focal F, y θ_t es un ángulo acimutal que sitúa sobre el concentrador al anillo sobre el que va ubicado un heliostato cualquiera; en la la Fig IX.1, se ha hecho una representación de la posición de este heliostato, relacionándolo con el punto focal F sobre el eje de simetría del receptor; como la distancia (EF) es muy grande comparada con las dimensiones del receptor, consideraremos que ρ es la distancia desde el espejo E al plano tangente al receptor en un punto P sobre el mismo.

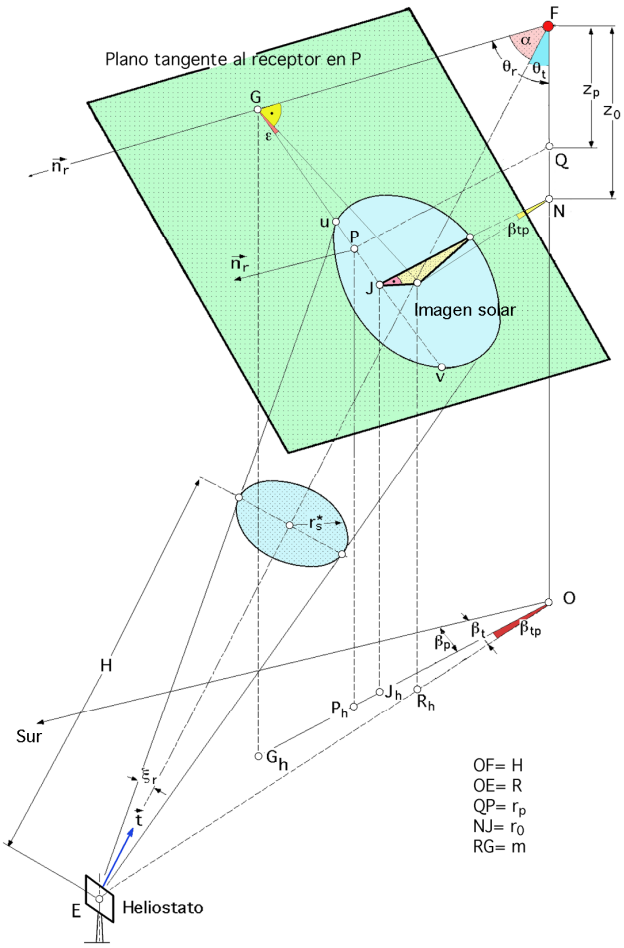

Fig IX.1.- Imagen solar sobre un plano tangente al receptor

Teniendo en cuenta lo dicho, el diámetro de la imagen solar D sobre este plano tangente, a la distancia ρ y normal a la dirección (EF) es:

$$D = 2\,(\xi + \nu_E + \nu_D)\,\rho + l = 2\,\xi_r\,\rho$$

y el factor de dispersión angular ξ:

$$\varphi = \frac{\xi_r}{\xi} = \frac{2\,(\xi + \nu_E + \nu_D)\,\rho + l}{2\,\rho\,\xi} = 1 + \frac{\nu_E + \nu_D}{\xi} + \frac{1}{2\,\rho\,\xi} = 1 + \frac{\nu_E + \nu_D}{\xi} + \frac{1}{2\,H\,\xi}\cos\,\theta_t$$

en las que:

ξ *es el ángulo mitad del cono solar incidente ≈ 16´ ó 4,65.10^{-3} rad*

ξ_r *es el ángulo mitad del cono solar reflejado por los espejos*

ν_E *es el ángulo que compendia los defectos de construcción de los espejos, y que permite errores máximos de tratamiento de superficies que provoquen una dispersión del haz reflejado no superior a 10 minutos ó 2,9.10^{-3} radianes)*

ν_D *es el ángulo que tiene en cuenta los errores de dirección de los espejos, de forma que el servo encargado de la orientación de los mismos, se tiene que diseñar para no cometer errores superiores a* $(0,1\ \xi)$ *ó* $0{,}465.10^{-3}$ *radianes*

Asimismo, debido a las dimensiones de los espejos, el diámetro de la imagen solar plana a la distancia r del espejo sobre el receptor, se incrementa en el término

$$\frac{1}{2\,H\,\xi}\cos\theta_t\ ,\quad \text{que depende de}\begin{cases}\text{la posición del espejo dada por } \theta_t\\ \text{la altura } H \text{ de la torre}\\ \text{las dimensiones del espejo}\end{cases}$$

Cuando se trabaje en condiciones ideales, el factor de dispersión angular φ valdrá la unidad; en condiciones reales, el valor de φ es:

$$\varphi = 1 + \frac{2{,}90 + 0{,}465}{4{,}65} + \frac{l\cos\theta_t}{2 \times 4{,}65.10^{-3}\ H} = 1{,}7236 + 107{,}5269\ \frac{l\cos\theta_t}{H}$$

observándose que es un valor que no permanece constante, por cuanto depende del anillo de heliostatos definido por θ_t.

IX.2.- IMAGEN SOLAR SOBRE UN PLANO TANGENTE AL RECEPTOR REPLEJADA POR UN ESPEJO CUALQUIERA

La energía solar que llegará al receptor, reflejada por un espejo cualquiera del campo concentrador, será la misma que interceptará el plano tangente al receptor en un punto P del mismo, tal, que la línea que une este punto con el de intersección del eje del haz solar reflejado con dicho plano tangente, esté contenida en un plano vertical. Si queremos hallar la influencia de los demás espejos sobre este plano tangente, procederemos a determinar el tamaño y situación de la imagen solar plana reflejada por cualquier otro espejo sobre dicho plano tangente al receptor; para ello consideraremos al receptor como una superficie de revolución, con la única condición de que su eje de simetría coincida con el eje de la torre.

El heliostato elegido deberá estar en todo momento enfocando al punto F situado en lo alto de la torre a la altura H sobre el terreno, Fig IX.2.

A la imagen solar reflejada sobre el plano tangente en P se la puede considerar como intersección del cono solar reflejado por el espejo E de ángulo $2\,\xi_r$ con dicho plano tangente; tanto su tamaño como su situación los estableceremos en función de unos parámetros característicos que vendrán definidos por el espejo E y el punto P, lo cual a su vez nos permitirá comprender bajo qué condiciones el punto P permanecerá activo respecto al espejo E.

Según la Fig IX.3, esta actividad se manifestará siempre que el punto P esté contenido dentro de la elipse imagen solar plana, y para ello deberá venir localizado entre los puntos u y v, que serán la intersección de la elipse imagen solar plana con la línea (PG), que llamaremos línea imagen, de forma que el punto G sea a su vez la intersección de la normal al plano tangente en P que pasa por el punto focal F, con el propio plano tangente, que definiremos como $\vec{n}_r$.

El centro R de la elipse coincidirá con el punto de intersección de la línea (FE) y el plano tangente al receptor en P, y le determinaremos mediante coordenadas cilíndricas definidas por (z_0, r_0, β_t), tomando el punto F como origen. El ángulo que forma la línea (EF) con la normal (FG) al plano tangente en P le llamaremos α; el eje mayor de la elipse coincidirá con la línea (RG), que forma un ángulo ε con la línea imagen (PG). Como el punto P tiene que ser visualizado desde el espejo E, y a la vez tiene que estar comprendido entre los puntos u y v, tendremos que hallar la intersección de la imagen solar plana con la línea imagen (PG); para ello definimos unos ejes (x, y) con centro en R, a los que haremos coincidir con los ejes mayor y menor de la elipse imagen solar plana, cuya ecuación es, Fig IX.1:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

y la ecuación de la línea imagen (PG) referida a los mismos ejes, por:

$$y = c\,x + q = \left| \begin{array}{l} Para:\ x = 0\ ;\ y = q = m\ tg\,\varepsilon \\ Para:\ y = 0\ ;\ x = m\ ;\ c = \dfrac{q}{m} = tg\,\varepsilon \end{array} \right| = -\,x\ tg\,\varepsilon + m\ tg\,\varepsilon = (m - x)\ tg\,\varepsilon$$

El valor de m se calcula a partir de:

$$m = \overline{RG} = \overline{FG}\ tg\,\alpha = \left| \ \overline{FG} = z_p cos\,\theta_r + r_p\ sen\,\theta_r = z_0\ cos\,\theta_r + r_0\ sen\,\theta_r \ \right| = (z_0\ cos\,\theta_r + r_0\ sen\,\theta_r)\ tg\,\alpha$$

obteniéndose:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(m - x)^2\ tg^2\varepsilon}{b^2} = 1$$

cuyas soluciones son las proyecciones de los puntos u y v sobre el eje mayor de la elipse, que a su vez determinarán las distancias d_u y d_v sobre la línea imagen (GP).

Para determinar estas distancias definiremos un nuevo origen de coordenadas G, tal que:

$x' = m - x$

por lo que:

$d = x\ sec\ \varepsilon$

y la ecuación anterior queda en la forma:

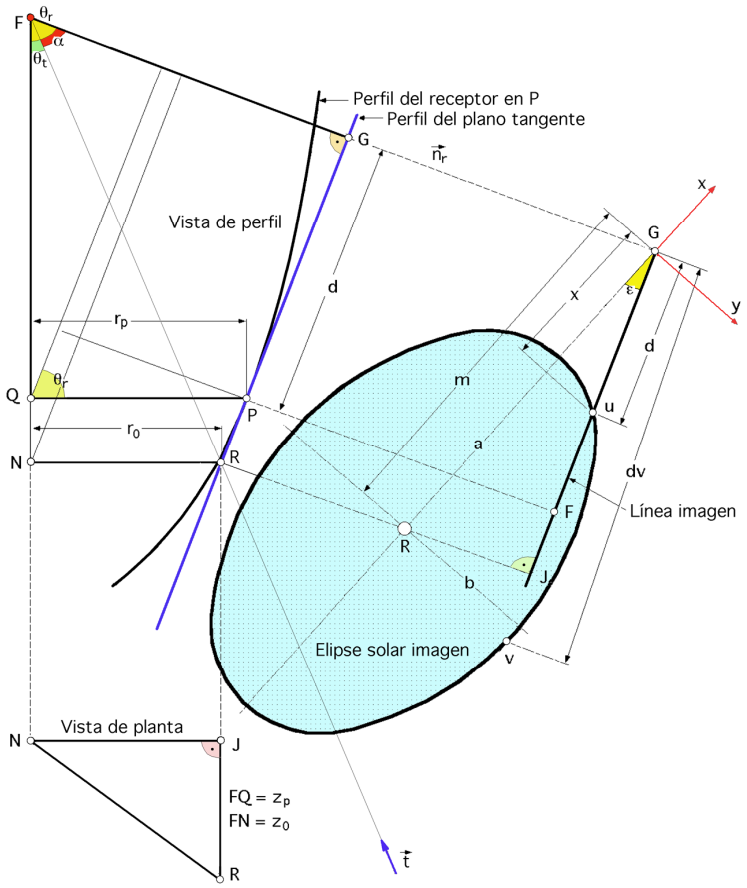

Fig IX.2.- Elipse solar sobre un plano tangente al receptor

$$(m - x')^2 + \frac{a^2}{b^2} x'^2 \, tg^2\varepsilon - a^2 = 0$$

de la que despejando x', se obtiene para valor de $d_{u,v}$ lo siguiente:

$$d_{u,v} = sec\ \varepsilon \ \frac{m \pm a\sqrt{1 + \frac{tg^2\varepsilon}{b^2}(a^2 - m^2)}}{1 + \frac{a^2\ tg^2\varepsilon}{b^2}} = \left| Z = 1 + \frac{a^2\ tg^2\varepsilon}{b^2} \right| = sec\ \varepsilon \ \frac{m \pm a\sqrt{Z - \frac{m^2}{b^2} tg^2\varepsilon}}{Z}$$

$$d_u - d_v = sec\ \varepsilon \ \frac{2\ a\sqrt{Z - \frac{m^2}{b^2} tg^2\varepsilon}}{Z}$$

que para ε = 0 vale *2a*; valdrá 0 cuando se cumpla que:

$$tg\ \varepsilon = \pm \frac{b}{\sqrt{m^2 - a^2}}$$

Para determinar los ángulos α y ε en función de los parámetros que definen el espejo E y el punto P, haremos uso de las vistas de perfil del plano tangente en P, Fig IX.3, en las que definimos β_{tp} como un ángulo relativo acimutal, que se corresponde con la proyección horizontal del punto P, la

base de la torre O y la proyección horizontal del punto R.

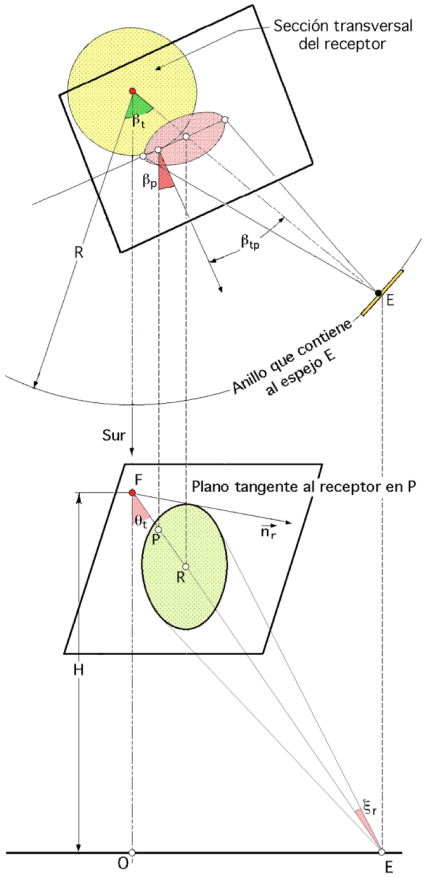

Fig IX.3.- Imagen solar sobre el plano tangente a un receptor de revolución

Cuando β_{tp}= 0, los puntos R y P están alineados con G.

Para calcular a partiremos de los triángulos (FGR) (FNR), obteniéndose:

$$\left.\begin{array}{l} \textit{Triángulo (FGR)},\ \overline{FG} = \overline{RF}\cos\alpha \\ \textit{Triángulo (FNR)},\ \overline{RF}\cos\theta_t = z_0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \overline{RF} = \overline{FG}\ \sec\alpha = z_0\ \sec\theta_t$$

y teniendo en cuenta el valor de (FG) quedará:

$$\cos\alpha = \frac{z_0\cos\theta_r + r_0\,sen\,\theta_r}{z_0\,\sec\theta_t} = (\cos\theta_r + \frac{r_0}{z_0}\,sen\,\theta_r)\cos\theta_t$$

A su vez, en los triángulos (NJR) y (FNR) se cumple:

$$\overline{RN} = r_0\ \sec\beta_{tp} = z_0\ \operatorname{tg}\theta_t$$

y sustituyendo en la anterior se obtiene:

$$\cos\alpha = \cos\theta_r\cos\theta_t + sen\ \theta_r\ sen\ \theta_t\cos\beta_{tp}$$

Para calcular ε partimos de:

$$sen\,\varepsilon = \frac{\overline{RJ}}{\overline{RG}} = \left|\ \overline{RG}\cos\varepsilon = \overline{JG} = z_0\ sen\,\theta_r - r_0\cos\theta_r\ \right| = \frac{r_0\ \operatorname{tg}\beta_{tp}\cos\varepsilon}{\overline{JG}}$$

$$sen\,\varepsilon = \frac{r_0\ \operatorname{tg}\beta_{tp}}{z_0\ sen\,\theta_r - r_0\ \cos\theta_r} = \frac{sen\,\beta_{tp}\ \operatorname{tg}\theta_t}{sen\,\theta_r - \cos\theta_r\ \operatorname{tg}\theta_t\ \cos\beta_{tp}}$$

que hay que sustituir en $d_{u,v}$.

La relación entre los semiejes de la elipse solar imagen plana sobre el plano tangente en P, se determina a partir de la Fig IX.4, en la que se observa que esta elipse se proyecta según una circunferencia sobre el plano perpendicular a (RF), con centro en R.

La ecuación de la elipse solar imagen se puede poner en la forma $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$

La ecuación $y^* = \sqrt{a^2 - x^2}$ de la circunferencia concéntrica con la elipse de radio a contenida en el plano perpendicular a (RF), forma un ángulo α con la elipse, siendo:

$$y = y^*\cos\alpha \quad ; \quad \frac{y}{y^*} = \cos\alpha = \frac{b}{a}$$

Se ha definido $r_s^* = \xi_r \, H$ como el radio de la imagen solar plana circular reflejada sobre un plano perpendicular al vector $\vec{t}$, a la distancia H sobre la recta (EF) a partir del espejo E, siendo ξ_r el semiángulo de dispersión de la radiación reflejada, y ρ la distancia (BR); en consecuencia:

$$\rho \, \xi_r = b \;\; ; \;\; \rho \, \frac{r_s^*}{H} = b \;\; ; \;\; r_s^* = b \cos \theta_t$$

y el valor del semieje b de la elipse solar imagen plana:

$$b = \varphi \, \xi \, H \sec \theta_t$$

quedando así perfectamente definida la elipse sobre el plano tangente al receptor en el punto P.

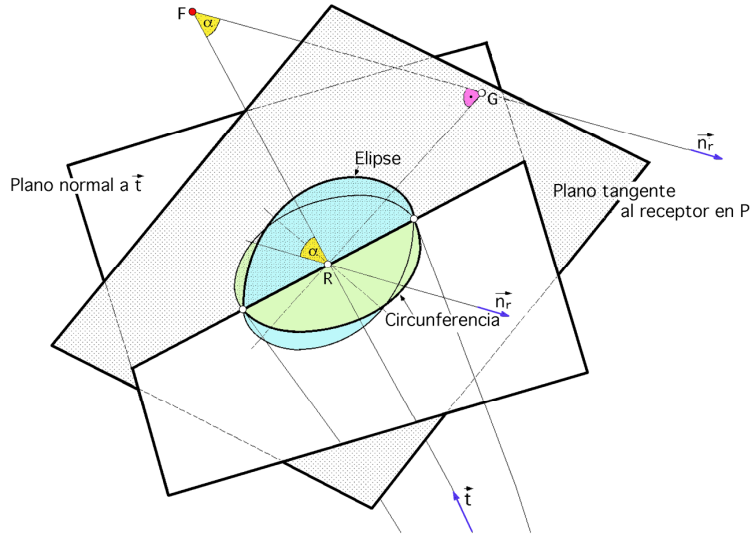

Fig IX.4.- Relación entre los semiejes de la elipse solar imagen plana sobre el plano tangente en P

IX.3.- RECEPTOR DISCO PLANO HORIZONTAL

Cuando el receptor es un disco plano horizontal de radio r, y cuyo centro coincida con el punto de corte del disco con el eje de la torre, se pueden particularizar las ecuaciones anteriormente halladas, en la forma:

$$\theta_r = 0 \;\; ; \;\; \alpha = \theta_t \;\; ; \;\; tg \, \varepsilon = - \, tg \, \beta_{tp} \;\; ; \;\; m = 0 \;\; ; \;\; \begin{cases} a = \xi_r \;\; H \sec^2 \theta_t \\ b = \xi_r \;\; H \sec \theta_t \end{cases}$$

y, por lo tanto:

$$d_{u,v} = \pm \, \frac{\xi_r \;\; H \;\; \sec \beta_{tp}}{\sqrt{Z} \;\; \cos^2 \theta_t} = \left| Z = 1 + \frac{a^2}{b^2} \, tg^2 \varepsilon = 1 + \sec^2 \theta_t \;\; tg^2 \beta_{tp} \right| = \pm \, \frac{\xi_r \;\; H}{\cos \theta_t \sqrt{1 - sen^2 \theta_t \cos^2 \beta_{tp}}}$$

en la que a su vez si se define un factor $\hat{r}^* = \frac{d_{u,v}}{r_s^*}$, resulta: $cos\ \beta_{tp} = \frac{\pm \sqrt{1 - \frac{1}{\hat{r}^{*2}\ cos^2\theta_t}}}{sen\ \theta_t}$

Cuando $d_{u,v}$ tome su valor máximo 2 r, el máximo valor de $cos\ \beta_{tp}$ es:

$$cos\ \beta_{tp} = \frac{\pm \sqrt{1 - \frac{\xi_r^2\ H^2}{4\ r^2\ cos^2\theta_t}}}{sen\ \theta_t} = \pm \frac{\sqrt{1 - (\frac{\varphi}{\hat{r}})^2\ \frac{1}{4\ cos^2\theta_t}}}{sen\ \theta_t}$$

A su vez, si dividimos la ecuación que da el valor de $d_{u,v}$ por r_s se tiene:

$$\frac{d_{u,v}}{r_s} = \pm \frac{\xi_r\ H}{r_s\ cos\ \theta_t \sqrt{1 - sen^2\theta_t\ \ cos^2\ \beta_{tp}}}$$

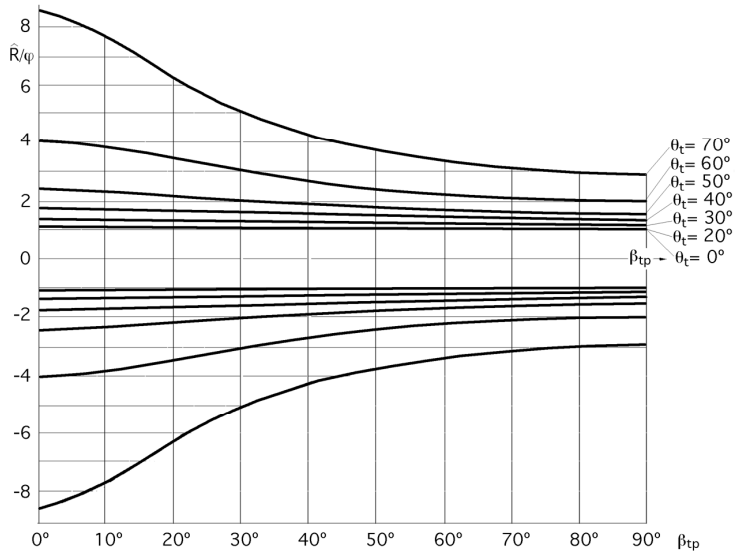

Fig IX.5.- Curvas de influencia de los espejos respecto a un punto del receptor disco plano horizontal

Llamando $R = \frac{d_{u,v}}{r_s}$, y teniendo en cuenta que $\xi_r H = \varphi\ r_s$, resulta:

$$\frac{\hat{R}}{\varphi} = \pm \frac{1}{cos\ \theta_t \sqrt{1 - sen^2\theta_t\ cos^2\ \beta_{tp}}}$$

que permite hallar la zona de influencia de un espejo cualquiera respecto a una posición específica sobre el disco plano horizontal, y cuya representación hemos realizado en la Fig IX.5, se observa que el ángulo β_{tp} puede tomar cualquier valor entre 0° y 90°, por lo que cualquier punto sobre este receptor se podrá visualizar desde cualquier espejo del campo concentrador.

Para ángulos $\theta_t < 30^o$ se obtienen, sobre el receptor, imágenes solares que prácticamente son circunferencias para valores de $1 < \frac{R}{\varphi} < 1{,}3$

Para ángulos $\theta_t > 30^o$ las imágenes solares planas sobre el receptor son elipses.

IX.4.- RECEPTOR CILÍNDRICO VERTICAL

Para el caso en que el receptor tenga forma de cilindro vertical, de radio r y altura h, y cuyo eje coincida con el de la torre, la línea imagen estará situada sobre el plano tangente al cilindro, y como $\hat{n}_r$ es perpendicular al plano imagen, el punto G estará a la misma altura que el F, es decir, G es la proyección perpendicular sobre el plano tangente en P del punto focal F, siendo por lo tanto la imagen de F sobre este plano; además $\theta_r = 90°$ y, en consecuencia, se tiene:

$$cos\ \alpha = sen\ \theta_t\ cos\ \beta_{tp} \quad ; \quad tg\ \varepsilon = sen\ \beta_{tp}\ tg\ \theta_t$$

La localización sobre el receptor del centro R de la elipse solar imagen, la determinaremos por la distancia m desde G hasta R, de la forma:

$$m = \overline{RG} = r\ tg\ \alpha = r\ \frac{\sqrt{Z}}{tg\ \theta_t}$$

siendo los semiejes a y b de la elipse solar plana sobre el plano tangente:

$$\left.\begin{array}{l} b = r_s^*\ sec\ \theta_t \\ a = \dfrac{r_s^*\ sec\ \theta_t}{sen\ \theta_t\ cos\ \beta_{tp}} \end{array}\right\} \quad ; \quad cos\ \varepsilon = \sqrt{Z}\ cos\ \beta_{tp}$$

que proporcionan:

$$d_{u,v} = \frac{1}{sen\ \theta_t}\ \sqrt{r\ cos\ \theta_t\ cos\ \theta_{tp} \pm \left(\frac{r_s^{*2}}{cos^2\theta_t} - r^2\ sen^2\beta_{tp} \right)}$$

en la que $d_{u,v}$ tiene que estar comprendido entre d_u y d_v.

Este resultado permite determinar las zonas de visibilidad del receptor para un espejo cualquiera E, de forma que una posición d sobre el receptor podrá ser visible desde una parte de un anillo concreto, localizado a una distancia de la base de la torre, definida por su θ_t; despejando el valor de β_{tp} resulta:

$$cos\ \beta_{tp} = \frac{-\ d\ cos\ \theta_t \pm \sqrt{d^2 + r^2 - \dfrac{r_s^{*2}}{cos^2\theta_t}}}{r\ cos\ \theta_t}$$

El máximo valor de este ángulo tiene que ser compatible con las dimensiones del cilindro receptor; a su vez, el máximo valor de d tendrá que coincidir con el máximo valor de la línea imagen,

igual a la altura h del receptor, para que no se pierda energía, pudiéndose poner la anterior en la siguiente forma:

$$\cos \beta_{tp(máx)} = \frac{- h \cos \theta_t \pm \sqrt{h^2 + r^2 - \frac{x_r^2 \; H^2}{\cos^2 \theta_t}}}{r \cos \theta_t}$$

encontrándose así un arco de anillo en el que se hallan los heliostatos que en un momento determinado permanecen activos respecto a una línea imagen vertical sobre el plano tangente al receptor en el punto considerado P.

Por comodidad pondremos el valor de $d_{u,v}$ en forma adimensional, para lo cual, las longitudes tomadas sobre el receptor las normalizaremos respecto a la longitud $r_s = \xi H$ que es, como sabemos, el radio del disco perfecto del Sol a la distancia H del heliostato.

Teniendo en cuenta los valores del factor de dispersión angular φ del haz de radiación solar reflejado a la distancia H del heliostato, el radio del disco solar reflejado sabemos es r_s^*, por lo que dividiendo la ecuación que proporciona $d_{u,v}$ por r_s, y dado que:

$$r_s^* = \xi_r \; H = \varphi \; \xi \; H = \varphi \; r_s$$

resulta:

$$\frac{d_{u,v}}{r_s} = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta_t} \sqrt{\frac{r}{r_s} \cos \theta_t \; \cos \beta_{tp} \pm \frac{\varphi^2}{\cos^2 \theta_t} - \left(\frac{r}{r_s}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \beta_{tp}}$$

Introduciendo los cambios $\frac{d_{u,v}}{r_s} = \hat{h}$; $\frac{r}{r_s} = \hat{r}$ se obtiene:

$$\frac{\hat{h}}{\varphi} = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta_t} \sqrt{\frac{\hat{r}}{\varphi} \cos \theta_t \; \cos \beta_{tp} \pm \frac{1}{\cos^2 \theta_t} - \left(\frac{\hat{r}}{\varphi}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \beta_{tp}}$$

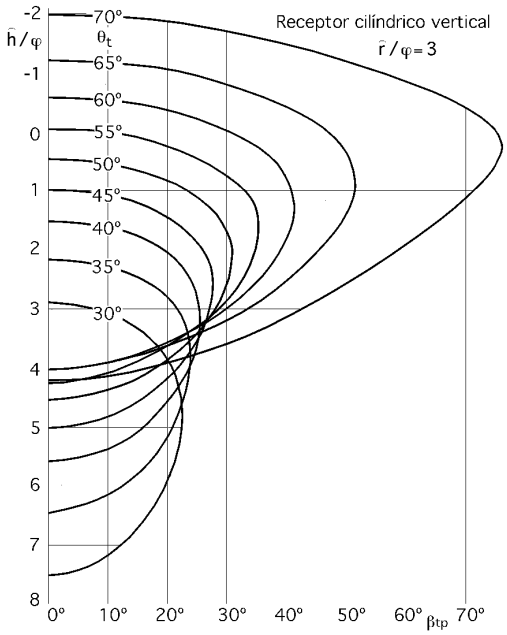

Fig IX.6.- Curvas de visibilidad y de actividad de los espejos respecto a la línea imagen $\beta_p=0$

Para hallar la zona de influencia de un espejo cualquiera respecto a una posición específica sobre el cilindro receptor, construimos las curvas que relacionan $\frac{\hat{h}}{\varphi}$ con β_{tp} en función de θ_t, para valores fijos de $\frac{\hat{r}}{\varphi}$; en la Fig XI.6 se ha hecho la representación para $\frac{\hat{r}}{\varphi} = 3$.

A cada valor de β_{tp} le corresponden, para cada anillo, dos valores de $\frac{\hat{h}}{\varphi}$ dentro de los límites definidos por β_{tp}:

$$\frac{1}{\cos^2 \theta_t} - \left(\frac{\hat{r}}{\varphi}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \beta_{tp} = 0$$

que hacen mínima la relación $\frac{\hat{h}}{\varphi}$; el valor de $\beta_{tp} = 0$ es el que hace máxima la función $\frac{\hat{h}}{\varphi}$.

Para una zona del receptor definida, por ejemplo, por $\frac{\hat{h}}{\varphi} = 1{,}5$, se encuentra que todos los heliostatos situados en la región del campo para valores de $\theta_t < 40°$, permanecen inactivos respecto a la zona del receptor especificada, quedando oculta para estos espejos.

Los demás heliostatos, situados en anillos con $\theta_t > 40°$, permanecerán activos respecto a esta zona sobre el receptor, siempre que estén dentro de los limites definidos por β_{tp}.

El valor de:

$$d_{u,v} = \hat{h}\, r_s = \hat{h}\, \frac{r}{\hat{r}} = \frac{\hat{h}}{\varphi}\, \frac{r}{\hat{r}/\varphi} = \frac{\hat{h}}{\varphi}\, \frac{r}{3}$$

es máximo para $\beta_{tp} = 0$, tomando para su cálculo el intervalo comprendido entre los valores de $\frac{\hat{h}}{\varphi}$

Cuando $\theta_t = \theta_{tM}$ se obtiene el radio mínimo del receptor una vez fijada la altura h del mismo, y cuando $\theta_t = \theta_{tm}$ se obtiene la altura mínima h fijado el radio r.

Por estar los valores de $d_{u,v}$ relacionados con la altura h del receptor haremos $d_{u,v} = h_{u,v}$ y la posición sobre el receptor de los valores $\frac{\hat{h}}{\varphi}$, viene dada por:

$$h_{u,v} = \hat{h}\, r_s = \frac{\hat{h}}{\varphi} \times 4{,}65.10^{-3}\,(1{,}7236 + 107{,}5269\,\frac{l\cos\theta_t}{H})\,H$$

pudiéndose obtener a partir de ella la altura mínima del receptor en función de la altura H de la torre, las dimensiones del campo, anchura del anillo, y el factor de dispersión angular de la luz solar reflejada por los espejos.

IX.5.- DENSIDAD DE FLUJO ENERGÉTICO EN EL RECEPTOR

Teniendo en cuenta los efectos de sombra y apantallamiento, el área útil de un espejo infinitesimal situado en la posición E del campo, que forma parte de un anillo continuo de espejos, lo expresamos de la forma:

$$dS_u = k\,R\,dR\,d\beta_{tp} = \left| R = H\,tg\,\theta_t \right| = k\,H^2\ sen^2\theta_t\ sec^3\theta_t\ d\theta_t\ d\beta_{tp}$$

La energía solar reflejada por este espejo infinitesimal es:

$$dq = I_0\ dS_u$$

que supondremos se distribuye sobre la elipse imagen solar plana, de superficie efectiva

$$S_{ef} = \pi\ a\ b$$

Como r_s^* es el radio del círculo normal al vector $\vec{t}$, a la distancia H del espejo E, en donde se han incluido los fenómenos de dispersión, se tiene:

$$r_s^* = \xi_r\ H = \varphi\ \xi\ H = \varphi\ r_s \quad ; \quad \frac{r_s^*}{H} = \frac{b}{\rho} = \frac{b\ \cos\theta_t}{H}$$

obteniéndose:

$$S_{ef} = \pi\ \varphi^2\ \xi^2\ H^2\ sec^2\theta_t\ sec\,\alpha$$

viniendo definida la densidad de energía solar elemental dq sobre el plano tangente al receptor en P, originada por este espejo infinitesimal, en la forma:

$$dq = \frac{I_0\ dS_u}{S_e} = \frac{I_0\ k}{\pi\ \varphi^2\ \xi^2}\ tg\,\theta_t\ \cos\alpha\ d\theta_t\ d\beta_{tp}$$

que depende sólo de ángulos variables θ_t, α, β_{tp}, ξ, pero no de la altura H de la torre; hay que hacer notar que α y θ_t no están en el mismo plano.

IX.6.- RECEPTOR DISCO PLANO HORIZONTAL

Sustituyendo en dS_u el valor de:

$$cos\ \alpha = cos\ \theta_r\ cos\ \theta_t + sen\ \theta_r\ sen\ \theta_t\ cos\ \beta_{tp}$$

para el caso particular de $\theta_r = 0°$, ya que la normal por F al receptor coincidirá con el propio eje vertical del mismo, cumpliéndose que:

$$cos\ \alpha = cos\ \theta_t$$

por lo que la densidad de energía solar elemental incidente sobre el plano tangente al receptor en P, compatible con las condiciones de visibilidad del mismo será:

$$dq = \frac{I_0\ k}{\pi\ \varphi^2\ \xi^2}\ sen\ \theta_t\ d\theta_t\ d\beta_{tp}$$

que integrada para todo el concentrador, para el caso en que predomine el apantallamiento $k = cos\ \theta_t$ por lo que:

$$q = \frac{I_0}{\pi\ \varphi^2\ \xi^2}\ \beta_{tp}\ (sen^2\theta_t)_{\theta_s}^{\theta_{tM}}$$

ecuación que se puede aplicar a un anillo individual, o a grupos de anillos continuos comprendidos entre los ángulos θ_{t1} y θ_{t2} con la condición de que $\theta_s < \theta_t$, resultando:

$$q = \frac{I_0}{\pi\ \varphi^2\ \xi^2}\ \beta_{tp}\ (sen^2\theta_t)_{\theta_{t1}}^{\theta_{t2}} = C\ I_0$$

y como θ_{tm} es pequeño, resulta que esta ecuación se cumplirá muy pocas veces, dependiendo fundamentalmente de la latitud a la que se encuentre la central solar, por cuanto se tiene que cumplir que $\theta_s < \theta_t$.

Cuando predomine la sombra solar $k = cos\ \theta_s$, tendremos:

$$q = \frac{2\ I_0\ \ cos\ \theta_s}{\pi\ \varphi^2\ \xi^2}\ \beta_{tp}\ (\ cos\ \theta_t)_{\theta_t}^{\theta_s}$$

en la que β_{tp} puede tomar cualquier valor, por cuanto no existe ninguna restricción a que un punto P sobre el disco plano horizontal pueda ser visible desde cualquier punto del concentrador, es decir, haciendo $d_{u,v} = 0$, resulta:

$$\frac{sec\ \varepsilon}{Z} = 0 \quad ; \quad cos\ \varepsilon\ cos^2\beta_{tp} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \varepsilon \neq 0 \\ cos\ \beta_{tp} = 0 \quad ; \quad \beta_{tp} = \pm 90^o \end{cases}$$

y al igual que para el caso anterior, este resultado se podrá aplicar a un anillo individual o a un grupo de anillos continuo, entre los ángulos θ_{t1} y θ_{t2}, con la condición de que $\theta_s < \theta_t$.

$$q = \frac{2\ I_0\ \ cos\,\theta_s}{\pi\ \varphi^2\ \xi^2}\ \beta_{tp}\ (\ cos\,\theta_t\ )_{\theta_{t1}}^{\theta_{t2}} = C\ I_0$$

que tiene aplicación en un campo de valores de θ_s más amplio.

La energía total Q que llegará al receptor disco plano horizontal será:

$$Q = \pi\ r^2 q = \pi\ r^2\ C\ I_0 = \pi\ (\frac{r}{\varphi})^2\ C\ \varphi^2\ I_0$$

en la que hay que sustituir el valor de $C\varphi^2$ dado por las ecuaciones anteriores.

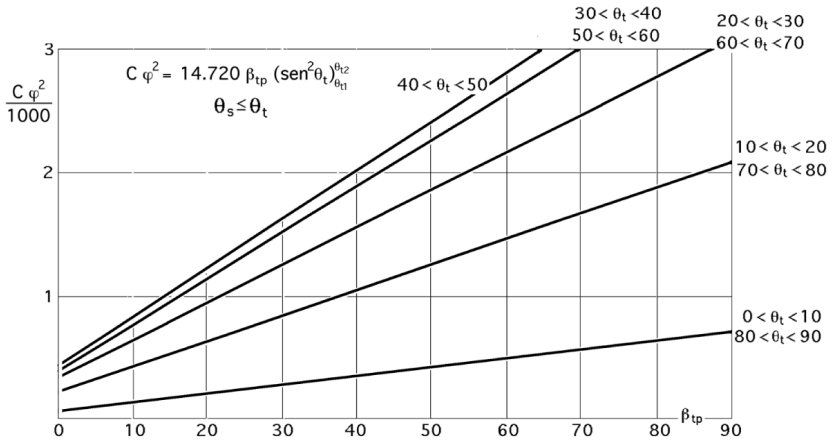

Fig IX.7.- Valores de Cφ² para el apantallamiento en un receptor disco plano horizontal

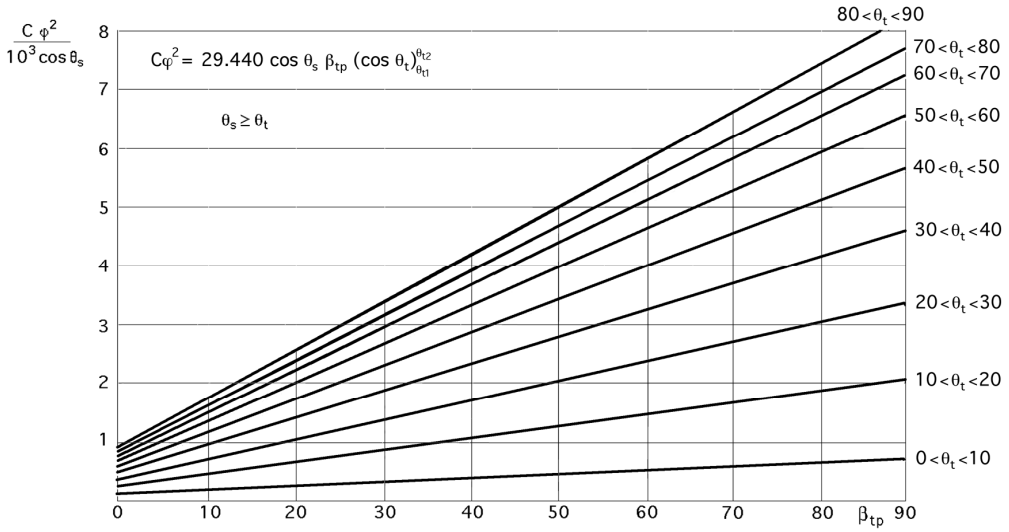

Fig IX.8.- Valores de Cφ² para la sombra solar en un receptor disco plano horizontal

Para el apantallamiento: $C\,\varphi^2 = 14720\,\beta_{tp}\,(sen^2\theta_t)_{\theta_{t1}}^{\theta_{t2}}$

en cuya representación, Fig IX.7, se observa que la franja de anillos que proporciona relaciones de concentración más elevadas corresponde a valores de θ_t comprendidos entre 40° y 50°.

Para la sombra solar: $C\varphi^2 = 29440\,\cos\theta_s\,(\cos\theta_t)_{\theta_{t1}}^{\theta_{t2}}\,\beta_{tp}$

cuya representación se corresponde con la Fig IX.8, para diversas franjas de anillos y valores de θ_s determinados.

IX.7.- RECEPTOR CILÍNDRICO VERTICAL

Para el caso de *predominio del apantallamiento*, la densidad de energía solar elemental reflejada por el concentrador viene dada por la ecuación:

$$dq = \frac{I_0}{\pi\ \varphi^2\ \xi^2}\ sen^2\theta_t\ \cos\beta_{tp}\ d\theta_t\ d\beta_{tp}$$

que integrada para todo el campo de heliostatos proporciona:

$$q = \frac{2\ I_0}{\pi\ \varphi^2\ \xi^2}\ sen\,\beta_{tp}\ \left(\frac{\theta_t}{2} - \frac{sen\,2\,\theta_t}{4}\right)_{\theta_s}^{\theta_{tM}}$$

y que se puede ampliar al caso en que consideremos un único anillo, o grupos de anillos continuos, entre los ángulos θ_{t1} y θ_{t2}, con la condición $\theta_s < \theta_t$:

$$q = \frac{29440\ I_0}{\varphi^2}\ sen\,\beta_{tp}\ \left(\frac{\theta_t}{2} - \frac{sen\,2\theta_t}{4}\right)_{\theta_{t1}}^{\theta_{t2}} = C\ I_0$$

Para el predominio de sombra solar:

$$dq = \frac{I_0 \ \cos\theta_s}{\pi \ \varphi^2 \ \xi^2} \ sen^2\theta_t \ \ \sec\theta_t \ \ \cos\beta_{tp} \ d\theta_t \ d\beta_{tp}$$

$$q = \frac{2 \ I_0 \cos\theta_s}{\pi \ \varphi^2 \ \xi^2} \ sen\,\beta_{tp} \ \{- sen\,\theta_t + \ ln \ tg \ (\frac{\theta_t}{2} + \frac{\pi}{4})\}_{\theta_t}^{\theta_s}$$

y al igual que para el apantallamiento, se podrá aplicar también a un anillo individual o a un grupo de anillos continuos comprendidos entre los ángulos θ_{t1} y θ_{t2}, con la condición de que $\theta_s > \theta_t$, resultando:

$$q = \frac{29440 \ I_0 \cos\theta_s}{\varphi^2} \ sen\,\beta_{tp} \ \{- sen\,\theta_t + \ ln \ tg \ (\frac{\theta_t}{2} + \frac{\pi}{4})\}_{\theta_{t1}}^{\theta_{t2}} = C \ I_0$$

Estas ecuaciones nos dicen que mientras exista predominio de sombra solar sobre el apantallamiento, todos aquellos espejos situados en anillos para los que $\theta_s > \theta_t$, estarán sometidos a sombra solar. Para los demás valores en que $\theta_s < \theta_t$, que comprenden al resto de los espejos, estarán sometidos a predominio del apantallamiento sobre la sombra solar; en ambos casos se observa que la densidad de energía solar es independiente del ángulo acimutal solar β_s, y en cada instante la supondremos repartida sobre el receptor, según franjas de altura *dh*, pudiéndose interpretar como una energía por unidad de superficie que llega al receptor. La representación gráfica de la ecuación anterior puede hacerse por franjas de anillos de anchura $\Delta\theta_t$; si consideramos por ejemplo, $\Delta\theta_t = 10°$, obtendremos gráficas del tipo de las representadas en la Fig IX.9.

La energía solar teórica y total *Q* que interceptará el receptor cilíndrico vertical, se puede determinar a partir de:

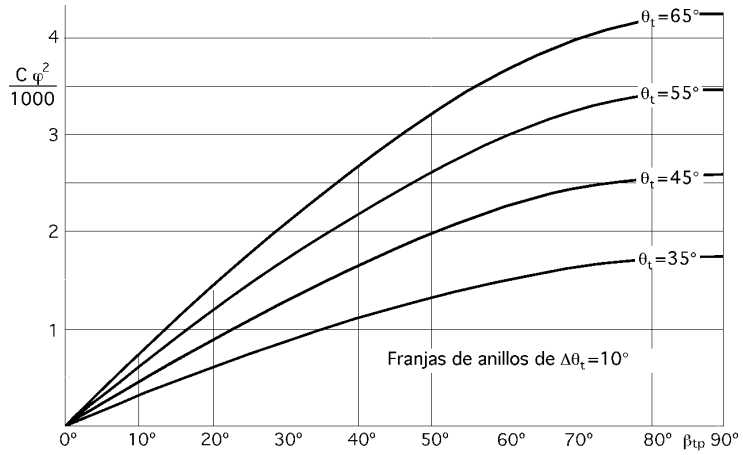

Fig IX.9.- Relaciones de concentración de energía solar con apantallamiento sobre un receptor cilíndrico vertical

$$Q = 2\ \pi\ r \int q\ \ dh = 2\ \pi\ r \int I_0\ \ C\ \ dh = \left| \begin{array}{l} r = \hat{r}\ r_s \\ h = \hat{h}\ r_s \end{array} \right| = \frac{2\ \pi\ \hat{r}}{\varphi}\ (\xi\ H)^2\ \ I_0 \int C\ \ \varphi^2 d(\frac{\hat{h}}{\varphi})$$

en la que habrá que sustituir los valores de $C\varphi^2$ determinados anteriormente.

Para que el receptor capte totalmente el flujo solar reflejado por el campo especular, se debe cumplir $\beta_{tp} = 0$, para cada espejo en particular, compatible con $\frac{\hat{h}}{\varphi}$ máximo, siendo θ_{tM} el caso más desfavorable.

Teniendo en cuenta estas condiciones encontramos:

$$\frac{\hat{h}}{\varphi} = cosec\ \theta_{tM}\ \ (\frac{\hat{r}}{\varphi}\ cos\ \theta_{tM}\ \pm sec\ \theta_{tM}\ )$$

a partir de la cual se obtiene el valor de la altura mínima h del cilindro receptor de radio r, ya que:

$$h = r_s\ \ \hat{h} = \xi\ H\ \hat{h} = \frac{\hat{h}}{\varphi}\ \xi\ \varphi\ H$$

El radio mínimo del cilindro receptor se obtiene a partir de:

$$r = r_s\ \ \hat{r} = \xi\ H\ \varphi\ \ \frac{\hat{r}}{\varphi}$$

en la que $\frac{\hat{r}}{\varphi}$ tiene un valor determinado para cada anillo o grupos de anillos.

El valor de φ está comprendido entre los ángulos cenitales θ_{tm} y θ_{tM} que limitan el campo especular, para valores fijos de l y H.

Todos los receptores cilíndricos verticales cuyo $\frac{\hat{r}}{\varphi}$ sea menor que el correspondiente a θ_{tM}, estarán sometidos a un flujo solar más pequeño, por cuanto no podrán interceptar todo el flujo solar reflejado por el concentrador, mientras que los que tengan $\frac{\hat{r}}{\varphi}$ superior al valor correspondiente a θ_{tm} estarán sobredimensionados, e interceptarán todo el flujo solar reflejado.